

Skriptum zur Vorlesung

## Antennen und Mehrantennensysteme

Prof. Dr.-Ing. T. Zwick

Auflage: 2.22, Semester: WS 20/21

Postanschrift: Institut für Hochfrequenztechnik und Elektronik  
Kaiserstraße 12  
D-76131 Karlsruhe

Gebäude: Engesserstraße 5, Geb. 30.10

Tel.: +49 (0) 721 608 42522  
Skr.: +49 (0) 721 608 42523  
Fax: +49 (0) 721 608 45027  
E-Mail: [info@ihe.kit.edu](mailto:info@ihe.kit.edu)  
Web: [www.ihe.kit.edu](http://www.ihe.kit.edu)





# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Allgemeines über Antennen</b>	<b>1</b>
<b>2. Theoretische Grundlagen</b>	<b>4</b>
2.1. Maxwell'sche Gleichungen . . . . .	4
2.2. Die ebene Welle . . . . .	6
2.3. Polarisation . . . . .	12
<b>3. Allgemeine Zusammenhänge und Begriffsdefinitionen</b>	<b>17</b>
3.1. Der Poynting-Vektor . . . . .	17
3.2. Antennengewinn und Richtfaktor . . . . .	18
3.3. Richtcharakteristik . . . . .	19
3.4. Halbwertsbreite und Halbwertswinkel . . . . .	21
3.5. Zusammenhang zwischen Gewinn und Richtcharakteristik . . . . .	22
3.6. Antennenwirkfläche . . . . .	25
3.7. Strahlungswiderstand . . . . .	27
<b>4. Der Hertz'sche Dipol</b>	<b>29</b>
4.1. Statische Felder . . . . .	30
4.2. Einführung der Elektrodynamische Potentiale . . . . .	31
4.3. Lösung der inhomogenen Wellengleichung . . . . .	33
4.4. Berechnung des Strahlungsfeldes . . . . .	37
4.4.1. Das Nahfeld des Hertzschen Dipols . . . . .	41
4.4.2. Das Fernfeld des Hertzschen Dipols . . . . .	41
4.5. Die Richtcharakteristik des Hertzschen Dipols . . . . .	42
4.6. Strahlungswiderstand, Gewinn und Wirkfläche des Hertzschen Dipols . . . . .	44
4.6.1. Gewinn und Richtfaktor . . . . .	45
4.6.2. Antennenwirkfläche . . . . .	46
4.7. Das Feldlinienbild des Hertzschen Dipols . . . . .	47

<b>5. Lineare Antennen (Stabstrahler)</b>	<b>51</b>
5.1. Allgemeines zu linearen Antennen . . . . .	51
5.2. Strahlungseigenschaften dünner linearer Antennen . . . . .	53
5.2.1. Homogen (konstant) belegte Antennen . . . . .	54
5.2.2. Sinusförmig belegte Antennen . . . . .	56
5.3. Eingangsimpedanz von Stabstrahlern . . . . .	62
5.4. Kapazitiv belastete Stäbe . . . . .	65
<b>6. Antennengruppen</b>	<b>67</b>
6.1. Berechnung des Gruppenfaktors . . . . .	67
6.2. Lineare Antennengruppen . . . . .	69
6.2.1. Zwei parallele Hertzsche Dipole . . . . .	75
6.2.2. Lineare Antennengruppen mit mehr als zwei Dipolen . . .	79
6.2.3. Stetig verteilte Dipole auf einer Geraden . . . . .	80
6.3. Ebene Antennengruppen . . . . .	94
<b>7. Aperturantennen (Flächenstrahler)</b>	<b>97</b>
7.1. Übersicht über technische Formen von Aperturantennen . . . . .	99
7.2. Rechteckige Aperturantenne . . . . .	102
7.3. Kreisförmige Aperturantenne . . . . .	105
7.4. Hornstrahler . . . . .	112
7.5. Linsenantennen . . . . .	117
<b>8. Dualitätsprinzip, duale Antennen, Schlitzantennen</b>	<b>121</b>
8.1. Magnetischer Dipol als dualer elektrischer Hertzscher Dipol . . .	122
8.1.1. Strahlungskenngrößen des magnetischen Dipols . . . . .	123
8.1.2. Praktische Ausführungen und Verwendung magnetischer Dipole . . . . .	125
8.2. Schlitzantennen . . . . .	127
<b>9. Mikrostreifenantennen</b>	<b>132</b>
9.1. Funktionsweise . . . . .	132
9.2. Höhere Moden . . . . .	134
9.3. Speisung einer Patchantenne . . . . .	135
9.4. Patchantennenarrays . . . . .	139
<b>10. Reflektoren, Direktoren, YAGI-Antennen</b>	<b>143</b>
10.1. Halbwellen-Faltdipol . . . . .	143

---

10.2. Längsstrahler mit strahlungserregten Elementen (YAGI-Antennen)	147
<b>11. Breitbandantennen</b>	<b>152</b>
11.1. Frequenzunabhängige Antennen (Selbstduale Antennen)	156
11.1.1. Spiralantennen	156
11.1.2. Logarithmisch-periodische Antennen	159
11.2. Wanderfeldantennen	161
11.2.1. Vivaldi-Antenne	164
<b>12. Antennenmesstechnik</b>	<b>165</b>
12.1. Die Antennenmeßstrecke	166
12.1.1. Fernfeldbedingung	168
12.1.2. Interferenzen zwischen Haupt- und Nebenstrahlung	175
12.1.3. Interferenzen zwischen direkter und reflektierter Leistung	175
12.2. Freiraummessungen	176
12.3. Der Absorbermeßraum	177
12.4. Die kompakte Fernfeldmeßstrecke	177
12.5. Die Nahfeldmeßstrecke	179
12.6. Messung der Richtcharakteristik	179
12.7. Gewinnmessung	181
12.7.1. Zwei-Antennen-Methode	182
12.7.2. Drei-Antennen-Methode	182
12.7.3. Gewinnvergleichsverfahren	183
12.8. Bestimmung des Wirkungsgrads	184
12.8.1. Bestimmung aus Gewinn und Richtfaktor	184
12.8.2. Bestimmung mittels Wheeler Cap	185
<b>13. Antennensystemtechnik</b>	<b>188</b>
13.1. Antennen mit fester Richtcharakteristik	188
13.1.1. Richtfaktor und geometrische Aperturfläche	189
13.1.2. Verluste	189
13.1.3. Eingangsexreflexionsfaktor der Antenne	191
13.1.4. Polarisationsanpassung	191
13.2. Aperturbelegung und Nebenkeulendämpfung	197
13.2.1. Belegungsfunktion und Richtcharakteristik	197
13.2.2. Charakteristik, Richtfaktor und Halbwertsbreite	197
13.2.3. Halbwertsbreite und Nebenzipfeldämpfung	198
13.2.4. Flächenwirkungsgrad	198

13.2.5. Antennenwirkfläche und Empfangsleistung . . . . .	201
13.3. Antenne mit schwenkbarer Richtcharakteristik . . . . .	201
13.3.1. Verhalten der Charakteristik beim Schwenken . . . . .	201
13.3.2. Anzahl der Beams bei schaltbarer Charakteristik . . . . .	205
13.3.3. EIRP und Leistungsdichte in der Apertur . . . . .	208
13.4. Systemrauschen . . . . .	209
13.4.1. Rauschtemperatur . . . . .	210
13.4.2. Rauschtemperatur einer Kettenschaltung . . . . .	211
13.4.3. Systemrauschtemperatur eines Satelliten-Empfängers . .	211
13.4.4. Antennenrauschtemperatur . . . . .	212
13.4.5. Verhältnis G/T . . . . .	213
13.4.6. Radom . . . . .	214
13.5. Die Gruppenantenne . . . . .	214
13.5.1. Gruppeneigenschaften: Eine Kombination aus Elementei- genschaften und Gruppenfaktor . . . . .	215
13.5.2. Grating-Lobes und Elementabstand . . . . .	218
13.5.3. Quantisierungskeulen und Untergruppengröße . . . . .	222
13.5.4. Aktive Eingangsimpedanz und Scan-Blindness . . . . .	228
<b>A. Anhang</b>	<b>230</b>
A.1. Schreibweise orts- und zeitabhängiger Größen . . . . .	230
A.2. Kugelkoordinatensystem . . . . .	231
A.3. Räumliche Ableitung der Felder . . . . .	234
A.4. Mathematische Symbole . . . . .	234
A.5. Verzeichnis der verwendeten Formelzeichen . . . . .	234
A.6. Verzeichnis der verwendeten Abkürzungen . . . . .	237

# 1. Allgemeines über Antennen

Antennen ermöglichen den Übergang zwischen der leitungsgebundenen Ausbreitung elektromagnetischer Wellen und der Wellenausbreitung im freien Raum. Dieser Übergang kann in beide Richtungen erfolgen. Eine Sendeantenne formt die Leitungswelle in eine sich im freien Raum ausbreitende Welle um. Bei einer Empfangsantenne wird einer sich im Raum ausbreitenden elektromagnetischen Welle Energie entnommen und in einer Leitungswelle weitergeführt. Prinzipiell ist jede Antenne sowohl als Sende- als auch als Empfangsantenne geeignet. Die Auswahl des Antennentyps und verschiedene konstruktive Gesichtspunkte hängen jedoch vom speziellen Anwendungsfall ab. Außer den gewünschten Strahlungseigenschaften spielen Frequenzbereich, Gewicht, Volumen und mechanische Stabilität eine Rolle. Mit abnehmender Wellenlänge nehmen auch die erforderlichen Antennenabmessungen ab. Die Grundidee aller Empfangsantennen ist es, aus einer ankommenden ebenen Welle auf der Basis des Durchflutungs- und/oder des Induktionsgesetzes einen Teil der Leistung auf die Anschlußleitung zu bringen. Aus dieser Idee heraus lassen sich drei prinzipielle Antennenformen unterscheiden:

- Schleifenantennen, in denen durch das ankommende magnetische Wechselfeld ein Strom induziert wird (Induktionsgesetz).
- Stabantennen, in denen durch das ankommende elektrische Feld ein Strom angeregt wird.
- Hohlleiterantennen, bei denen ein Teil aus dem äußeren Feld im Hohlleiter weitergeführt wird.

Entscheidend ist für alle Antennen, dass durch ihre Form und Lage die geeigneten Randbedingungen bezüglich der ankommenden ebenen Welle geschaffen werden. Bei den einfach zusammenhängenden Antennen (Hohlleiterantennen), ist es offensichtlich, daß für das elektrische und magnetische Feld die Randbedingungen (siehe [Zwi]) erfüllt sein müssen. Für Drahtantennen mit nicht einfach zusammenhängender Berandung gilt selbstverständlich jedoch das gleiche.

Antennen sind in den verschiedensten Formen bekannt, und es ist häufig schwierig zu ersehen, nach welchem Grundprinzip die Antenne gebaut ist. Manchmal können durchaus mehrere Grundideen gleichzeitig eingesetzt werden. Das meiste dessen, was man an einer Antenne sieht, dient dazu, den Bereich, aus dem man empfangen oder in den man senden will, zu bestimmen. In Bild 1.1 sind einige Beispiele für Antennenformen dargestellt, welche später im Detail untersucht werden.

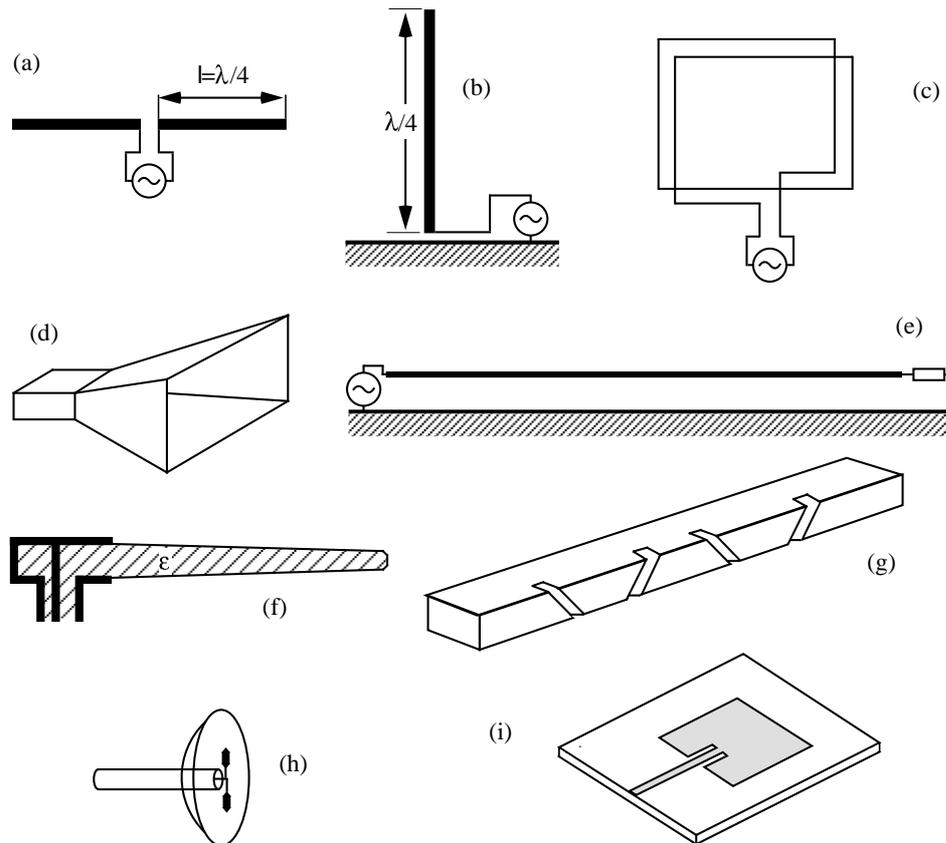


Abbildung 1.1.: Verschiedene Antennenformen: (a) Dipolantenne, (b) Linearantenne, (c) Rahmenantenne, (d) Hornstrahler, (e) Langdrahtantenne, (f) dielektrischer Strahler, (g) Schlitzantenne, (h) parabolische Reflektorantenne, (i) planare Antennen

Eine der häufigsten Antennenformen ist die Dipolantenne nach Bild 1.1a. Sie besteht im einfachsten Fall aus einem geraden Leiter, der an einer Stelle unterbrochen ist und dort durch eine HF-Spannung angeregt wird. üblicherweise

wird der Leiter in der Mitte unterbrochen und es gilt  $2l = \lambda/2$ .

Unter Ausnutzung des Stromspiegelungsprinzips können wir in der Symmetrieebene zwischen beiden Dipolhälften eine leitende Ebene anbringen und erhalten so die Linearantenne nach Bild 1.1b. Dieser Antennentyp wird häufig im Mittel- und Kurzwellenbereich verwendet, wobei der Erdboden als leitende Ebene dient.

Dual zur elektrischen Dipolantenne verhält sich die Rahmenantenne nach Bild 1.1c. Sie besteht aus einer oder mehreren Leiterwindungen, die durch einen HF-Strom angeregt werden.

Bild 1.1d zeigt den Hornstrahler als Beispiel für eine Mikrowellenantenne. Ist die Öffnung des Horns im Vergleich zur Wellenlänge groß, so läßt sich mit dem Hornstrahler eine gute Richtwirkung erzielen.

Wanderwellenantennen nach Bild 1.1e und 1.1f bestehen aus einem Wellenleiter, dessen Länge ein Vielfaches der Wellenlänge ist. In diesem Wellenleiter wird eine elektromagnetische Welle angeregt, deren Phasengeschwindigkeit etwa der Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Welle im freien Raum entspricht. Bild 1.1e zeigt eine im Kurzwellenbereich verwendete Langdrahtantenne. Der dielektrische Strahler nach Bild 1.1f wird im Mikrowellenbereich verwendet.

Werden in einem Leiter HF-Ströme durch Schlitze unterbrochen, so strahlen diese Schlitze ebenfalls Hochfrequenzenergie ab. Bild 1.1g zeigt eine derartige Schlitzantenne. Die Richtwirkung von Antennen kann durch Zusammenfassung mehrerer Antennen zu Antennengruppen oder durch Anordnung von Reflektoren erhöht werden. Bild 1.1h zeigt als Beispiel die Anordnung eines Dipols im Brennpunkt eines parabolischen Reflektors.

Planare Antennen nach Bild 1.1i werden dort eingesetzt, wo eine Abstrahlung quer zu einer leitenden Ebene gefordert ist. üblicherweise werden mehrere Einzelstrahler zu Feldern kombiniert, mit denen dann Richtwirkungen erzielt werden.

## 2. Theoretische Grundlagen

### 2.1. Maxwell'sche Gleichungen

Die vier Maxwell'schen Gleichungen wurden in den Jahren 1861 bis 1864 von James Clerk Maxwell entwickelt, wobei er im Wesentlichen die zu diesem Zeitpunkt entdeckten Gesetzmäßigkeiten das Ampèresche Gesetz, das Induktionsgesetz von Faraday und das Gaußsche Gesetz in einer vereinheitlichten Theorie zusammen fasste und um den Maxwell'schen Verschiebungsstrom ergänzte, um Konsistenz mit der Kontinuitätsgleichung zu erhalten. Die Maxwell'schen Gleichungen beschreiben die Wechselwirkung von elektrischen und magnetischen Wechselfeldern, sowie deren Erzeugung durch Ladungen und Ströme in einer geschlossenen Form. Sie sind die Grundlage der Elektrodynamik und der theoretischen Elektrotechnik. Die vollständigen Maxwell'schen Gleichungen lauten<sup>1</sup>:

---

<sup>1</sup>In der Literatur, z.B. [Bal05], wird manchmal eine nur theoretisch existierende magnetische Stromdichte  $\vec{M}$  eingeführt. Gleichung (2.1b) lautet dann  $\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{M}$ . Grund für die Einführung von  $\vec{M}$  ist die entstehende Symmetrie in den Maxwell-Gleichungen, die theoretische Betrachtungen teilweise vereinfacht.

Differentielle Form	Integralform
$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}$	$\oint_{\partial F} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_F \frac{d\vec{D}}{dt} \cdot d\vec{F} + \iint_F \vec{J} \cdot d\vec{F}$ (2.1a)
$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	$\oint_{\partial F} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\iint_F \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{F}$ (2.1b)
$\operatorname{div} \vec{B} = 0$	$\oiint_{\partial V} \vec{B} \cdot d\vec{F} = 0$ (2.1c)
$\operatorname{div} \vec{D} = \rho$	$\oiint_{\partial V} \vec{D} \cdot d\vec{F} = \iiint_V \rho \cdot dV$ (2.1d)

Im homogenen, isotropen, zeitinvarianten Medium gelten folgende wichtige Beziehungen:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}, \quad (2.2a)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (2.2b)$$

mit den skalaren Größen Permittivität oder Dielektrizität  $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$  und Permeabilität  $\mu = \mu_0 \mu_r$ . Für Vorgänge im strom- und ladungsfreien Raum gelten die Einschränkungen:

$$\rho = 0 \quad \text{ladungsfrei,} \quad (2.3)$$

$$\vec{J} = 0 \quad \text{stromfrei.} \quad (2.4)$$

Unter diesen Voraussetzungen vereinfachen sich die Maxwell'schen Gleichungen zu:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (2.5a)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad (2.5b)$$

$$\operatorname{div} \vec{H} = 0, \quad (2.5c)$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0. \quad (2.5d)$$

Im Folgenden wird in zwei Schritten vorgegangen. Zuerst wird die elektromagnetische Welle hergeleitet, die sich im freien Raum ausbreitet. Dazu müssen

die Gleichungen (2.5a)–(2.5d) gelöst werden (siehe Abschnitt 2.2). Später wird dann der Fall der Erzeugung einer elektromagnetischen Welle aus einem Strom bzw. einer Ladung betrachtet (siehe Kapitel 4).

## 2.2. Die ebene Welle

Die Gleichungen (2.5a)–(2.5d) sind ein System gekoppelter, partieller Differentialgleichungen. Um es zu lösen, sucht man zunächst Gleichungen, in denen jeweils nur einer der unbekanntenen Vektoren  $\vec{E}(x, y, z, t)$  bzw.  $\vec{H}(x, y, z, t)$  vorkommt. Durch Bilden der Rotation von Gl. (2.5b), Vertauschen der Reihenfolge der zeitlichen und räumlichen Differentiation und Einsetzen in Gl. (2.5a) folgt:

$$\begin{aligned}
 \text{rot rot } \vec{E} &= -\mu \text{rot } \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\
 &= -\mu \frac{\partial}{\partial t} (\text{rot } \vec{H}) \\
 &= -\mu \frac{\partial}{\partial t} \left( \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \\
 &= -\mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Unter Benutzung der Operatorenidentität

$$\text{rot rot} = \text{grad div} - \Delta \tag{2.7}$$

und mit  $\text{div } \vec{E} = 0$  gemäß der Voraussetzung nach Gl. (2.5d) folgt:

$$\Delta \vec{E} = \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2}. \tag{2.8}$$

Dies ist die Wellengleichung für das elektrische Feld.

In gleicher Weise kann man die Rotation der Gl. (2.5a), mit Vertauschen der Reihenfolge der zeitlichen und räumlichen Differentiation und Einsetzen von Gl. (2.5b), bilden. Das Ergebnis ist

$$\text{rot rot } \vec{H} = -\mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}. \tag{2.9}$$

Die Anwendung der Gl. (2.7) und Beachtung der Gl. (2.5c) führen zur Wellengleichung für das magnetische Feld:

$$\Delta \vec{H} = \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2}. \quad (2.10)$$

Auch wenn nun zwei getrennte Wellengleichungen für das elektrische und das magnetische Feld vorliegen, darf nicht vergessen werden, dass beide Felder gemäß Gleichungen 2.5a und 2.5b eindeutig verkoppelt sind.

Die Lösung der Wellengleichung kann in vielen unterschiedlichen Koordinatensystemen konstruiert werden [Bal05]. Hier wird nur das kartesische Koordinatensystem betrachtet. Da beide Wellengleichungen die gleiche Form haben, wird im Folgenden nur die Wellengleichung für das elektrische Feld 2.8 gelöst. Des Weiteren wird nun eine harmonische Zeitabhängigkeit und dazu die komplexe Schreibweise eingeführt:

$$\vec{E} = \vec{e}(x, y, z, t) = \operatorname{Re} \left\{ \underline{\vec{E}}(x, y, z) e^{j\omega t} \right\}, \quad (2.11a)$$

$$\vec{H} = \vec{h}(x, y, z, t) = \operatorname{Re} \left\{ \underline{\vec{H}}(x, y, z) e^{j\omega t} \right\}. \quad (2.11b)$$

Aus Gleichung 2.8 wird dann

$$\Delta \underline{\vec{E}} = -\omega^2 \mu \varepsilon \underline{\vec{E}} = -\beta^2 \underline{\vec{E}} = \frac{\partial^2 \underline{\vec{E}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \underline{\vec{E}}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \underline{\vec{E}}}{\partial z^2}. \quad (2.12)$$

mit der Wellenzahl

$$\beta^2 = \omega^2 \mu \varepsilon. \quad (2.13)$$

Diese Wellengleichung besteht aus drei unabhängigen und identischen Gleichungen für die drei Koordinatenachsen:

$$-\beta^2 \underline{E}_x = \frac{\partial^2 \underline{E}_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \underline{E}_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \underline{E}_x}{\partial z^2}, \quad (2.14a)$$

$$-\beta^2 \underline{E}_y = \frac{\partial^2 \underline{E}_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \underline{E}_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \underline{E}_y}{\partial z^2}, \quad (2.14b)$$

$$-\beta^2 \underline{E}_z = \frac{\partial^2 \underline{E}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \underline{E}_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \underline{E}_z}{\partial z^2} \quad (2.14c)$$

Die Gleichungen 2.14a–2.14c lassen sich durch den Separationsansatz

$$\underline{E}_{x,y,z}(x, y, z) = \underline{f}(x) \cdot \underline{g}(y) \cdot \underline{h}(z) \quad (2.15)$$

lösen. Eingesetzt in Gleichung 2.14a ergibt sich für die x-Komponente des elektrischen Feldes

$$\underline{g}\underline{h}\frac{\partial^2 \underline{f}}{\partial x^2} + \underline{f}\underline{h}\frac{\partial^2 \underline{g}}{\partial y^2} + \underline{f}\underline{g}\frac{\partial^2 \underline{h}}{\partial z^2} + \beta^2 \underline{f}\underline{g}\underline{h} = 0 \quad (2.16a)$$

$$\frac{1}{\underline{f}}\frac{\partial^2 \underline{f}}{\partial x^2} + \frac{1}{\underline{g}}\frac{\partial^2 \underline{g}}{\partial y^2} + \frac{1}{\underline{h}}\frac{\partial^2 \underline{h}}{\partial z^2} + \beta^2 = 0 \quad (2.16b)$$

$$-\beta_x^2 + -\beta_y^2 + -\beta_z^2 + \beta^2 = 0 \quad (2.16c)$$

mit den Lösungen (im Fall von  $f(x)$ ):

$$\underline{f}_1(x) = \underline{A}_1 e^{-j\beta_x x} + \underline{B}_1 e^{+j\beta_x x}, \quad (2.17a)$$

$$\underline{f}_1(x) = \underline{A}_2 \cos(\beta_x x) + \underline{B}_2 \sin(\beta_x x). \quad (2.17b)$$

Die Lösungen für die Gleichungen 2.14b–2.14c lassen sich analog bestimmen. Die erste Lösung in Gleichung 2.17a stellt eine sich ausbreitende Welle dar, wogegen Gleichung 2.17b eine stehende Welle repräsentiert. Eine detailliertere Betrachtung mit weiteren Lösungen auch für den Fall verlustbehafteter Medien findet sich in [Bal05].

Da hier vom freien Raum ohne Begrenzung ausgegangen wird, kommt nur die sich ausbreitende Welle in Frage wobei es auch hier wieder genügt, eine bestimmte Ausbreitungsrichtung zu betrachten. Im Folgenden wird eine sich in  $-z$ -Richtung ausbreitende Welle angenommen:

$$\vec{e}(x, y, z, t) = \text{Re} \left\{ \vec{E}(x, y) e^{j\beta_z z} e^{j\omega t} \right\}. \quad (2.18)$$

Da der Feldraum homogen und isotrop ist, gilt für eine sich in  $-z$ -Richtung ausbreitende Welle außerdem

$$\frac{\partial}{\partial x} = 0, \quad (2.19a)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = 0, \quad (2.19b)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \neq 0. \quad (2.19c)$$

$$(2.19d)$$

Nun müssen zwei Fälle unterschieden werden:

- Longitudinale Welle: Feld parallel zur Ausbreitungsrichtung (bedeutet hier:  $\underline{E}_x = 0$  und  $\underline{E}_y = 0$  und  $\underline{E}_z \neq 0$ ),

- Transversale Welle: Feld senkrecht zur Ausbreitungsrichtung (bedeutet hier:  $\underline{E}_x \neq 0$  und  $\underline{E}_y = 0$  und  $\underline{E}_z = 0$ , beliebige Felder senkrecht zur Ausbreitungsrichtung mit  $\underline{E}_y \neq 0$  müssen nicht betrachtet werden, da dies einfach durch Koordinatendrehung und Überlagerung aus dem Ergebnis bestimmt werden kann).

Die longitudinale, harmonische, sich in  $-z$ -Richtung ausbreitende Welle lautet

$$\vec{e}_z(x, y, z, t) = \text{Re} \left\{ \vec{\underline{E}}_z(x, y) e^{j\beta_z z} e^{j\omega t} \right\}. \quad (2.20)$$

Beachtet man nun, dass die Divergenz des elektrischen Feldes im ladungsfreien Raum verschwinden muss

$$\text{div } \vec{\underline{E}} = \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial z} = j\beta_z \underline{E}_z = 0 \quad (2.21)$$

folgt, dass  $\beta_z$  oder  $\underline{E}_z$  verschwinden müssen, d.h. die longitudinale Welle nicht existieren kann!

Die transversale, harmonische, sich in  $-z$ -Richtung ausbreitende Welle mit ausschließlich einer  $x$ -Komponente des elektrischen Feldes lautet

$$\vec{e}_x(x, y, z, t) = \text{Re} \left\{ \vec{\underline{E}}_x(x, y) e^{j\beta_z z} e^{j\omega t} \right\}. \quad (2.22)$$

Beachtet man nun wieder, dass die Divergenz des elektrischen Feldes im ladungsfreien Raum verschwinden muss

$$\text{div } \vec{\underline{E}} = \frac{\partial \underline{E}_x}{\partial x} = 0 \quad (2.23)$$

sieht man, dass transversale Wellen existieren können. Für die transversale Welle ergibt sich aus Gleichung 2.14a

$$\frac{\partial^2 \underline{E}_x}{\partial z^2} = -\beta^2 \underline{E}_x \quad (2.24)$$

Für Ausbreitung in  $-z$ -Richtung (2.18) ergibt sich

$$-\beta_z^2 \underline{E}_x = -\beta^2 \underline{E}_x. \quad (2.25)$$

Mit  $\underline{E}_x \neq 0$  folgt daraus

$$\beta_z = \beta \quad (2.26)$$

und damit wird aus Gleichung (2.18)

$$\vec{e}(x, y, z, t) = \text{Re} \left\{ \vec{\underline{E}}(x, y) e^{j\omega \sqrt{\mu\epsilon} z} e^{j\omega t} \right\} = \text{Re} \left\{ \vec{\underline{E}}(x, y) e^{j\omega \sqrt{\mu\epsilon} \left( z + \frac{t}{\sqrt{\mu\epsilon}} \right)} \right\}. \quad (2.27)$$

Die Welle breitet sich demnach mit der Geschwindigkeit

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{c_0}{\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}} \quad (2.28)$$

aus, wobei  $c_0$  die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist:

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} \quad (2.29)$$

Der Zusammenhang zwischen  $\underline{E}$  und  $\underline{H}$  resultiert aus den Gln. (2.5a) und (2.5b):

$$\underbrace{\frac{\partial H_z}{\partial y}}_{=0} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t}, \quad (2.30a)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \underbrace{\frac{\partial H_z}{\partial x}}_{=0} = \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t}, \quad (2.30b)$$

$$\underbrace{\frac{\partial H_y}{\partial x}}_{=0} - \underbrace{\frac{\partial H_x}{\partial y}}_{=0} = \varepsilon \underbrace{\frac{\partial E_z}{\partial t}}_{=0}, \quad (2.30c)$$

$$\underbrace{\frac{\partial E_z}{\partial y}}_{=0} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\mu \frac{\partial H_x}{\partial t}, \quad (2.31a)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \underbrace{\frac{\partial E_z}{\partial x}}_{=0} = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t}, \quad (2.31b)$$

$$\underbrace{\frac{\partial E_y}{\partial x}}_{=0} - \underbrace{\frac{\partial E_x}{\partial y}}_{=0} = -\mu \underbrace{\frac{\partial H_z}{\partial t}}_{=0}. \quad (2.31c)$$

Für harmonische Schwingung und Ausbreitung in  $-z$ -Richtung bleibt von den obigen Gleichungen:

$$-j\beta \underline{H}_y = j\omega\varepsilon \underline{E}_x, \quad (2.32a)$$

$$j\beta \underline{H}_x = j\omega\varepsilon \underline{E}_y, \quad (2.32b)$$

$$(2.32c)$$

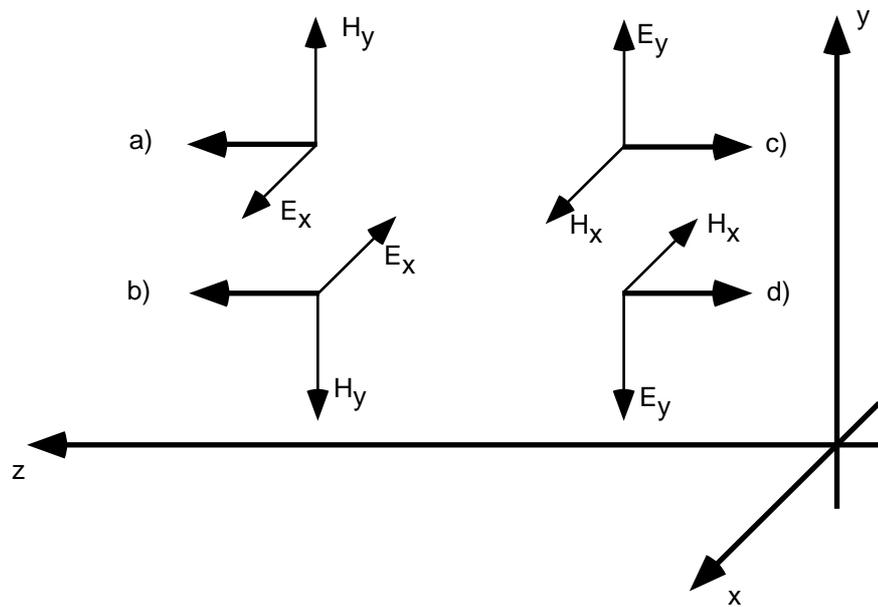


Abbildung 2.1.: Ebene Wellen in positive  $z$ -Richtung (a und b) und negative  $z$ -Richtung (c und d)

$$-j\beta \underline{E}_y = -j\omega\mu \underline{H}_x, \quad (2.33a)$$

$$j\beta \underline{E}_x = -j\omega\mu \underline{H}_y. \quad (2.33b)$$

$$(2.33c)$$

Mit Gleichung 2.13 zeigt sich, dass die Gleichungen 2.32a und 2.33b sowie 2.32b und 2.33a jeweils identisch sind. Man erkennt außerdem, dass das elektrische und das magnetische Feld im freien Raum immer orthogonal zueinander und zur Ausbreitung (siehe auch Bild 2.1) stehen und dass beide Felder immer in Phase und zueinander proportional sind:

$$\underline{E}_y = \frac{\omega\mu_0}{\beta} \underline{H}_x = Z_{F0} \underline{H}_x, \quad (2.34)$$

$$\underline{E}_x = -\frac{\omega\mu_0}{\beta} \underline{H}_y = -Z_{F0} \underline{H}_y.$$

$Z_{F0}$  ist der Feldwellenwiderstand des freien Raumes:

$$Z_{F0} = \frac{\omega\mu_0}{\beta} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120 \pi \Omega \approx 377 \Omega. \quad (2.35)$$

Für Ausbreitung im Material wird  $\epsilon_0$  durch  $\epsilon_0\epsilon_r$  und  $\mu_0$  durch  $\mu_0\mu_r$  ersetzt. Dies ergibt:

$$Z_{F\mu\epsilon} = \frac{\omega\mu}{\beta_{\mu\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0\mu_r}{\epsilon_0\epsilon_r}} = Z_{F0}\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}. \quad (2.36)$$

Man spricht von einer transversal elektro-magnetischen Welle (TEM-Welle), wenn sowohl elektrische als auch magnetische Feldstärke ausschließlich senkrecht zur Ausbreitungsrichtung existieren und wenn die Momentanwerte der Feldgrößen nicht von den Koordinaten senkrecht zur Ausbreitungsrichtung abhängen. Eine solche Welle, die sich dazu gleichzeitig perfekt geradlinig ausbreitet, wird auch als ebene Welle bezeichnet.

Um nun die Ausbreitung der Welle in eine beliebige Richtung beschreiben zu können, wird die Phasenkonstante  $\beta$  als Vektor dargestellt, der in Ausbreitungsrichtung orientiert ist:

$$\vec{\beta} = \beta_x\vec{e}_x + \beta_y\vec{e}_y + \beta_z\vec{e}_z, \quad (2.37)$$

mit

$$\beta = |\vec{\beta}| = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (2.38)$$

## 2.3. Polarisation

Allgemein ist *Polarisation* die Eigenschaft einer monofrequenten elektromagnetischen Welle, die den Betrag und die Richtung des elektrischen Feldvektors als Funktion des Ortes und der Zeit beschreibt. Anschaulich ausgedrückt: Die Polarisation einer Welle beschreibt den räumlichen und zeitlichen Verlauf der Spitze des elektrischen Feldvektors.

In der Antennentechnik verwendet man die IEEE-Definition (siehe unten). Hierbei interessiert man sich hauptsächlich für die Polarisationseigenschaften von ebenen Wellen oder von Wellen, die als eben betrachtet werden können. Dann genügt es, die Polarisation des elektrischen Feldes anzugeben, da ein eindeutiger Zusammenhang zwischen  $\vec{E}$  und  $\vec{H}$  über den Feldwellenwiderstand  $Z_F$  besteht.

Im Fernfeld einer Antenne liegt somit der elektrische Feldvektor in einer Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Welle. Der Extremwert des Feldvektors bewegt sich im allgemeinsten Fall auf einer elliptischen Spirale in Ausbreitungsrichtung (Bild 2.2). Man spricht von *elliptischer* Polarisation.

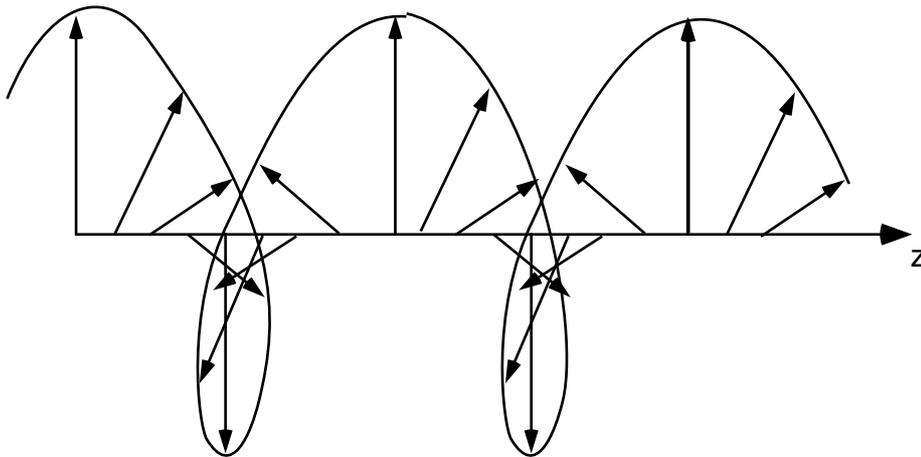


Abbildung 2.2.: Momentanbild einer elliptisch polarisierten Welle

Die Komponenten des elektrischen Feldes in  $x$ - und  $y$ -Richtung lauten dabei:

$$E_x = E_{x0} \cos(\omega t - \beta_z z + \varphi_x) = \operatorname{Re} \left\{ \underline{E}_{x0} e^{j(\omega t - \beta_z z)} \right\} \quad \text{mit } \underline{E}_{x0} = E_{x0} e^{j\varphi_x}, \quad (2.39)$$

$$E_y = E_{y0} \cos(\omega t - \beta_z z + \varphi_y) = \operatorname{Re} \left\{ \underline{E}_{y0} e^{j(\omega t - \beta_z z)} \right\} \quad \text{mit } \underline{E}_{y0} = E_{y0} e^{j\varphi_y}. \quad (2.40)$$

Im folgenden wird die  $x$ -Richtung parallel zur Erdoberfläche und die  $y$ -Richtung senkrecht dazu angenommen.

Die *lineare* Polarisierung stellt einen Spezialfall der elliptischen Polarisierung dar. Bei ihr schwingt der Endpunkt des elektrischen Feldvektors in einer Ebene, die durch den Feldvektor und die Ausbreitungsrichtung aufgespannt wird (Bild 2.3). Der elektrische Feldvektor lässt sich in die Komponenten  $E_x$  und  $E_y$  zerlegen.  $E_x$  und  $E_y$  schwingen dabei in Phase ( $\varphi = \varphi_x = \varphi_y$ ).

Als Bezug für die Polarisationsrichtung einer linear polarisierten Welle wird häufig die Erdoberfläche angegeben. Steht der  $\vec{E}$ -Feldvektor senkrecht zur Erdoberfläche, so spricht man von *vertikaler* Polarisierung ( $E_x = 0$ ), liegt er parallel dazu, von *horizontaler* Polarisierung ( $E_y = 0$ ). Jede beliebig linear polarisierte Welle kann in zwei phasengleiche Teilwellen zerlegt werden, die horizontal bzw. vertikal polarisiert sind.

Eine elliptisch polarisierte Welle lässt sich ebenfalls aus zwei zueinander senkrecht linear polarisierten Teilwellen mit unterschiedlicher Amplitude  $E_{x0}$ ,  $E_{y0}$  und gegenseitiger Phasenverschiebung  $\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x$  zusammensetzen. Ist  $|\Delta\varphi| = 90^\circ$  und haben beide Teilwellen gleiche Amplituden ( $E_{x0} = E_{y0}$ ), so resultiert als weiterer Spezialfall die *zirkular* polarisierte Welle. Der elektrische

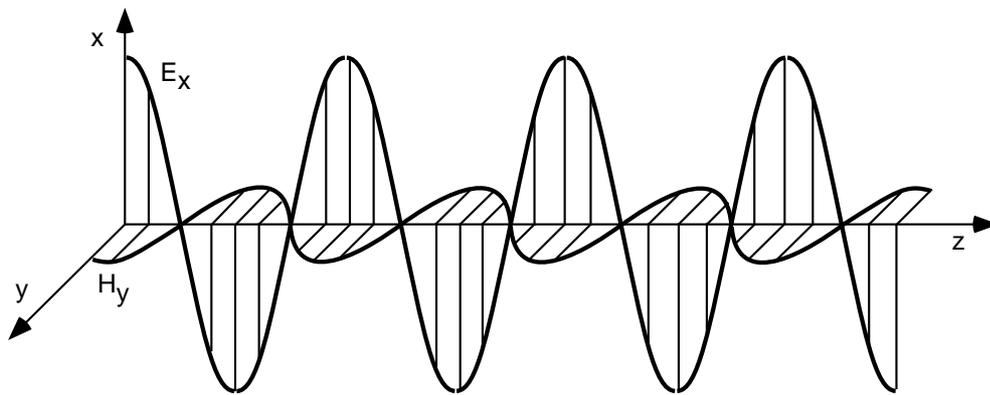


Abbildung 2.3.: Momentanbild einer linear polarisierten ebenen Welle

Feldvektor schraubt sich dabei entlang einer kreisförmigen Spirale in Ausbreitungsrichtung.

Zur eindeutigen Charakterisierung einer elliptisch bzw. zirkular polarisierten Welle muss noch die Drehrichtung der Spirale angegeben werden. Man betrachtet eine ortsfeste Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung und definiert: Für einen Beobachter, der in Richtung der Ausbreitung schaut, dreht sich der Vektor des  $E$ -Feldes in dieser Ebene für *rechtshändige* Polarisation im Uhrzeigersinn ( $\Delta\varphi = 3\pi/2 = -\pi/2$ ). Für die Gegendrehrichtung spricht man von *linkshändiger* Polarisation ( $\Delta\varphi = \pi/2$ ) (Definition nach IEEE-Standard). In der Optik verwendet man eine andere Definition, da man dort nicht in Ausbreitungsrichtung der Welle schaut, sondern die Welle auf sich zukommen sieht.

Als zusätzliche Merkmale gibt man für elliptisch polarisierte Wellen im allgemeinen die räumliche Orientierung (Winkel)  $\tau$  ( $\tau = \text{tilt angle}$ ) der Ellipse in Bezug auf eine Referenzebene (hier  $x$ - $y$ -Ebene) sowie das sogenannte *Achsverhältnis*  $\gamma$  (Verhältnis der Nebenachse zur Hauptachse der Ellipse) an (Bild 2.4). Das Achsverhältnis kann auch über das Winkelmaß  $\epsilon$  ( $\epsilon = \text{ellipticity}$ ) angegeben

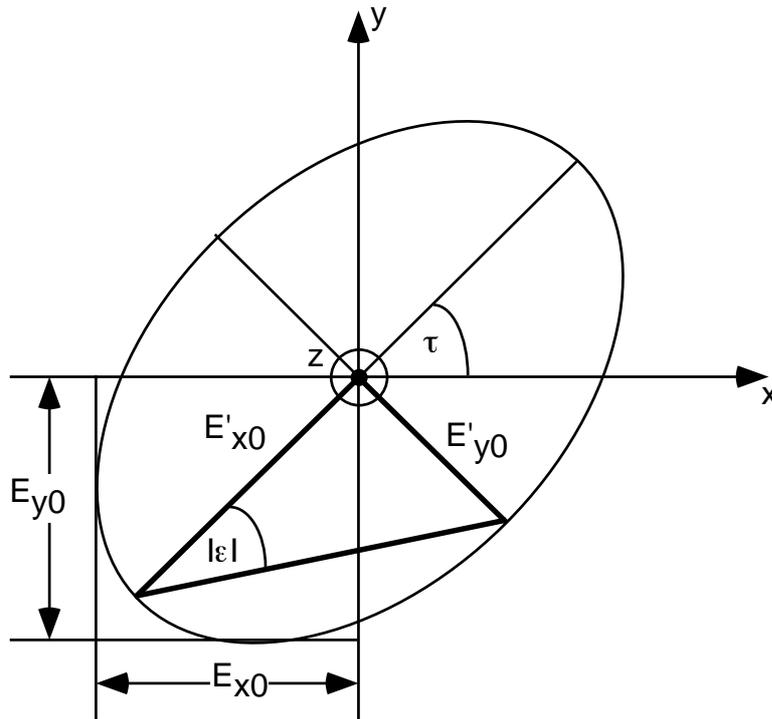


Abbildung 2.4.: Ortskurve des elektrischen Feldvektors einer ebenen elliptisch polarisierten Welle für  $z = 0$  als Funktion der Zeit

werden. Es ergibt sich

$$\tau = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arctan \left[ \frac{2E_{x0}E_{y0}}{E_{x0}^2 - E_{y0}^2} \cos(\Delta\varphi) \right], \quad (2.41)$$

$$\gamma = \frac{E'_{x0}}{E'_{y0}}, \quad (2.42)$$

$$\varepsilon = \arctan \gamma = \arctan \frac{E'_{x0}}{E'_{y0}}, \quad (2.43)$$

$$E'_{x0} = \sqrt{\frac{1}{2} \left( E_{x0}^2 + E_{y0}^2 + \sqrt{E_{x0}^4 + E_{y0}^4 + 2E_{x0}^2E_{y0}^2 \cos(2\Delta\varphi)} \right)}, \quad (2.44)$$

$$E'_{y0} = \sqrt{\frac{1}{2} \left( E_{x0}^2 + E_{y0}^2 - \sqrt{E_{x0}^4 + E_{y0}^4 + 2E_{x0}^2E_{y0}^2 \cos(2\Delta\varphi)} \right)}. \quad (2.45)$$

In Bild 2.5 sind Ortskurven des elektrischen Feldvektors für verschiedene Kombinationen von  $\varepsilon$  und  $\tau$  dargestellt. üblicherweise wird der Polarisationszustand auf der Poincaré-Kugel mit Hilfe der Winkel  $2\varepsilon$ ,  $2\tau$  dargestellt (Bild 2.6).

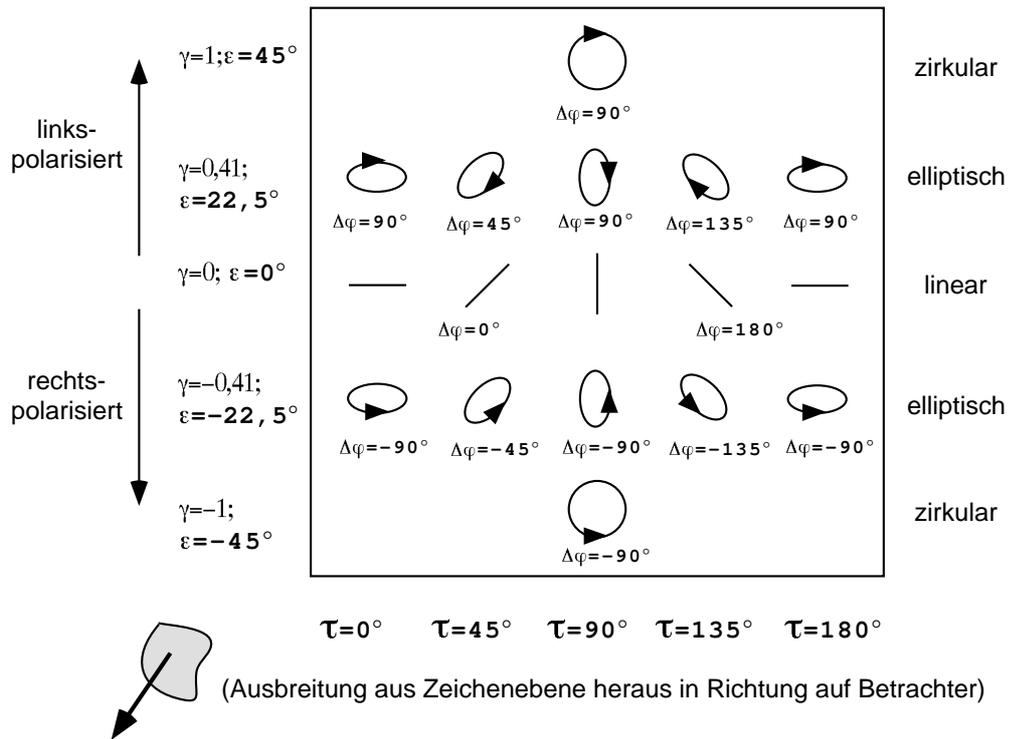


Abbildung 2.5.: Polarisationszustände elektromagnetischer Wellen als Funktion von  $\varepsilon$  und  $\tau$

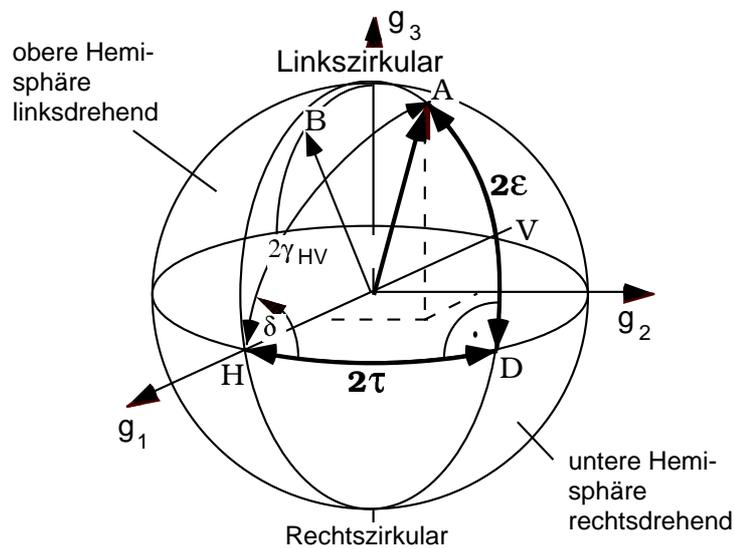


Abbildung 2.6.: Darstellung des Polarisationszustandes auf der Poincaré-Kugel

# 3. Allgemeine Zusammenhänge und Begriffsdefinitionen

## 3.1. Der Poynting-Vektor

Der Poynting-Vektor  $\vec{S}$  ist der Vektor der Leistungsflußdichte und somit das Vektorprodukt aus  $\vec{E}$  und  $\vec{H}$ :

$$\vec{S}(x, y, z, t) = \vec{E}(x, y, z, t) \times \vec{H}(x, y, z, t). \quad (3.1)$$

Bei harmonischen Zeitvorgängen führt man einen komplexen Poynting-Vektor ein

$$\underline{S} = \frac{1}{2} (\underline{E} \times \underline{H}^*) \quad \text{bzw.} \quad \text{Re} \{ \underline{S} \} = \overline{s(t)}, \quad (3.2)$$

wobei der Realteil die zeitlich gemittelte Wirkleistungsdichte darstellt.

Da bei einer ebenen Welle im freien Raum  $\underline{E}$  und  $\underline{H}$  immer senkrecht aufeinander stehen und in Phase sind, vereinfacht sich Gl. (3.2) zu:

$$\underline{S} = \frac{1}{2} \underline{E} \underline{H}^* = \frac{1}{2} \frac{|\underline{E}|^2}{Z_{F0}} = \frac{1}{2} |\underline{H}|^2 Z_{F0}. \quad (3.3)$$

In hinreichend großer Entfernung von einer Sendeantenne kann man mit einer lokal ebenen Welle rechnen, in Kugelkoordinaten existiert dann nur eine radiale Komponente des Poynting-Vektors

$$\underline{S}_r = S_r = \frac{1}{2} \underline{E}_\theta \underline{H}_\phi^*. \quad (3.4)$$

Denkt man sich eine Kugeloberfläche in hinreichend großem Abstand  $r$  mit der Sendeantenne als Mittelpunkt, dann muß die gesamte abgestrahlte Leistung durch die Kugeloberfläche  $F$  hindurchtreten:

$$P_s = \int_F |\underline{S}| d\vec{f} = \int_F S_r df \quad r \rightarrow \infty. \quad (3.5)$$

$F$  ist die gesamte Kugeloberfläche,  $df$  das Flächenelement auf der Kugel:

$$P_S = r^2 \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} S_r \sin\theta \, d\theta \, d\psi \quad r \rightarrow \infty. \quad (3.6)$$

## 3.2. Antennengewinn und Richtfaktor

Der Antennengewinn wird hier anhand einer Sendeantenne behandelt, die Ableitungen sind äquivalent für Empfangsantennen. Praktisch ausgeführte Antennen strahlen ihre Energie in bestimmte Raumrichtungen bevorzugt ab. Sie besitzen eine Richtwirkung. Diese Eigenschaft wird u.a. durch den Richtfaktor (directivity) und den Antennengewinn beschrieben. Zu seiner Definition benötigt man neben der eigentlichen Antenne eine Bezugsantenne. Verglichen wird in der Regel mit einem fiktiven Kugelstrahler, auch isotroper Strahler genannt, der in alle Raumrichtungen gleichmäßig abstrahlt, jedoch praktisch nicht verwirklicht werden kann. Die abgestrahlte Leistung  $P_S$  verteilt sich im Abstand  $r$  auf einer Kugeloberfläche  $4\pi r^2$ . Die Leistungsdichte  $S_i$  des isotropen Kugelstrahlers in diesem Abstand beträgt daher

$$|\vec{S}| = S_i = \frac{P_S}{4\pi r^2}. \quad (3.7)$$

Der Index  $i$  weist auf den isotropen Strahler als Bezugsantenne hin.

Anstelle des Kugelstrahlers wird jetzt die zu untersuchende Antenne an denselben Ort gebracht und mit derselben Leistung  $P_S$  gespeist.

Der Richtfaktor  $D_i$  ist definiert als das Verhältnis der maximalen Leistungsdichte  $S_{r\max}$  der Antenne zur Leistungsdichte der Bezugsantenne, in diesem Fall des Kugelstrahlers. Im Fernfeld gilt:

$$D_i = \frac{S_{r\max}}{S_i} = 4\pi r^2 \frac{S_{r\max}}{P_S}. \quad (3.8)$$

Der Richtfaktor wird i.a. logarithmisch angegeben:

$$D_i = 10 \log D_i \quad [\text{dBi}]. \quad (3.9)$$

Der Richtfaktor einer Antenne ist vollständig durch deren Strahlungsfeld, d.h. durch ihre Richtcharakteristik beschrieben. Er ist ein Maß für die Eigenschaft

der Antenne, Energie vorzugsweise nur in eine Richtung abzustrahlen, bzw. nur aus einer Richtung zu empfangen.

Der Gewinn  $G$  einer Antenne ist aus dem Verhältnis der dem Kugelstrahler zugeführten Leistung  $P_{KS}$  zur Leistung  $P_S$ , die der Antenne zugeführt wird, bestimmbar, wenn beide Leistungen so eingestellt wurden, daß in gleicher Entfernung im Fernfeld  $S_{rmax} = S_i$  wird. Der Zusammenhang zwischen  $G$  und  $D$  ist durch den Antennenwirkungsgrad  $\eta$  mit  $0 \leq \eta \leq 1$  gegeben:

$$G = \eta D. \quad (3.10)$$

Bei verlustlosen Antennen sind Gewinn und Richtfaktor identisch. Der meßtechnisch ermittelte Antennengewinn  $G$  wird in der Praxis häufiger als der Richtfaktor  $D$  verwendet. Dies liegt in der Tatsache begründet, daß der rechnerisch ermittelte Richtfaktor für verlustlose Antennen definiert ist, was bei verlustbehafteten Antennen zu Fehlbeurteilung der Antenne führen kann.

Es sei hier darauf hingewiesen, daß der Gewinn einer Antenne nichts mit Verstärkung zu tun hat. Es handelt sich um ein Verhältnismaß, das die Leistungsdichte der Antenne in einer bestimmten Richtung mit der Leistungsdichte eines isotropen Strahlers vergleicht, der mit derselben Leistung gespeist wird. Die Leistung, welche von der Antenne in einer Richtung durch Bündelung vermehrt abgestrahlt wird, wird der Abstrahlung in andere Richtungen entzogen.

Wegen der Gültigkeit des Umkehrsatzes hängt der Gewinn einer Antenne nicht davon ab, ob sie als Sende- oder als Empfangsantenne betrieben wird.

### 3.3. Richtcharakteristik

Der Gewinn liefert eine zwar wichtige, aber nur integrale Aussage bezüglich der Antenne. In der Regel will man das Abstrahl- oder Empfangsverhalten abhängig von  $\theta$  und  $\psi$  wissen. Dieses ist definiert durch die Richtcharakteristik  $C(\theta, \psi)$ :

$$C(\theta, \psi) = \frac{|\vec{E}(\theta, \psi)|}{|\vec{E}(\theta, \psi)|_{\max}} \Bigg|_{\substack{r=\text{const.} \\ r \rightarrow \infty}} = \frac{|\vec{H}(\theta, \psi)|}{|\vec{H}(\theta, \psi)|_{\max}} \Bigg|_{\substack{r=\text{const.} \\ r \rightarrow \infty}}. \quad (3.11)$$

$\vec{E}$  und  $\vec{H}$  sind die Feldstärken im Fernfeld auf einer Kugeloberfläche,  $\vec{E}_{\max}$  und  $\vec{H}_{\max}$  die dabei auftretenden Maxima.

Durch die Normierung auf  $\vec{E}_{\max}$  entfällt die Abhängigkeit von  $r$  (sie ist gleichermaßen in  $\vec{E}(\theta, \psi)$  und  $\vec{E}_{\max}$  enthalten). Damit wird die Richtcharakteristik eine Funktion lediglich der Richtung  $(\theta, \psi)$ . Sie ist eine dimensionslose Größe, deren Betrag zwischen Null und Eins liegt.

Zur Darstellung der *Richtcharakteristik* werden die normierten Feldstärkekomponenten als Funktion der Winkel  $\theta$  und  $\psi$  in einem räumlichen Koordinatensystem aufgetragen. Als *Richtdiagramm* bezeichnet man die zweidimensionale Darstellung, die sich durch einen ebenen Schnitt durch die räumliche Richtcharakteristik ergibt. Wenn die Schnittebene in der Vertikalen liegt, spricht man von einem Vertikaldiagramm, wenn die Schnittebene waagrecht liegt entsprechend von einem Horizontaldiagramm.

Die auf einen Maximalwert von 1 skalierte Richtcharakteristik  $C(\theta, \psi)$  macht lediglich eine Aussage über den relativen Betrag der Feldstärke in einer ausgewählten Richtung  $((\theta, \psi)$ , nicht jedoch über die Orientierung des Feldstärkevektors (Polarisation) oder die Phase. In Funkssystemen zum Beispiel ist jedoch einerseits die Berücksichtigung der Polarisations-eigenschaften der Sendean-tenne und andererseits die vollpolarimetrische Berechnung der Ausgangsspannung der Empfangsantennen notwendig. Hierzu ist die Definition der Fernfeld-Richtcharakteristik (3.11) unzureichend.

Eine vollständige Beschreibung des Fernfeldes muß daher auf der Amplituden-Richtungs- und Phaseninformation des komplexen vektoriellen Feldes für große Entfernungen beruhen. Geleistet wird dies durch die Definition einer *komplexen vektoriellen Richtcharakteristik*

$$\vec{C}(\theta, \psi) = \frac{\vec{E}(r, \theta, \psi)e^{j\beta_0 r}}{\left| \vec{E}(r, \theta, \psi)e^{j\beta_0 r} \right|_{\max} \Big|_{r=\text{const} \rightarrow \infty}} = \underline{C}_\theta(\theta, \psi)\vec{e}_\theta + \underline{C}_\psi(\theta, \psi)\vec{e}_\psi \quad (3.12)$$

$$\text{mit } \underline{C}_{\theta, \psi} = \frac{\underline{E}_{\theta, \psi}(r, \theta, \psi)e^{j\beta_0 r}}{\left| \underline{E}_{\theta, \psi}(r, \theta, \psi)e^{j\beta_0 r} \right|_{\max} \Big|_{r=\text{const} \rightarrow \infty}}, \quad (3.13)$$

wobei  $\vec{e}_\theta$  und  $\vec{e}_\psi$  die lokalen Einheitsvektoren in sphärischen Koordinaten kennzeichnen und die Phasenreferenz am Antennentor ohne Beschränkung der Allgemeinheit zu 0 gesetzt wurde. Die so definierte Richtcharakteristik enthält die vollständige Information bezüglich Betrag, Phase und Polarisation. Da in (3.12), (3.13) der Phasenterm  $e^{-j\beta_0 r}$  einer Kugelwelle durch den Faktor  $e^{+j\beta_0 r}$  kompensiert wird, ist gewährleistet, daß außer dem Betrag auch die Phase der komplexen vektoriellen Richtcharakteristik unabhängig vom Abstand ist. Aus Gründen

der Reziprozität, d.h. der Umkehrbarkeit des Übertragungsweges, besitzt die für eine Sendeantenne definierte Richtcharakteristik auch für den Empfangsfall Gültigkeit.

Wie unmittelbar zu erkennen ist, besteht zwischen der üblichen reellen skalaren und der komplexen vektoriellen Definition der Richtcharakteristik der einfache Zusammenhang:

$$C(\theta, \psi) = |\vec{C}(\theta, \psi)| = \sqrt{|C_\theta(\theta, \psi)|^2 + |C_\psi(\theta, \psi)|^2}. \quad (3.14)$$

### 3.4. Halbwertsbreite und Halbwertswinkel

Als Halbwertsbreite ( $\theta_{HB}$ ) oder 3dB-Breite bei einem Strahlungsmaximum (räumlich: Strahlungskeule) bezeichnet man den Winkelbereich, an dessen Grenzen die Strahlungsdichte halb so groß wie im Maximum ist (d.h. 3 dB weniger).

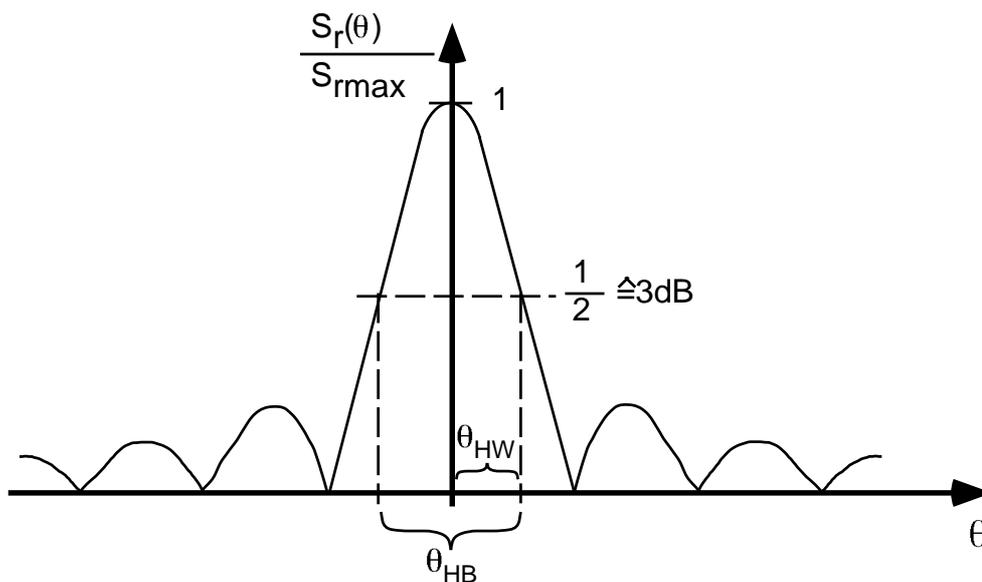


Abbildung 3.1.: Definition von Halbwertsbreite und Halbwertswinkel

Als Halbwertswinkel ( $\theta_{HW}$ ) bei einem Strahlungsmaximum (-Keule) bezeichnet man den Winkel zwischen der Richtung des Strahlungsmaximums und der Richtung, in der die Strahlungsleistung halb so groß ist wie im Maximum. Ist

das Richtdiagramm in der Umgebung des Strahlungsmaximums spiegelsymmetrisch, so ist die Halbwertsbreite gleich dem doppelten Halbwertswinkel.

### 3.5. Zusammenhang zwischen Gewinn und Richtcharakteristik

Zur Berechnung des Gewinns benötigen wir die gesamte Strahlungsleistung und die maximale Leistungsdichte. Aus Gl. (3.6) folgt mit Gl. (3.3):

$$\begin{aligned}
 P_s &= r^2 \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \frac{E^2}{2 Z_{F0}} \sin \theta \, d\theta \, d\psi \\
 &= r^2 \frac{E_{\max}^2}{2 Z_{F0}} \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \frac{E^2}{E_{\max}^2} \sin \theta \, d\theta \, d\psi \\
 &= r^2 \frac{E_{\max}^2}{2 Z_{F0}} \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} C^2(\theta, \psi) \sin \theta \, d\theta \, d\psi .
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Die maximale Leistungsdichte ergibt sich mit Gl. (3.3) zu

$$S_{r \max} = \frac{E_{\max}^2}{2 Z_{F0}} . \tag{3.16}$$

Für den Gewinn nach Gl. (3.8) erhält man

$$G_i = \eta D_i = \eta \cdot 4\pi r^2 \frac{S_{r \max}}{P_s} , \tag{3.17}$$

$$G_i = \eta D_i = \eta \frac{4\pi}{\int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} C^2(\theta, \psi) \sin \theta \, d\theta \, d\psi} . \tag{3.18}$$

Für viele Antennen ist es in der Praxis jedoch unmöglich oder zu zeitraubend, das komplette dreidimensionale Richtdiagramm aufzunehmen. Aus diesem Grund wurde bereits sehr früh (vor den vierziger Jahren des zwanzigsten Jahrhunderts, in einer Zeit ohne Rechner) nach Wegen gesucht, das Integral im Nenner von (3.18) zu approximieren und auf diese Weise einfachere Näherungsformeln zur Berechnung des Richtfaktors aus den Diagrammdaten zu erhalten.

Durchgesetzt haben sich Näherungsformeln welche die Halbwertsbreiten  $\theta_{HB}$  und  $\psi_{HB}$  der Richtcharakteristik in den beiden (normalerweise orthogonalen) Hauptschnittebenen verwenden:

$$G_i = \eta D_i = \eta \frac{4\pi}{\int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} C^2(\theta, \psi) \sin \theta \, d\theta \, d\psi} \approx \frac{4\pi}{a \theta_{HB} \psi_{HB}} \approx \frac{DB}{\theta_{HB} \psi_{HB}}. \quad (3.19)$$

Zur Bestimmung dieser Näherungsformeln wird nach (3.19) vorgegangen. Für eine bekannte — analytisch zu integrierende — Richtcharakteristik wird das Integral im Nenner von (3.19) bzw. im Nenner von (3.18) berechnet. Durch Vergleich des Integralwertes mit dem Produkt der Halbwertsbreiten wird der Faktor  $a$  in (3.19) bestimmt. Am Ende entsteht eine Näherungsformel wie sie in (3.19) ganz rechts angeschrieben ist. Der Faktor  $DB$  (Directivity-Beamwidth) ist ein Zahlenwert, der nur noch von der Winkeleinheit (Grad oder RAD) abhängt.

Für verschiedene angenommene Richtcharakteristiken ergeben sich naturgemäß verschiedene Werte für  $DB$ . Tabelle 3.1 gibt eine Übersicht über die verschiedenen in der Literatur angenommenen Richtcharakteristiken und deren  $DB$ -Wert.

Die einfachste Aperturbelegung ist die konstante Strombelegung über die gesamte Apertur (Antenne). Für die rechteckige Antenne ergibt sich ein Wert von 32383 [deg<sup>2</sup>] (Fall 3), für die kreisrunde Antenne errechnet man 33709 [deg<sup>2</sup>] (Fall 5). Eine weitere, insbesondere für Hornantennen (siehe Kapitel 7) interessante Belegung die ebenfalls auf einer rechteckigen Apertur basiert, ist konstant über der ersten Koordinatenrichtung und cosinusförmig über der zweiten Koordinatenrichtung. Mit dieser Belegung errechnet sich ein  $DB$ -Wert von 35230 [deg<sup>2</sup>] (Fall 4). Gauß-förmige oder  $\cos^n$ -förmige Belegungen besitzen keine Nebenkeulen. Eine einfache Approximation dieses Falls ist eine „quadratische“ Charakteristik, die alle Abstrahlung in einem Raumwinkel  $\Omega = \theta_{HB} \cdot \psi_{HB}$  konzentriert und zu einem  $DB$ -Wert von 41253 [deg<sup>2</sup>] (Fall 1) führt. Denkt man sich eine kegelförmige Richtcharakteristik, deren Durchmesser am Kegelfuß genau  $\theta_{HB}$  entspricht, so erhält man einen Wert von 42525 [deg<sup>2</sup>] (Fall 2). Die Fälle 1 und 2 findet man sehr häufig in der Literatur. Sie treffen jedoch nur auf Fälle zu, in denen der Beam als rechteckig bzw. konisch angesehen werden kann und die Charakteristik keine Nebenkeulen aufweist. Dann beispielsweise kann für eine idealisierte Antenne ( $\eta = 1$ ), die ihre gesamte Leistung in einen

Fall	Richtcharakteristik bzw. Antenne	Directivity-Beamwidth Produkt $DB$ [deg <sup>2</sup> ]
1	Rechteckförmige Charakteristik ohne Nebenkeulen	41253
2	Kegelförmige Charakteristik ohne Nebenkeulen	42525
3	Konstant belegte rechteckförmige Apertur	32383
4	Rechteckige Apertur, die in einer Richtung konstant, in der anderen Richtung cosinusförmig belegt ist	35230
5	Konstant belegte runde Apertur	33709
6	Runde Apertur mit einer "parabolic-on-a-12-dB-pedestrian" Belegung	38933
7	Allgemein für reale Antennen	26000

Tabelle 3.1.: Directivity-Beamwidth für verschiedene Richtcharakteristiken

Raumwinkel  $\Omega$  mit gleicher Dichte abstrahlt (Fall 1),

$$G = \frac{DB}{\Omega} = \frac{41253}{\theta_{HB}^{\circ} \psi_{HB}^{\circ}} \quad (3.20)$$

angesetzt werden. Ansonsten geben die Fälle 1 und 2 eine zu optimistische Abschätzung der Directivity und damit des Gewinns der Antenne. Die Fälle 3 bis 6 beschreiben Charakteristiken mit idealen Nullstellen und von der Hauptkeule nach außen abnehmenden Nebenzipfeln. Dies trifft im allgemeinen auf theoretisch berechnete Charakteristiken zu. In der Praxis sorgen jedoch Ungenauigkeiten bei der Herstellung sowie nicht erwünschte bzw. nicht modellierbare Nebeneffekte für höhere Nebenkeulen und das Auffüllen von Nullstellen in der Charakteristik. Für reale Antennen hat sich daher ein kleinerer Wert für  $DB$ , der mit Fall 7 bezeichnet ist, bewährt. Insbesondere für Halbwertsbreiten  $\theta_{HB} < 20^{\circ}$  erweist sich in der Regel die resultierende Näherungsformel

$$G = \frac{26000}{\theta_{HB}^{\circ} \psi_{HB}^{\circ}} \quad (3.21)$$

als ausreichend genau.

### 3.6. Antennenwirkfläche

Eine Empfangsantenne, die sich in hinreichender Entfernung von einer Sendeantenne befindetet, liegt im ebenen Wellenfeld. Die radiale Energiestromdichte  $S_r$  ist in der Umgebung der Empfangsantenne konstant. Die Empfangsantenne entnimmt mit ihrer fiktiven Antennenwirkfläche  $A_W$  dem Wellenfeld die Leistung

$$P_E = S_r A_W \quad (3.22)$$

aus dem Energiestrom  $S_r$ .

Die wirksame Antennenfläche lässt sich anhand der Strömungslinien der Strahlungsdichte  $S_r$  anschaulich erklären. Bild 3.2 zeigt die Strömungslinien von  $S_r$  in der Umgebung einer Empfangsantenne.

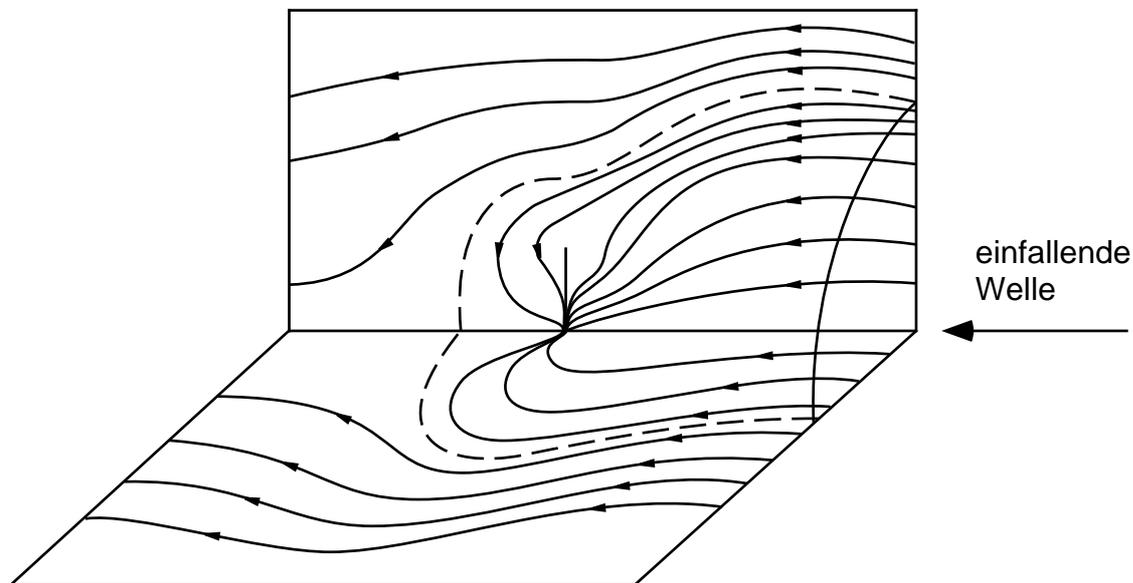


Abbildung 3.2.: Strömungslinien der Strahlungsdichte bei der linearen Empfangsantenne

Die innerhalb der gestrichelten Begrenzungen verlaufenden Strömungslinien münden in die Antennenzuleitung und sind mit der von der Antenne empfangenen Feldenergie verknüpft. Die in Bild 3.2 gestrichelt eingezeichneten Strömungslinien sind räumlich ergänzt in Bild 3.3 dargestellt.

Diese Strömungslinienschar bildet eine Begrenzungsfläche  $A_1$ , wobei die innerhalb der Begrenzungsfläche verlaufenden Strömungslinien die von der An-

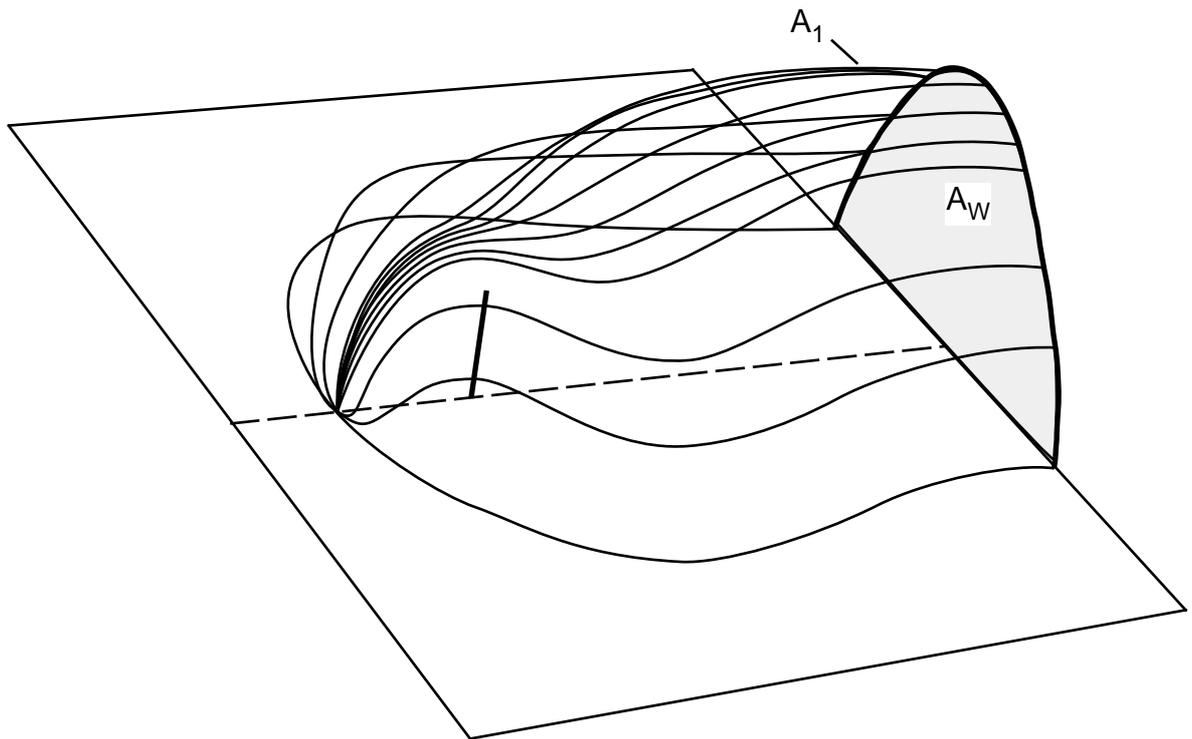


Abbildung 3.3.: Wirksame Antennenfläche  $A_W$  der linearen Empfangsantenne

tenne empfangene Leistung repräsentieren. In einiger Entfernung von der Antenne wird das Empfangsfeld durch die Antenne nicht mehr gestört. Dort ist die Querschnittsfläche (normal zur Ausbreitungsrichtung des Empfangsfeldes) durch den von  $A_1$  begrenzten Strömungslinienbereich gleich der wirksamen Antennenfläche  $A_W$ .

Die Antennenwirkfläche ist also genauso wie der Gewinn ein Maß für die einem ebenen Wellenfeld entnehmbare Leistung. Die Proportionalität ist gegeben durch:

$$A_W = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_i, \quad (3.23)$$

$$G_i = A_W \frac{4\pi}{\lambda^2}.$$

Der Beweis erfolgt in Abschnitt 4.6 am Beispiel des Hertzschen Dipols.

Der Flächenwirkungsgrad einer Antenne ist definiert als

$$\eta_A = \frac{A_W}{A_{\text{geom.}}} . \quad (3.24)$$

### 3.7. Strahlungswiderstand

Der Eingangswiderstand  $\underline{Z}_A$  einer Antenne ist im allgemeinen komplex:

$$\underline{Z}_A = R_A + j X_A . \quad (3.25)$$

Da sich die der Antenne zugeführte Wirkleistung  $P_A$  in Verlustleistung  $P_V$  und Strahlungsleistung  $P_S$  aufteilt, zerlegt man entsprechend den Realteil  $R_A$  in einen Verlustwiderstand  $R_V$  und einen sogenannten Strahlungswiderstand  $R_S$ :

$$R_A = R_V + R_S . \quad (3.26)$$

Die Verlustleistung enthält unter anderem die ohmschen Verluste in den Leitern der Antenne, sowie die dielektrischen Verluste in den isolierenden Teilen. Abhängig davon, ob man die Antenne nun als Sende- oder Empfangsantenne betrachtet, lässt sich ein vereinfachtes Ersatzschaltbild angeben (Bild 3.4).

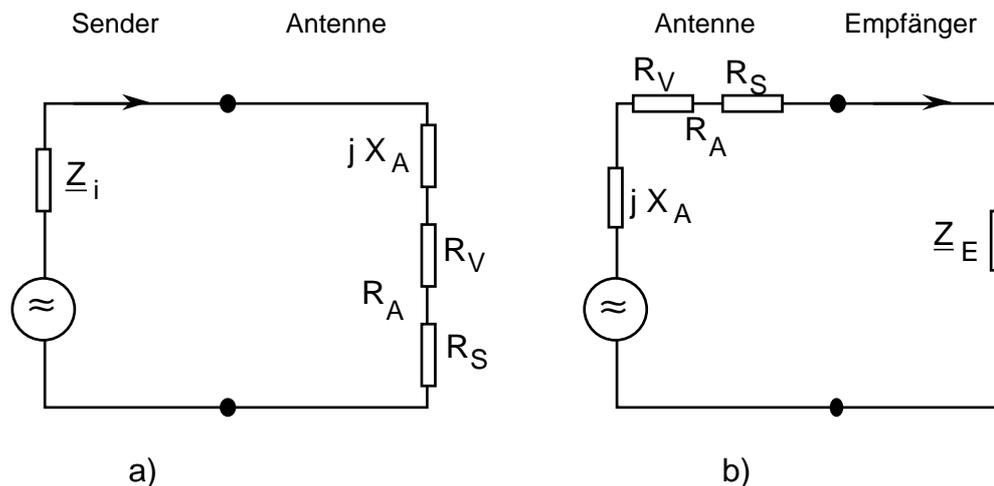


Abbildung 3.4.: a) Ersatzschaltbild einer Sendeantenne b) Ersatzschaltbild einer Empfangsantenne

Im Sendefall wird die Antenne von einer Spannungsquelle mit Innenwiderstand  $\underline{Z}_i$  gespeist, im Empfangsfall stellt der Antenneneingangswiderstand den Innenwiderstand einer durch die Antenne dargestellten Spannungsquelle dar. Der Empfänger hat eine Eingangsimpedanz  $\underline{Z}_E$ . Soll im Sendefall der Antenne, bzw. im Empfangsfall dem Empfänger maximale Leistung zugeführt werden, so muß zwischen beiden Anpassung vorliegen, d.h.

$$\underline{Z}_i = \underline{Z}_A^* \quad \text{bzw.} \quad \underline{Z}_E = \underline{Z}_A^* . \quad (3.27)$$

Der Antennenwirkungsgrad  $\eta$ , der sich als Verhältnis von abgestrahlter Leistung  $P_S$  zu zugeführter Leistung  $P_A$  errechnet, lässt sich durch Strahlungs- und Verlustwiderstand ausdrücken als

$$\eta = \frac{R_S}{R_V + R_S} = \frac{P_S}{P_A} . \quad (3.28)$$

Für gute Antennen gilt

$$R_V \ll R_S . \quad (3.29)$$

Im weiteren Skript wird, wenn nicht ausdrücklich anders erwähnt, der Einfachheit halber von verlustfreien Antennen ausgegangen und somit der Antennenwirkungsgrad zu  $\eta = 1$  gesetzt!

## 4. Der Hertz'sche Dipol

Im folgenden Kapitel wird hergeleitet, wie die zuvor bestimmte eben Welle durch zeitliche veränderte Ladungen oder einen harmonischen Strom generiert werden kann. Die Herleitung beruht auf der mathematisch einfachsten Antenne, dem Hertz'schen Dipol. Der Hertz'sche Dipol ist eine infinitesimale Strahlungsquelle, die üblicherweise in den Ursprung eines Kugelkoordinatensystems gelegt und in z-Richtung orientiert wird (siehe Bild 4.1. Dies kann entweder ein kurzes Stück Draht der Länge  $\Delta z$  sein, das von einem Strom  $I_0$  durchflossen wird, oder zwei Kugeln mit der Ladung  $\pm Q_0$  im Abstand  $\Delta z$ . Die Felder für beliebige andere Antennen können dann durch Koordinatendrehung, Überlagerung und Integration aus der Lösung für den Hertz'schen Dipol abgeleitet werden. Es wird weiterhin von einem homogenen, isotropen, zeitinvarianten Medium ausgegangen.

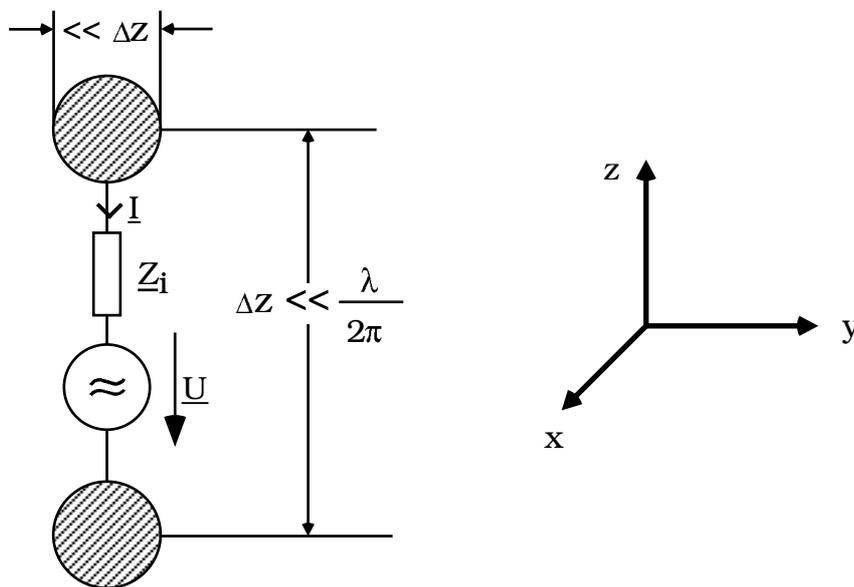


Abbildung 4.1.: Prinzipbild des Hertz'schen Dipols mit Speisung aus einer Wechselspannungsquelle  $\underline{U}$  mit der Impedanz  $\underline{Z}_i$

## 4.1. Statische Felder

Das magnetische Feld eines infinitesimalen, stromdurchflossenen Leiterstückes (siehe Bild 4.2) berechnet man nach dem Gesetz von Biot-Savart:

$$d\vec{H} = \frac{I_0}{4\pi} \frac{d\vec{z} \times \vec{e}_r}{|\vec{r}|^2} \quad \Rightarrow \quad H_\psi = \frac{I_0 \Delta z}{4\pi} \frac{\sin \theta}{r^2}. \quad (4.1)$$

Das elektrische Feld des elektrostatischen Dipols nach Bild 4.3 ist

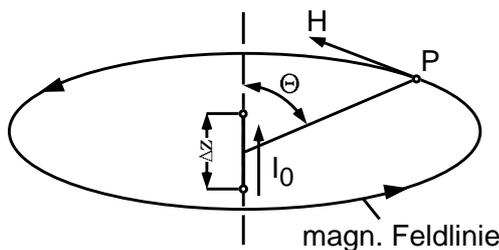


Abbildung 4.2.: Feld eines stromdurchflossenen Leiters

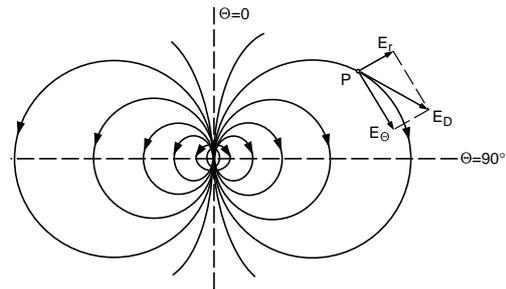


Abbildung 4.3.: Feld zweier Ladungen

$$E_r = \frac{Q_0 \Delta z}{2\pi\epsilon_0} \frac{\cos \theta}{r^3}, \quad (4.2a)$$

$$E_\theta = \frac{Q_0 \Delta z}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sin \theta}{r^3}. \quad (4.2b)$$

Die Größen  $I_0$  und  $Q_0$  wurden in Gl. (4.1) und Gl. (4.2a) bzw. (4.2b) als statisch angenommen. ändert man sie periodisch und harmonisch, kann man wieder zur komplexen Zeigerschreibweise übergehen:

$$\begin{aligned} I_0 &\rightarrow i_0(t) = \operatorname{Re} \{ \underline{I}_0 e^{j\omega t} \}, \\ Q_0 &\rightarrow q_0(t) = \operatorname{Re} \{ \underline{Q}_0 e^{j\omega t} \}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Man erhält dann ein elektrodynamisches Feld, allerdings keine sich ausbreitende Welle. Mit den Gln. (4.1), (4.2a) und (4.2b) lassen sich mittels des Induktions- und Durchflutungsgesetzes alle Feldkomponenten in Kugelkoordinaten ableiten. Eine umfassende Lösung des Strahlungsfeldes erhält man allerdings erst, wie im folgenden gezeigt wird, mittels der Maxwellschen Gleichungen. Dazu werden zuerst die sogenannten elektrodynamischen Potentiale eingeführt.

## 4.2. Einführung der Elektrodynamische Potentiale

Die Berechnung der Antennenfelder kann prinzipiell über verschiedene Wege erfolgen, wobei das Ergebnis in allen Fällen selbstverständlich das gleiche sein muß. Hier wird der Weg über die elektrodynamischen Potentiale gewählt.

Aus der formalen Vektorrechnung ist bekannt, daß jeder divergenzfreie Vektor als Rotation eines anderen Vektorfeldes dargestellt werden kann. Man wendet dies auf Gl. (2.1c) an und führt ein elektromagnetisches Vektorpotential  $\vec{A}$  ein:

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A}. \quad (4.4)$$

Das Vektorpotential  $\vec{A}$  dient hier nur als Rechengröße. Konkret hat man es weiterhin mit dem elektrischen Feld  $\vec{E}$  und dem magnetischen Feld  $\vec{H}$  zu tun, zu deren Berechnung das Vektorpotential  $\vec{A}$  benutzt wird. Durch Gl. (4.4) ist der Vektor  $\vec{A}$  noch nicht vollständig festgelegt, da ein Vektorfeld (bis auf einen konstanten Anteil) erst definiert ist, wenn außer der Rotation auch die Divergenz bekannt ist. Die Festlegung von  $\text{div } \vec{A}$  folgt später.

Durch Bilden der zeitlichen Ableitung von Gl. (4.4) und Vertauschen der Reihenfolge von zeitlicher und räumlicher Differentiation folgt

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \text{rot } \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}. \quad (4.5)$$

Mit Gl. (2.1b) erhält man

$$\text{rot} \left( \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = \vec{0}. \quad (4.6)$$

Ein rotationsfreier Vektor kann immer als Gradient einer skalaren Größe dargestellt werden. Man führt ein skalares Potential  $\varphi$  ein und definiert:

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\text{grad } \varphi, \quad (4.7)$$

$$\Rightarrow \vec{E} = - \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \text{grad } \varphi \right). \quad (4.8)$$

Da  $\vec{A}$  bisher noch nicht eindeutig festgelegt wurde, gilt nach Gl. (4.7) bzw. (4.8) das gleiche auch für  $\varphi$ .

Durch die Definitionen Gl. (4.4) und Gl. (4.8) werden die Maxwell'schen Gleichungen erfüllt. Setzt man die Gl. (4.4) in Gl.(2.1a) ein, so erhält man mit

Gl. (2.2a) und Gl. (2.2b)

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} = \mu \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu \vec{J}. \quad (4.9)$$

Setzt man für  $\vec{E}$  den Ausdruck Gl. (4.8) ein, so erhält man

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} = -\mu \varepsilon \left( \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} + \operatorname{grad} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) + \mu \vec{J} \quad (4.10)$$

Durch Anwendung der Identität Gl. (2.7) ergibt sich

$$\operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{A} - \Delta \vec{A} = \frac{1}{c^2} \left( -\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \operatorname{grad} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) + \mu \vec{J}, \quad (4.11a)$$

$$\Rightarrow \Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu \vec{J} + \operatorname{grad} \left( \operatorname{div} \vec{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right). \quad (4.11b)$$

Dies ist dann und nur dann eine inhomogene Wellengleichung für  $\vec{A}$ , wenn der Klammerausdruck rechts in Gl. (4.11b) verschwindet. Die Lösungen der Wellengleichung sind aber gut bekannt. Daher ist es bei der Behandlung von Strahlungsvorgängen zweckmäßig, die noch offene Definition von  $\operatorname{div} \vec{A}$  so zu wählen, daß die genannte Voraussetzung zutrifft:

$$\operatorname{div} \vec{A} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t}. \quad (4.12)$$

Diesen Zusammenhang bezeichnet man als Lorenz-Konvention (Lorenz Eichung). Bei anderen Zielsetzungen können andere Konventionen zweckmäßig sein<sup>1</sup>.

Mit Gl. (4.12) erhalten wir die inhomogene Wellengleichung für  $\vec{A}$ :

$$\Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu \vec{J}. \quad (4.13)$$

Wir bilden die Divergenz von Gl. (4.8)

$$\operatorname{div} \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{div} \vec{A}) - \Delta \varphi, \quad (4.14)$$

<sup>1</sup>Es existieren auch andere Konventionen (Eichungen) – zur Berechnung langsamveränderlicher Felder kann beispielsweise die Coulomb-Eichung  $\operatorname{div} \vec{A} = 0$  verwendet werden.

setzen Gl. (2.1d) ein

$$\frac{\rho}{\varepsilon} = -\frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{div} \vec{A}) - \Delta\varphi \quad (4.15)$$

und erhalten mit Gl. (4.12):

$$\frac{\rho}{\varepsilon} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \Delta\varphi, \quad (4.16a)$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon}. \quad (4.16b)$$

Die Lorenz-Konvention führt auch für die Größe  $\varphi$  zu einer inhomogenen Wellengleichung. Gelingt es, ausgehend von einer gegebenen Stromverteilung  $\vec{J}$ , ein Vektorpotential  $\vec{A}$  zu finden, das der Gl. (4.13) im ganzen Raum genügt, dann kann das Strahlungsfeld hieraus bestimmt werden. Hierzu gibt es zwei Möglichkeiten: Entweder man bestimmt  $\vec{H}$  nach Gl. (4.4) und  $\vec{E}$  nach Gl. (4.8), nachdem vorher  $\varphi$  nach Gl. (4.12) bestimmt wurde, oder man bestimmt  $\vec{H}$  nach Gl. (4.4) und dann  $\vec{E}$  nach Gl. (2.1a). Die zweite Methode macht von der Lorenz-Konvention indirekt Gebrauch, da wir vorausgesetzt haben, daß  $\vec{A}$  der Gl. (4.13) genügen soll.

Der Nachweis, daß die elektrodynamischen Potentiale den Maxwellgleichungen genügen, läßt sich anhand der ebenen Welle erbringen.

### 4.3. Lösung der inhomogenen Wellengleichung

Das Strahlungsfeld des infinitesimalen Dipols, der sich im Ursprung eines Kugelkoordinatensystems bei  $(0, 0, 0)$  befindet, wird über die Wellengleichung Gl. (4.13) des Vektorpotentials  $\vec{A}$  berechnet. Im Fall von einer harmonischen Schwingung resultiert dann aus Gl. (4.13) mit Gl. (2.13):

$$\Delta \vec{A} + \beta^2 \vec{A} = -\mu \vec{J}. \quad (4.17)$$

Da die Stromdichte nur eine z-Komponente hat

$$\vec{J} = \underline{J}_z \vec{e}_z \quad (4.18)$$

hat gemäß Gl. (4.17) auch das Vektorpotential nur eine z-Komponente

$$\vec{A} = \underline{A}_z \vec{e}_z. \quad (4.19)$$

Außerdem verschwinden die Ableitungen des Vektorpotentials nach  $\theta$  und  $\psi$ , da die Quelle  $\underline{J}_z$  nur in einem Punkt, dem Koordinatenursprung existiert:

$$\frac{\partial \underline{A}_z}{\partial \theta} = 0 \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial \underline{A}_z}{\partial \psi} = 0 \quad (4.21)$$

Das Vektorpotential hängt damit nur vom Radius  $r$  ab

$$\underline{A}_z = \underline{A}_z(r) \quad (4.22)$$

Aus Gl. 4.17 wird

$$\Delta \underline{A}_z(r) + \beta^2 \underline{A}_z(r) = -\mu \underline{J}_z \quad (4.23)$$

Gemäß der Definition des infinitesimalen Hertz'schen Dipols soll die Stromdichte  $\underline{J}_z$  und die Ladungsdichte  $\rho$  außerhalb der (im Ursprung liegenden) Quelle verschwinden. Diese Situation läßt sich am einfachsten in Kugelkoordinaten beschreiben:

$$\rho = 0 \quad \text{und} \quad \underline{J}_z = 0 \quad \text{für} \quad r > 0. \quad (4.24)$$

Das führt auf die Helmholtz-Gleichung

$$\Delta \underline{A}_z + \beta^2 \underline{A}_z = 0 \quad \text{für} \quad r > 0. \quad (4.25)$$

In Kugelkoordinaten lautet Gl. (4.25)

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \underline{A}_z}{\partial r} \right) + \beta^2 \underline{A}_z = 0 \quad (4.26)$$

Durch Substitution von

$$\underline{A}_z = \frac{\underline{\Omega}}{r} \quad (4.27)$$

und damit

$$\frac{\partial \underline{A}_z}{\partial r} = \frac{\partial \underline{\Omega}}{r \partial r} - \frac{\underline{\Omega}}{r^2} \quad (4.28)$$

ergibt sich aus Gl. (4.26)

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \underline{\Omega}}{\partial r} - \underline{\Omega} \right) + \beta^2 \frac{\underline{\Omega}}{r} = \\ \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial \underline{\Omega}}{\partial r} r \frac{\partial^2 \underline{\Omega}}{\partial r^2} - \frac{\partial \underline{\Omega}}{\partial r} \right) + \beta^2 \frac{\underline{\Omega}}{r} = \\ \frac{\partial^2 \underline{\Omega}}{\partial r^2} + \beta^2 \underline{\Omega} = 0 \end{aligned} \quad (4.29)$$

Die Lösung dieser Wellengleichung ist eine sich kugelförmig vom Ursprung weg oder zum Ursprung hin ausbreitende quasi ebene Welle:

$$\underline{\Omega} = \underline{C}_{1,2} e^{\pm j\beta r} \quad (4.30)$$

Für den Fall der sich vom Ursprung aus weg ausbreitenden Welle ergibt sich daraus für das Vektorpotential

$$\underline{A}_z = \underline{A}_0 \frac{e^{-j\beta r}}{r} \quad (4.31)$$

Um nun  $\underline{A}_0$  zu bestimmen, muss das Vektorpotential  $\vec{A}_z$  direkt an der Quelle berechnet werden. Dazu wird das Volumen-Integral der inhomogenen Wellengleichung (4.23) bestimmt und das Volumen in Form einer Kugel mit dem Radius  $r_0 \rightarrow 0$  angenommen, da die Quelle  $J_z$  nur bei  $r_0 = 0$  existiert. Das Volumenintegral von Gl. (4.23) lautet:

$$\int_V \Delta \underline{A}_z dv + \beta^2 \int_V \underline{A}_z dv = -\mu \int_V \underline{J}_z dv \quad (4.32)$$

über die Anwendung des Satzes von Gauss

$$\iiint \operatorname{div} \vec{u} dv = \oiint \vec{u} d\vec{a} \quad (4.33)$$

ergibt sich mit  $\vec{u} = \vec{\nabla} \underline{A}_z$  aus dem ersten Term in Gl. (4.32):

$$\int_V \Delta \underline{A}_z dV = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \underline{A}_z dV = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \vec{\nabla} \underline{A}_z \vec{e}_r r^2 \sin \theta d\theta d\psi \quad (4.34)$$

Mit

$$\vec{\nabla} \underline{A}_z \vec{e}_r = \frac{\partial \underline{A}_z}{\partial r} = \underline{A}_0 \left( -\frac{e^{-j\beta r}}{r^2} - j\beta \frac{e^{-j\beta r}}{r} \right) \quad (4.35)$$

folgt daraus:

$$\lim_{r_0 \rightarrow 0} \int_V \Delta \underline{A}_z dV = \lim_{r_0 \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \underline{A}_0 (-1 - j\beta r_0) e^{-j\beta r_0} \sin \theta d\theta d\psi = -4\pi \underline{A}_0. \quad (4.36)$$

Der zweite Term in Gl. (4.32) kann folgendermaßen vereinfacht werden:

$$\begin{aligned}
 \lim_{r_0 \rightarrow 0} \int_V \underline{A}_z dV &= \lim_{r_0 \rightarrow 0} \int_0^{r_0} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \underline{A}_0 \frac{e^{-j\beta r}}{r} r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\psi \\
 &= \lim_{r_0 \rightarrow 0} \int_0^{r_0} \underline{A}_0 r e^{-j\beta r} 4\pi \, dr \\
 &= 4\pi \underline{A}_0 \lim_{r_0 \rightarrow 0} \left[ \frac{r}{-j\beta} e^{-j\beta r} + \frac{1}{\beta^2} e^{-j\beta r} \right]_0^{r_0} \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{4.37}$$

Mit  $dV = da \cdot dl$  kann der dritte Term in Gl. (4.32) in

$$\mu \lim_{r_0 \rightarrow 0} \int_V \underline{J}_z dV = \mu \underline{I}_0 dl \tag{4.38}$$

vereinfacht werden. Damit ergibt sich für Gl. (4.32)

$$-4\pi \underline{A}_0 = \mu \underline{I}_0 dl \quad \Rightarrow \quad \underline{A}_0 = \frac{\mu \underline{I}_0 dl}{4\pi}. \tag{4.39}$$

Mit Gl. (4.4) und der ersten Maxwell'schen Gleichung (2.1a) für harmonische Felder und Quellenfreiheit, d.h.  $\underline{J} = 0$  können die Felder des Hertz'schen Dipols aus dem Vektorpotential bestimmt werden.

Nach dieser speziellen Lösung für den infinitesimal kleinen Hertz'schen Dipol im Koordinatenursprung kann daraus durch einfache Überlegungen eine allgemeine Lösung der inhomogenen Wellengleichung abgeleitet werden. Dazu wird zuerst der statische Fall mit  $\beta = 0$  betrachtet. Aus der inhomogenen Wellengleichung 4.23 wird dann

$$\Delta \underline{A}_z = -\mu \underline{J}_z \tag{4.40}$$

mit

$$\underline{A}_z = \underline{A}_0 \frac{1}{r} \tag{4.41}$$

Gl. 4.40 ist eine Poisson-Gleichung, deren allgemeine Lösung bekannt ist [Bal05]:

$$\underline{A}_z = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\underline{J}_z}{r} dV'. \tag{4.42}$$

Um nun zur dynamischen Lösung zu kommen, nutzt man die Analogie zwischen Gl. 4.31 und Gl. 4.41. Gl. 4.42 muss demnach mit  $e^{-j\beta r}$  multipliziert werden, so

dass sich für  $\beta > 0$  folgende Lösung ergibt:

$$\underline{A}_z = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{J_z e^{-j\beta r}}{r} dV' \quad (4.43)$$

Ergänzt man nun den Term  $e^{j\omega t}$  der harmonischen Schwingung, so ergibt sich

$$\underline{A}_z(r, t) = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{J_z e^{-j\beta r} e^{j\omega t}}{r} dV' = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{J_z e^{-j\omega(t - \frac{\beta}{\omega} r)}}{r} dV'. \quad (4.44)$$

Daraus kann direkt die allgemeine Lösung der inhomogenen Wellengleichung im Zeitbereich 4.13 abgeleitet werden:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}(\vec{r}', t - \frac{\beta}{\omega} |\vec{r}' - \vec{r}|)}{|\vec{r}' - \vec{r}|} dV', \quad (4.45)$$

## 4.4. Berechnung des Strahlungsfeldes

Bis hierhin wurden die elektromagnetischen Potentiale eingeführt und die inhomogene Wellengleichung (Gl. 4.13) hergeleitet. Weiterhin wurde ihre allgemeine Lösung in Abhängigkeit der Stromdichte  $\vec{J}(\vec{r}', t)$  gefunden (Gl. 4.45), aus der die Felder des Hertz'schen Dipols bestimmt werden können. Dazu kommt man noch einmal zu den Annahmen des Hertz'schen Dipols zurück:

- infinitesimal kleiner Dipol im Ursprung des Kugelkoordinatensystems,
- keine Ausdehnung in  $x$ - und  $y$ -Richtung und
- konstanter Strom  $i_0(t)$  in  $z$ -Richtung über einer Länge  $\Delta z$

Die Stromdichte  $\vec{J}(\vec{r}', t)$  kann nun wie folgt durch den Strom  $i_0(t)$  am Punkt  $|\vec{r}'| = 0$  ersetzt werden:

$$\vec{J}(\vec{r}', t) dV' = \vec{J}(\vec{r}', t) da' dz' = \begin{cases} 0 & : |r| > 0 \\ i_0(t) \vec{e}_z dz' & : |r| = 0 \end{cases} \quad (4.46)$$

Damit ergibt sich mithilfe der Identität Gl. (2.38) das retardierte magnetische Vektorpotential für  $|\vec{r}| > 0$  zu

$$\vec{A}(r, t) = \frac{\mu}{4\pi} \frac{i_0 \left( t - \frac{1}{c} |\vec{r}| \right)}{|\vec{r}|} \Delta z \cdot \vec{e}_z. \quad (4.47)$$

Führt man nun wieder harmonische Vorgänge ein, d.h.

$$i_0(t) = \operatorname{Re} \left\{ I_0 e^{j\omega t} \right\}, \quad (4.48)$$

so resultiert das magnetische Vektorpotenzial des Hertz'schen Dipols zu

$$\vec{A}(r, t) = \operatorname{Re} \left\{ \frac{\mu I_0 \Delta z}{4\pi r} e^{j\omega(t - \frac{r}{c})} \right\} \vec{e}_x \quad (4.49)$$

Zur Vereinfachung wurde in Gl. (4.49)  $r = |\vec{r}|$  gesetzt. Durch Ersetzen von  $\frac{\omega}{c} = \beta$  (siehe Gl. (2.38)) und Einführen von

$$\underline{A}_0 = \frac{\mu I_0 \Delta z}{4\pi} \quad (4.50)$$

ergibt sich das magnetische Vektorpotenzial in kartesischen Koordinaten und für harmonische Vorgänge zu

$$\begin{aligned} \underline{A}_x &= 0, \\ \underline{A}_y &= 0 \end{aligned} \quad (4.51)$$

und

$$\underline{A}_z = \underline{A}_0 \frac{e^{-j\beta r}}{r}. \quad (4.52)$$

Das magnetische Feld kann nun direkt aus der Definition für das magnetische Vektorpotenzial Gl. (4.4) abgeleitet werden:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \vec{A}. \quad (4.53)$$

Da  $\underline{A}_z$  von  $r$  abhängt, muss man allerdings das magnetische Vektorpotenzial zuerst in Kugelkoordinaten überführen (siehe auch Abbildung 4.4):

$$\underline{A}_r = \underline{A}_z \cos \theta = \frac{\underline{A}_0 e^{-j\beta r}}{r} \cos \theta, \quad (4.54a)$$

$$\underline{A}_\theta = -\underline{A}_z \sin \theta = \frac{-\underline{A}_0 e^{-j\beta r}}{r} \sin \theta, \quad (4.54b)$$

$$\underline{A}_\psi \equiv 0. \quad (4.54c)$$

Das Magnetfeld folgt aus Gl. (4.4). Für  $\operatorname{rot} \vec{A}$  gilt in Kugelkoordinaten (Gl. (A.3.2)):

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{A} &= \frac{1}{r \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \underline{A}_\psi) - \frac{\partial \underline{A}_\theta}{\partial \psi} \right] \vec{e}_r + \\ &+ \left\{ \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \underline{A}_r}{\partial \psi} - \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (r \underline{A}_\psi) \right] \right\} \vec{e}_\theta + \\ &+ \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \underline{A}_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial \underline{A}_r}{\partial \theta} \right] \vec{e}_\psi. \end{aligned} \quad (4.55)$$

Da sowohl  $\underline{A}_\psi$  als auch  $\partial \vec{A} / \partial \psi$  voraussetzungsgemäß identisch Null sind, verschwinden die  $r$ - und  $\theta$ -Komponenten des magnetischen Feldes:

$$\underline{H}_r \equiv 0, \quad (4.56a)$$

$$\underline{H}_\theta \equiv 0, \quad (4.56b)$$

Die  $\psi$ -Komponente des magnetischen Feldes ergibt sich aus der dritten Zeile von Gl. (4.55) wie folgt:

$$\begin{aligned} \underline{H}_\psi &= \frac{1}{\mu r} \left( \underline{A}_0 j \beta \cdot e^{j\beta r} \sin \theta + \underline{A}_0 \frac{e^{j\beta r}}{r} \sin \theta \right) \\ &= \frac{\underline{A}_0 e^{-j\beta r}}{\beta r} \frac{j\beta}{\mu} \left( 1 - \frac{j}{r} \right) \sin \theta. \end{aligned}$$

Um nun das elektrische Feld zu bestimmen, bedient man sich der 1. Maxwell-Gleichung für harmonische Felder (2.1a). Für  $r > 0$ , d.h. Quellenfreiheit ( $\vec{J} = 0$ ), ergibt sich daraus

$$\vec{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \text{rot } \vec{H}. \quad (4.57)$$

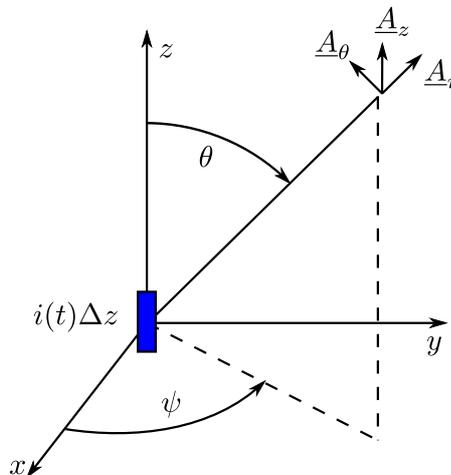


Abbildung 4.4.: Magnetisches Vektorpotenzial in Kugelkoordinaten.

Die Rotation von  $\vec{H}$  in Kugelkoordinaten findet man wieder in Gl. (A.3.2):

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \frac{1}{r \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \underline{H}_\psi) - \frac{\partial \underline{H}_\theta}{\partial \psi} \right] \vec{e}_r + \\ &+ \left\{ \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \underline{H}_r}{\partial \psi} - \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (r \underline{H}_\psi) \right] \right\} \vec{e}_\theta + \\ &+ \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \underline{H}_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial \underline{H}_r}{\partial \theta} \right] \vec{e}_\psi. \end{aligned} \quad (4.58)$$

Mit  $\underline{H}_r = 0$  und  $\underline{H}_\psi = 0$ , d.h. auch  $\frac{\partial \underline{H}_\theta}{\partial \psi} = 0$ ,  $\frac{\partial \underline{H}_r}{\partial \psi} = 0$  und  $\frac{\partial \underline{H}_r}{\partial \theta} = 0$  resultiert das elektrische Feld zu

$$\begin{aligned} \underline{E}_r &= -\frac{1}{j\omega\varepsilon \cdot r \sin \theta} \left[ \underline{A}_0 \frac{e^{-j\beta r}}{\mu} \left( \frac{j\beta}{r} + \frac{1}{r^2} \right) 2 \sin \theta \cos \theta \right] \\ &= \underline{A}_0 \frac{2 \cdot e^{-j\beta r}}{j\omega\varepsilon\mu} \left( \frac{j\beta}{r^2} + \frac{1}{r^3} \right) \cos \theta \\ \underline{E}_\theta &= -\frac{1}{j\omega\varepsilon r} \left[ \underline{A}_0 \frac{e^{-j\beta r}}{\mu} \left( \beta^2 - \frac{j\beta}{r} - \frac{1}{r^2} \right) \sin \theta \right] \\ &= -\underline{A}_0 \frac{e^{-j\beta r}}{j\omega\varepsilon\mu} \left( \frac{\beta^2}{r} - \frac{j\beta}{r^2} - \frac{1}{r^3} \right) \sin \theta \end{aligned}$$

und

$$\underline{E}_\psi = 0 \quad (4.59)$$

Durch Umformen sowie mit Gl. (4.50) ergeben sich die Felder des Hertz'schen Dipols zu:

$$\underline{E}_r = -\underline{I}_0 \Delta z \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-j\beta r}}{r} j\omega \left( \frac{2j}{\beta r} + \frac{2}{(\beta r)^2} \right) \cos \theta, \quad (4.60a)$$

$$\underline{E}_\theta = \underline{I}_0 \Delta z \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-j\beta r}}{r} j\omega \left( 1 - \frac{j}{\beta r} - \frac{1}{(\beta r)^2} \right) \sin \theta, \quad (4.60b)$$

$$\underline{E}_\psi = 0 \quad (4.60c)$$

$$\underline{H}_r = 0 \quad (4.60d)$$

$$\underline{H}_\theta = 0 \quad (4.60e)$$

$$\underline{H}_\psi = \underline{I}_0 \Delta z \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-j\beta r}}{r} j\beta \left( 1 - \frac{j}{\beta r} \right) \sin \theta. \quad (4.60f)$$

$$(4.60g)$$

Da in den Feldkomponenten Terme proportional  $1/r$  bis  $1/r^3$  enthalten sind, empfiehlt es sich, zur Vereinfachung die Bereiche

- Nahfeld der Antenne für  $\beta r \ll 1$  und
- Fernfeld der Antenne für  $\beta r \gg 1$  und

zu unterscheiden.

#### 4.4.1. Das Nahfeld des Hertzschen Dipols

In der unmittelbaren Umgebung der Antenne mit  $\beta r \ll 1$  bestimmen die Terme mit den höchsten Potenzen von  $1/\beta r$  das Feld. Vernachlässigt man die übrigen Terme, so beschreiben die verbleibenden Gleichungen das Nahfeld. Zusätzlich kann man  $e^{-j\beta r} \approx 1$  setzen. Man erhält damit das Nahfeld:

$$\underline{E}_r = -\underline{I} \Delta z \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-j\beta r}}{r} j\omega \frac{2}{(\beta r)^2} \cos \theta, \quad (4.61a)$$

$$\underline{E}_\theta = -\underline{I} \Delta z \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-j\beta r}}{r} j\omega \frac{1}{(\beta r)^2} \sin \theta, \quad (4.61b)$$

$$\underline{H}_\psi = \underline{I} \Delta z \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-j\beta r}}{r^2} \sin \theta. \quad (4.61c)$$

Aus den Gleichungen (4.61a) bis (4.61c) lässt sich ablesen, dass der Poynting Vektor des Nahfelds imaginär ist. Dies bedeutet, dass im Nahfeld fast ausschließlich Blindleistung erzeugt wird.

Am Anfang dieses Kapitels wurden die statischen Felder eines infinitesimalen, stromdurchflossenen Leiterstückes und eines elektrostatischen Dipols bestimmt. ändert man nun diese Felder periodisch und harmonisch, so können mit  $\underline{I}_0 = j\omega \underline{Q}_0$  die statischen Felder aus (4.1) bis (4.3) in die Feldgrößen des Nahfelds (4.61a) bis (4.61c) überführt werden. Im unmittelbaren Nahfeld der Antenne ( $\beta r \ll 1$ ) sind die elektromagnetischen Felder demnach identisch mit harmonisch veränderten elektrostatischen Feldern.

#### 4.4.2. Das Fernfeld des Hertzschen Dipols

Die Gleichungen für die Feldgrößen Gln. (4.60a)–(4.60f) enthalten als Faktor ein Polynom in  $1/\beta r$ . In großer Entfernung von der Antenne mit  $\beta r \gg 1$  kann

man die Terme mit höheren Potenzen von  $1/\beta r$  vernachlässigen. Die dann verbleibenden Gleichungen beschreiben das sogenannte Fernfeld in Abhängigkeit vom Speisestrom  $\underline{I}_0$ :

$$\underline{E}_\theta = \underline{I}_0 \Delta z \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-j\beta r}}{r} j\omega \sin \theta, \quad (4.62a)$$

$$\underline{H}_\psi = \underline{I}_0 \Delta z \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-j\beta r}}{r} j\beta \sin \theta. \quad (4.62b)$$

Das Fernfeld besitzt nur noch die Komponenten  $\underline{E}_\theta$  und  $\underline{H}_\psi$ . Somit ergibt sich ein Poyntingvektor, der radial von der Antenne wegzeigt. Er besitzt nur eine Komponente:

$$\underline{S}_r = \frac{1}{2} \underline{E}_\theta \underline{H}_\psi^* = \frac{1}{2} I_0^2 \Delta z^2 \frac{1}{(4\pi r)^2} \mu \omega \beta \sin^2 \theta \quad (4.63)$$

An der Tatsache, dass der Poynting Vektor im Fernfeld des Hertz'schen Dipols rein reell ist, lässt sich auch ablesen, dass Wirkleistungstransport stattfindet, d.h. die Welle sich ausbreitet. Wie schon im Kapitel 2.1 für ebene Wellen hergeleitet, ergibt der Quotient aus E- und H-Feld den Feldwellenwiderstand

$$\frac{\underline{E}_\theta}{\underline{H}_\psi} = Z_F \quad (4.64)$$

## 4.5. Die Richtcharakteristik des Hertzschen Dipols

Die Richtcharakteristik wurde im Abschnitt 3.3, Gl. (3.11) definiert als:

$$(3.11) : \quad C(\theta, \psi) = \frac{|\vec{E}(\theta, \psi)|}{|\vec{E}(\theta, \psi)|_{\max}} \bigg|_{\substack{r=\text{const.} \\ r \rightarrow \infty}} = \frac{|\vec{H}(\theta, \psi)|}{|\vec{H}(\theta, \psi)|_{\max}} \bigg|_{\substack{r=\text{const.} \\ r \rightarrow \infty}}.$$

Die Definition gilt für das Fernfeld.

Aus den Gln. (4.62a) und (4.62b) folgt für das Vertikaldiagramm

$$\begin{aligned} \underline{E}_{\theta \max} &= \underline{I}_0 \Delta z \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-j\beta r}}{r} j\omega, \\ \Rightarrow C_V(\theta) &= |\sin \theta|. \end{aligned} \quad (4.65)$$

Für das Horizontaldiagramm erhält man

$$\begin{aligned} \underline{H}_{\psi \max} &= \underline{I}_0 \Delta z \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-j\beta r}}{r} j\beta, \\ \Rightarrow C_H(\psi) &= 1 = \text{konst.} \neq f(\psi). \end{aligned} \quad (4.66)$$

In den Bildern 4.5 und 4.5 sind die beiden sehr einfachen Diagramme nach Gl. (4.65) und (4.66) dargestellt. Bild 4.6 zeigt eine räumliche Darstellung.

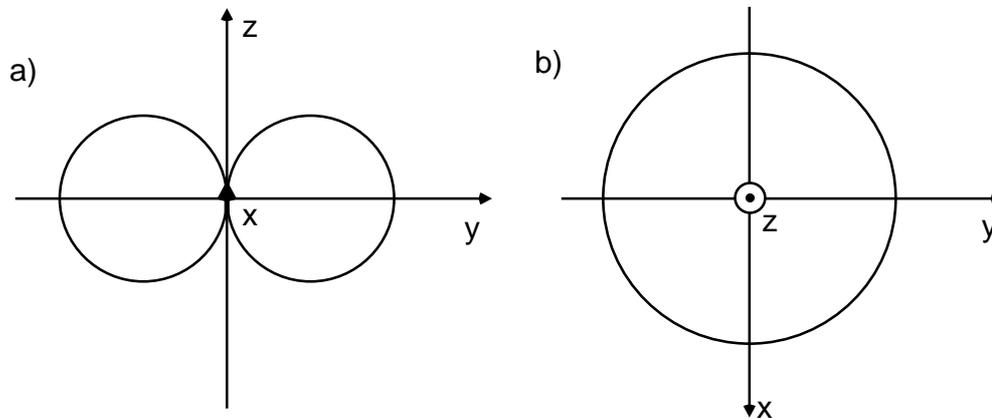


Abbildung 4.5.: a) Vertikaldiagramm und b) Horizontaldiagramm des Hertz'schen Dipols

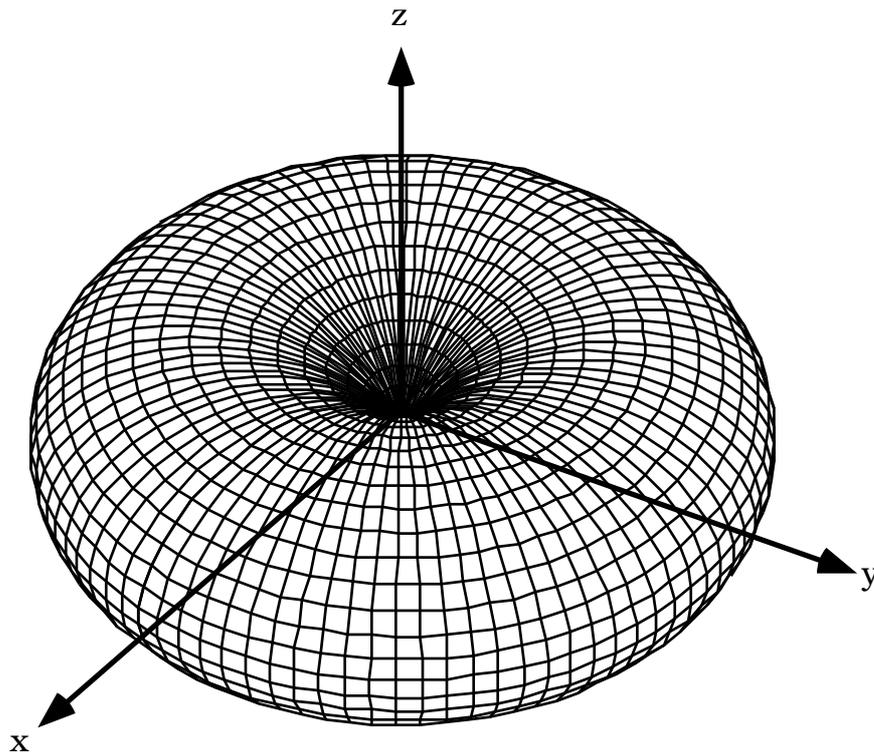


Abbildung 4.6.: Räumliche Richtcharakteristik des Hertzschen Dipols

## 4.6. Strahlungswiderstand, Gewinn und Wirkfläche des Hertzschen Dipols

Die abgestrahlte Leistung berechnet sich nach Kapitel 3 aus

$$P_s = r^2 \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} S_r \sin \theta \, d\theta \, d\psi \quad (4.67)$$

Da im Freiraum im Nahfeld keine Verluste auftreten, genügt es aufgrund der Energieerhaltung,  $P_s$  aus Gl. (4.63) zu berechnen. Es ergibt sich:

$$P_s = \frac{\pi}{3} |\underline{I}_0|^2 Z_{F0} \left( \frac{\Delta z}{\lambda_0} \right)^2 \quad (4.68)$$

Definiert man nun den Strahlungswiderstand  $R_S$ , als den Widerstand in den

fiktiv die abgestrahlte Leistung geht, durch

$$P_S = \frac{1}{2} |\underline{I}_0|^2 R_S, \quad (4.69)$$

dann folgt

$$R_S = \frac{2P_S}{|\underline{I}_0|^2} = \frac{2\pi}{3} Z_{F0} \left( \frac{\Delta z}{\lambda_0} \right)^2 \quad (4.70)$$

$$R_S = 790 \Omega \left( \frac{\Delta z}{\lambda_0} \right)^2 \quad \text{für} \quad \frac{\Delta z}{\lambda_0} \ll \frac{1}{2\pi} \quad (4.71)$$

Der Strahlungswiderstand  $R_S$  bildet zusammen mit dem Verlustwiderstand  $R_V$  den Realteil der Eingangsimpedanz der Antenne. Als Imaginärteil der Eingangsimpedanz eines Hertz'schen Dipols ergibt sich die Impedanz der statischen Kapazität der Anordnung, mit der der Hertz'sche Dipol angenähert wurde. Es gibt daher keine allgemeingültige Formel für den Imaginärteil der Eingangsimpedanz.

#### 4.6.1. Gewinn und Richtfaktor

Wie aus Gl. (4.63) zu ersehen ist, liefert der Hertz'sche Dipol die maximale Strahlungsdichte für  $\theta = \pi/2$ . Der Gewinn beträgt daher nach Gl. (3.8), Gl. (4.68) und (4.63):

$$G_i = 4\pi r^2 \frac{S_{r \max}}{P_s} = 4\pi r^2 \frac{\frac{1}{8} |\underline{I}|^2 Z_{F0} \left( \frac{\Delta z}{\lambda_0} \right)^2 \frac{1}{r^2}}{\frac{\pi}{3} |\underline{I}|^2 Z_{F0} \left( \frac{\Delta z}{\lambda_0} \right)^2}, \quad (4.72)$$

$$\Rightarrow G_i = \frac{3}{2} \hat{=} 10 \log \left( \frac{3}{2} \right) = 1,76 \text{ [dBi]}. \quad (4.73)$$

Andererseits der Richtfaktor berechnet sich nach Gl. (3.18)

$$\begin{aligned}
 D_i &= \frac{4\pi}{\int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} C^2(\theta, \psi) \sin \theta \, d\theta \, d\psi} \\
 &= \frac{4\pi}{\int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \sin^3 \theta \, d\theta \, d\psi} \\
 &= \frac{4\pi}{2\pi \left(1 - \frac{1}{3} + 1 - \frac{1}{3}\right)} \\
 &= \frac{3}{2} \quad (1,76\text{dBi}) \tag{4.74}
 \end{aligned}$$

mit

$$\int \sin^3 x \, dx = -\cos x + \frac{1}{3} \cos^3 x \tag{4.75}$$

#### 4.6.2. Antennenwirkfläche

Zur Berechnung der Wirkfläche nach Abschnitt 3.6 bringt man einen Hertzschen Dipol (Zweikugelmodell nach Bild 4.1, aber ohne innere Spannungsquelle) optimal ausgerichtet als Empfangsantenne in das Feld einer ebenen Welle mit

$$\underline{E}_z = \underline{E}_{z0} e^{j\beta x} \quad \text{und} \quad \underline{H}_y = \frac{\underline{E}_{z0}}{Z_{F0}} e^{j\beta x} \tag{4.76}$$

die in  $(-x)$ -Richtung läuft und die Leistungsdichte

$$|\underline{S}| = \frac{1}{2} \underline{E}_z \underline{H}_y^* = \frac{1}{2Z_{F0}} |\underline{E}_{z0}|^2 \tag{4.77}$$

besitzt. Dann folgt die Leerlaufspannung

$$\underline{U}_A = \int \vec{E} \, d\vec{s} \approx \underline{E}_{z0} \Delta z \tag{4.78}$$

an den Anschlussklemmen dem elektrischen Feld dieser Welle. Nach der Definition der Wirkfläche aus dem ebenen Wellenfeld muß die durch  $A_W$  tretende Leistung

$$P_E = A_W S_r = A_W \frac{|\underline{E}_{z0}|^2}{2Z_{F0}} \tag{4.79}$$

gleich der maximal am Ausgang des Dipols verfügbaren Leistung sein (konjugiert komplexe Anpassung des Empfängers an die Antenne):

$$P_E = \frac{1}{8} \frac{|U_A|^2}{R_S} = \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{U_A}{2}\right)^2}{R_S}. \quad (4.80)$$

Gl. (4.80) erhält man aus Bild 3.4, wenn man  $\underline{Z}_A = \underline{Z}_E^*$  ansetzt und beachtet, daß  $\underline{U}_A$  eine Scheitelwertgröße ist.

Mit Gl. (4.80) ergibt sich nun  $A_W$  zu

$$A_W = \frac{1}{8} \frac{|U_A|^2}{R_S} \frac{2Z_{F0}}{|\underline{E}_{z0}|^2} = \frac{1}{4} \frac{Z_{F0} (\Delta z)^2}{R_S}. \quad (4.81)$$

Mit  $R_S$  aus Gleichung (4.70) erhält man

$$A_W = \frac{3}{8\pi} \lambda_0^2. \quad (4.82)$$

Sie hängt nicht von der Länge  $\Delta z$  dieser Antenne ab, sondern nur von  $\lambda_0$ , d.h. von der Frequenz der einfallenden Welle, solange  $\Delta z \ll \lambda_0/2\pi$  ist. In Abschnitt 3.6 wurde bereits darauf hingewiesen, daß es eine Proportionalität zwischen Gewinn und Wirkfläche gibt. Mit Hilfe der speziell für den Hertzschen Dipol gültigen Gln. (4.73) und (4.82) erhalten wir diesen Proportionalitätsfaktor und damit die Gl. (3.20)

$$A_W = \frac{\lambda_0^2}{4\pi} G_i,$$

die allgemein für jede Antenne gilt.

## 4.7. Das Feldlinienbild des Hertzschen Dipols

Man bekommt eine Vorstellung vom Strahlungsfeld des Hertzschen Dipols, wenn man die Feldlinienbilder betrachtet. Die magnetischen Feldlinien sind konzentrische Kreise um die Dipolachse. Den Verlauf der elektrischen Feldlinien in Abhängigkeit von der Zeit zeigt die Bildfolge 4.7. Dargestellt ist jeweils nur ein Quadrant, der Dipol befindet sich in der linken unteren Ecke der Bilder. Der linke Bildrand entspricht der positiven  $z$ -Achse. Der gestrichelte Viertelkreis gibt den Abstand einer Wellenlänge an. Die Zeitabstände zwischen den einzelnen Bildern sind gleich groß. Wie man sieht, beginnen nach dem Zeitpunkt  $t = 0,333T$

einzelne Feldlinien sich abzuschnüren. Sie lösen sich vom Dipol und wandern als geschlossene Feldlinien in den Raum. Zum Zeitpunkt  $t = 0,5T$  sieht das Feld gleich aus wie zum Zeitpunkt  $t = 0$ , die Feldlinien haben jedoch die entgegengesetzte Richtung.

Das Bild 4.8 zeigt für  $t = 0$  einen Schnitt bei  $\psi = \text{const.}$

Bild 4.9 stellt die Verschiebungsströme und die magnetischen Feldlinien dar.

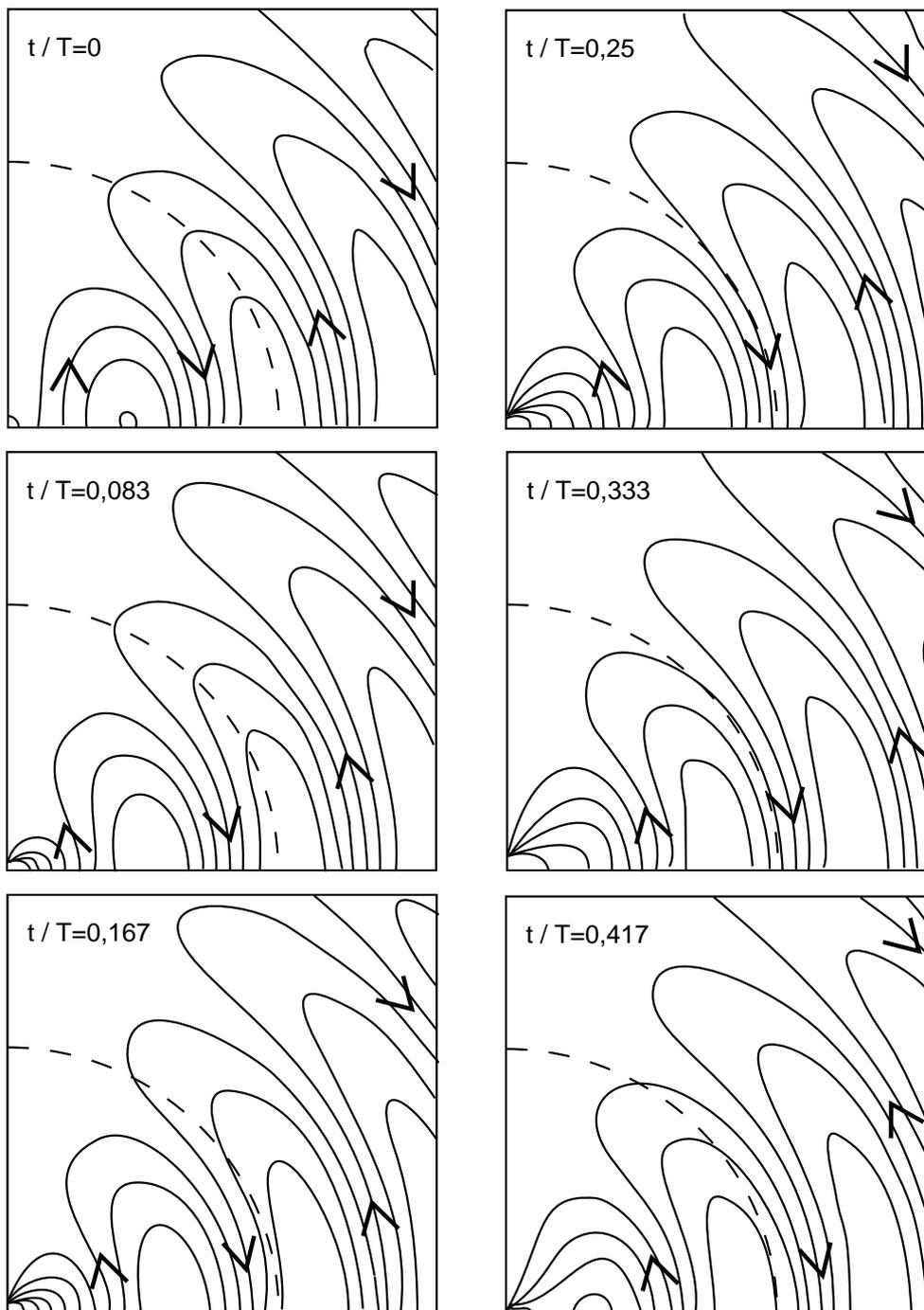


Abbildung 4.7.: Elektrische Feldlinien eines Hertz'schen Dipols zu verschiedenen Zeitpunkten ( $T = 1/f = \text{Periodendauer}$ )

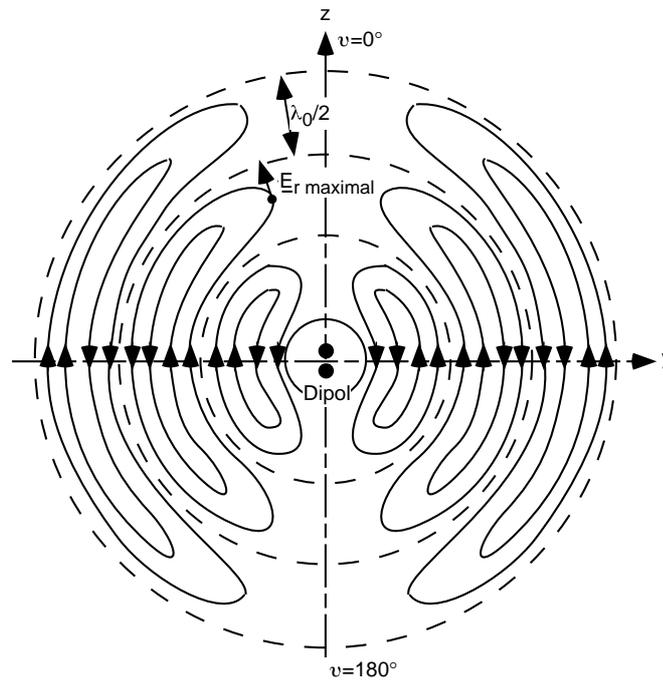


Abbildung 4.8.: Elektrische Feldlinien einer Dipolwelle im Momentanbild

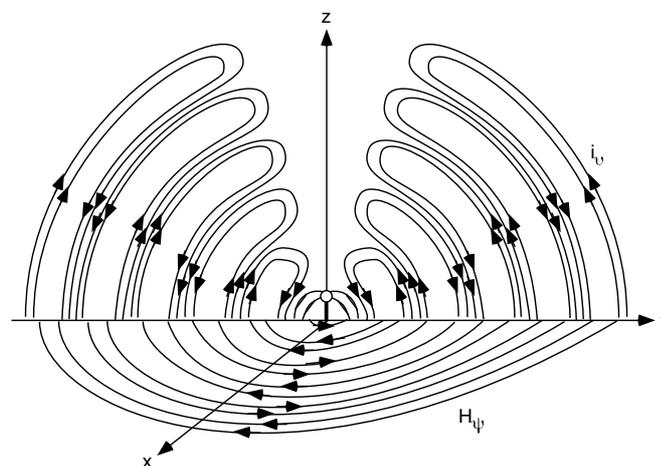


Abbildung 4.9.: Verschiebungsströme und magnetische Feldlinien einer Dipolwelle im Momentanbild

# 5. Lineare Antennen (Stabstrahler)

## 5.1. Allgemeines zu linearen Antennen

Die lineare Antenne besteht in ihrer einfachsten Form aus einem geraden zylindrischen Leiter, der meist symmetrisch in der Mitte (Bild 6.1a) oder im Fußpunkt (Bild 5.1b) gespeist wird. Man setzt voraus, daß die Stromelemente als auf

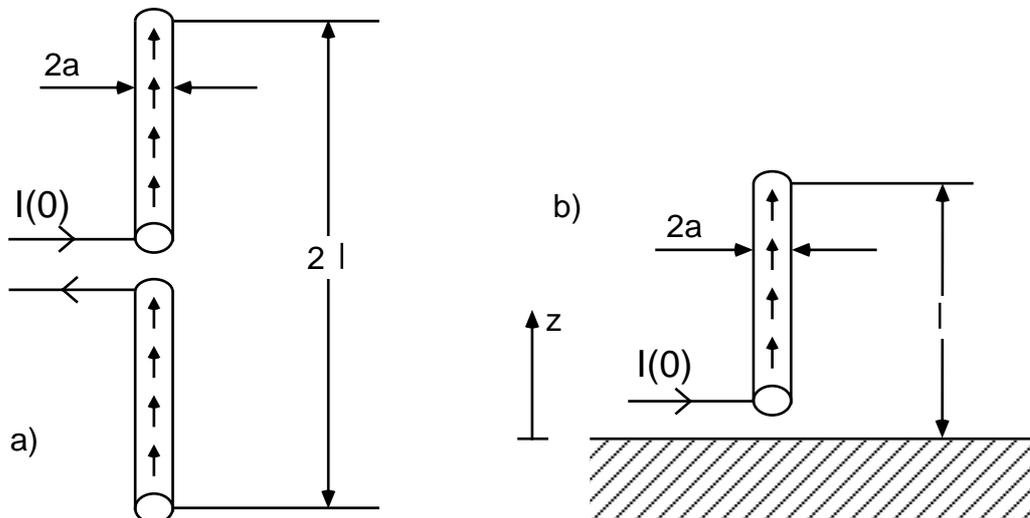


Abbildung 5.1.: Lineare Antennen

der  $z$ -Achse konzentriert betrachtet werden können und in  $z$ -Richtung orientiert sind. Damit kann die lineare Antenne in unendlich viele Hertzsche Dipole zerlegt werden. Die Feldstärken des Hertzschen Dipols sind bekannt (Gl. (4.62a), (4.62b)):

$$\begin{aligned} \underline{E}_\theta &= \underline{I}_0 \Delta z \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-j\beta_0 r}}{r} j\omega \sin \theta, \\ \underline{H}_\psi &= \underline{I}_0 \Delta z \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-j\beta_0 r}}{r} j\beta_0 \sin \theta. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Der Stab wird von einem Strom  $\underline{I}$  durchflossen, der sich längs des Stabes ändern, also eine Funktion von  $z$  sein kann. In einem fernen Punkt  $P$ , der durch den Winkel  $\theta$  festgelegt ist, bildet sich ein Potential  $\underline{A}_z$  als Summe (Integration) aller Teilpotentiale  $\underline{A}_z(z)$  der infinitesimalen Teildipole der Länge  $\Delta z$ .

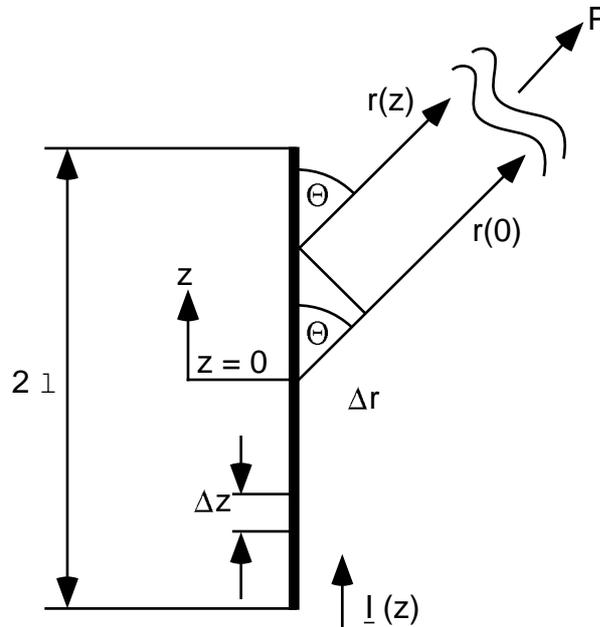


Abbildung 5.2.: Koordinaten zur Berechnung des Vektorpotentials

Die Wegdifferenz der Strecken von einem Punkt  $z$  (auf dem Stab) nach  $P$  und  $z = 0$  nach  $P$  ergibt sich nach Bild 5.2 zu

$$\Delta r(z) = r(z) - r(0) = -z \cos \theta, \quad (5.2)$$

wenn man voraussetzt, daß sich der Punkt  $P$  im Fernfeld der Antenne befindet, d.h.,  $r \gg l$ . Durch diese Wegdifferenz ergibt sich eine Phasendifferenz  $\beta_0 \cdot \Delta r(z)$  der Teilwellen, die in  $P$  ankommen. Das Teilpotential  $\underline{A}_z(z)$  bestimmt sich somit zu:

$$\underline{A}_z(z) = \frac{\mu}{4\pi r(z)} e^{-j\beta_0 r(z)} \underline{I}(z) \Delta z. \quad (5.3a)$$

Damit folgt das gesamte Potential unter Annahme der Fernfeldnäherung für den Abstandsterm  $r(z) \approx r(0)$  (die Phasendifferenz darf nicht vernachlässigt wer-

den):

$$\underline{A}_z = \int_{-l}^{+l} \underline{A}_z(z) dz = \quad (5.3b)$$

$$= \underbrace{\frac{\mu}{4\pi r} e^{-j\beta_0 r(0)}}_{\text{Abstandsfaktor und Richtungsfaktor des Vektorpotentials}} \underbrace{\int_{-l}^{+l} \underline{I}(z) e^{-j\beta_0 \Delta r(z)} dz}_{\text{Antenne}}. \quad (5.3c)$$

Die Gesamtfeldstärke ergibt sich durch Integration aller Teilfeldstärken unter Berücksichtigung der Phase:

$$\underline{E}_\theta = \int_{-l}^{+l} \underline{E}_\theta(\theta) dz. \quad (5.4)$$

Somit erhält man für  $\underline{E}_\theta$  aus Gl. (5.1) und Gl. (5.2)

$$\underline{E}_\theta = j\omega \underbrace{\frac{\mu}{4\pi r} e^{-j\beta_0 r(0)}}_{\text{Abstandsfaktor}} \underbrace{\sin \theta \int_{-l}^{+l} \underline{I}(z) e^{j\beta_0 z \cos \theta} dz}_{\substack{\text{Antenne} \\ \text{Richtungsfaktor } F(\theta)}}. \quad (5.5)$$

$\underline{H}_\psi$  erhält man aus:

$$\underline{H}_\psi = \frac{\underline{E}_\theta}{Z_{F0}}. \quad (5.6)$$

Im folgenden werden einige typische Beispiele linearer Antennen untersucht.

## 5.2. Strahlungseigenschaften dünner linearer Antennen

Die Richtcharakteristik wurde bereits in Abschnitt 3.3 definiert. Wegen der Symmetrie in  $\psi$  ergibt sich hier

$$C(\theta, \psi) = C(\theta) = \frac{|F(\theta)|}{|F_{\max}|}. \quad (5.7)$$

Wie schon erwähnt, kürzt sich bei der Bestimmung von  $C(\theta)$  der Abstandsfaktor weg.

### 5.2.1. Homogen (konstant) belegte Antennen

Bei konstanter Belegung, d.h.

$$\underline{I}(z) = \underline{I}(0) \quad (5.8)$$

gemäß Bild 5.3 kann  $\underline{I}(0)$  bei der Berechnung von  $\underline{E}_\theta$  vorgezogen werden. Damit ergibt sich aus Gl. (5.5):

$$\begin{aligned} \underline{E}_\theta &= \underline{K} \sin \theta \underline{I}(0) \int_{z=-l}^{+l} e^{j\beta_0 z \cos \theta} dz \\ &= \underline{K}' \sin \theta \frac{\sin \left( \frac{2\pi l}{\lambda_0} \cos \theta \right)}{\frac{2\pi l}{\lambda_0} \cos \theta} \end{aligned} \quad (5.9)$$

$$\text{mit } \underline{K}' = \underline{I}(0) j\omega \frac{\mu}{4\pi r} e^{-j\beta r(0)} 2l .$$

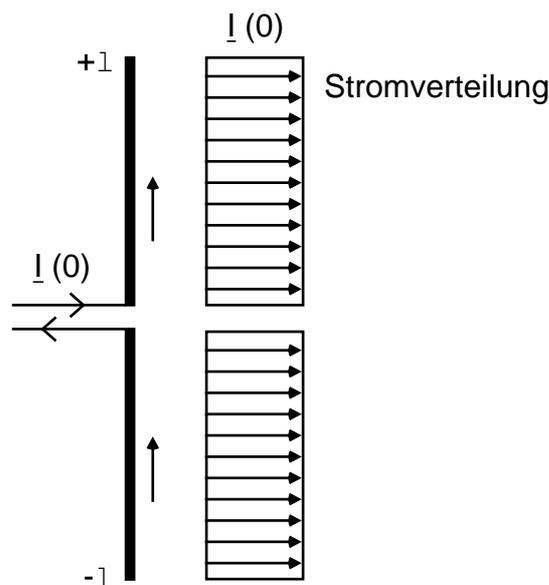


Abbildung 5.3.: Stromverteilung der konstant belegten Antenne

Das Maximum der Funktion nach Gl. (5.9) wird durch geeignete Wahl von  $\underline{K}'$  zu 1 festgelegt. Damit folgt für die Richtcharakteristik gemäß Gl. (5.7):

$$C(\theta) = \left| \sin \theta \frac{\sin \left( \frac{2\pi l}{\lambda_0} \cos \theta \right)}{\frac{2\pi l}{\lambda_0} \cos \theta} \right| = \left| \sin \theta \frac{\sin \zeta}{\zeta} \right| \quad \text{mit } \zeta = \frac{2\pi l}{\lambda_0} \cos \theta. \quad (5.10)$$

Die Richtcharakteristik  $C(\theta)$  ist das Produkt der Kurve aus Bild 5.4 mit  $\zeta$  aus Gl. (5.10) multipliziert mit  $\sin \theta$ . Die Vertikaldiagramme des Stabes nach Bild 5.3 sind also den Vertikaldiagrammen des Hertzschen Dipols in Bild 4.5 sehr ähnlich, wobei jedoch der Faktor  $\sin \zeta / \zeta$  hinzukommt, der die Halbwertsbreite etwas verkleinert und die Amplituden der Nebenzipfel vermindert. Für die Richtwir-

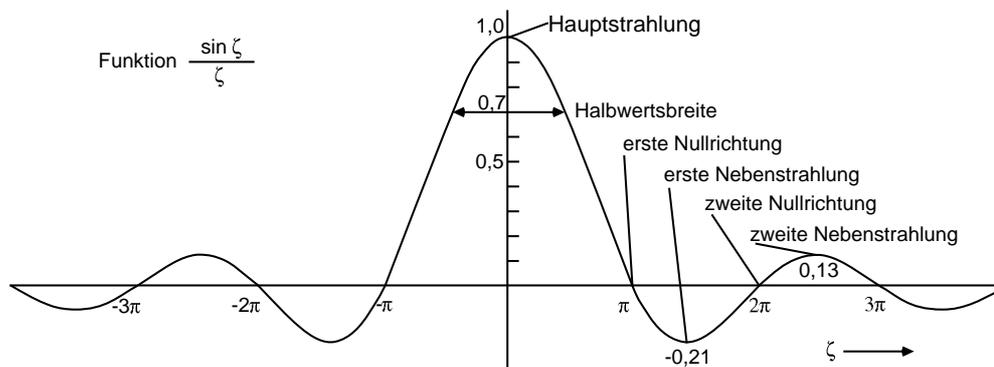


Abbildung 5.4.: Funktion  $\sin \zeta / \zeta$

kung erhält man das Diagramm nach Bild 5.5. Für Werte von  $\zeta > \pi$  entstehen Nebenmaxima, wobei die Phasensprünge an den Stellen  $\zeta = n\pi$  auftreten.

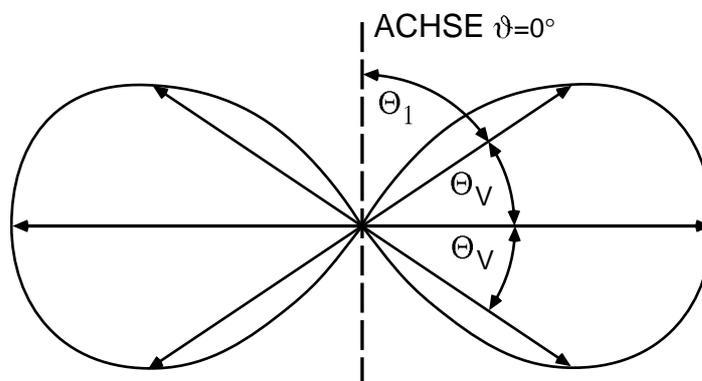


Abbildung 5.5.: Vertikale Halbwertsbreite eines Stabstrahlers

Die Diskussion der Richtcharakteristik erfolgt anhand von Gl. (5.10). Nullstellen ergeben sich für

$$\begin{aligned} \sin \theta = 0 & \Rightarrow \theta = 0^\circ, 180^\circ \text{ und} \\ \frac{\sin \zeta}{\zeta} = 0 & \Rightarrow \frac{2\pi l}{\lambda_0} \cos \theta = n\pi. \end{aligned} \quad (5.11)$$

Die Halbwertswinkel liegen symmetrisch um  $\theta = 90^\circ$ . Für sie gilt

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \sin \theta \frac{\sin \zeta}{\zeta}. \quad (5.12)$$

Für lange Antennen bestimmt fast ausschließlich der Faktor  $\sin \zeta / \zeta$  die Halbwertsbreite der schmalen Hauptstrahlung, da  $\sin \theta \approx 1$ . Dann gilt mit  $\theta_{HW} = \pi/2 - \theta$ :

$$\theta_{HB} = 2 \theta_{HW} \approx 51^\circ \frac{\lambda_0}{2l}. \quad (5.13)$$

### 5.2.2. Sinusförmig belegte Antennen

Bei sinusförmiger Strombelegung der Antenne lässt sich die Stromverteilung wie folgt darstellen:

$$\underline{I}(z) = \frac{\underline{I}(0)}{\sin \beta_0 l} \sin \beta_0 (l - |z|). \quad (5.14)$$

In Bild 5.6 ist die Stromverteilung für verschiedene Stablängen  $2l$  dargestellt. Durch die Pfeile längs des Stabes kann man erkennen, in welcher Richtung der Strom  $\underline{I}$  auf den Antennenstäben läuft. In der Speisestelle wechselt die Stromrichtung. Es ergibt sich die Feldstärke in einem Aufpunkt  $P(r, \theta)$  (Bild 6.2)

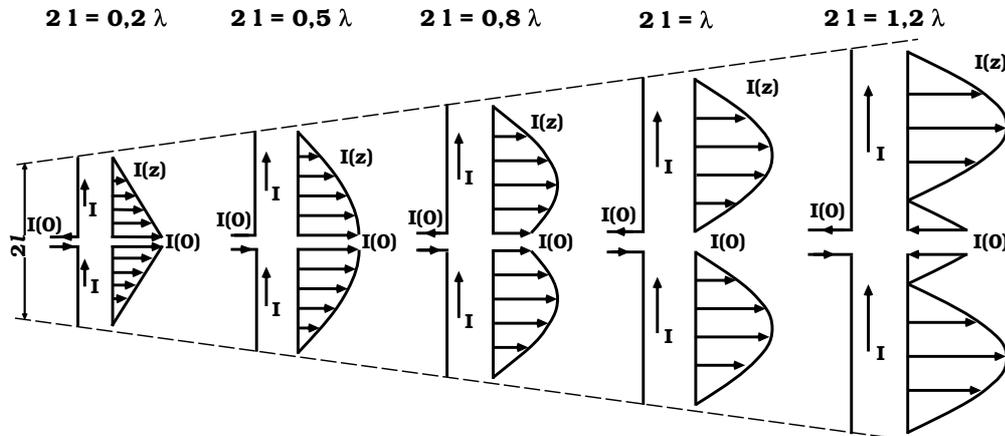


Abbildung 5.6.: Stromverteilung  $I(z)$  auf Stabstrahlern

aus der Integration

$$\underline{E}_\theta = j\omega \frac{\mu}{4\pi r} e^{-j\beta_0 r} \frac{\underline{I}(0)}{\sin \beta_0 l} \sin \theta \int_{z=-l}^{+l} \sin \beta_0 (l - |z|) e^{j\beta_0 z \cos \theta} dz \quad (5.15)$$

$$\int e^{\alpha x} \sin(\beta x + \gamma) dx = \frac{e^{\alpha x}}{\alpha^2 + \beta^2} [\alpha \sin(\beta x + \gamma) + \cos(\beta x + \gamma)] \quad (5.16)$$

$$\int_{-l}^l \sin \beta_0 (l - |z|) e^{j\beta_0 z \cos \theta} dz = \int_{-l}^0 \sin \beta_0 (l + z) e^{j\beta_0 z \cos \theta} dz + \int_0^l \sin \beta_0 (l - z) e^{j\beta_0 z \cos \theta} dz = \quad (5.17)$$

$$= \left[ \frac{e^{j\beta_0 z \cos \theta}}{-\beta^2 \cos^2 \theta + \beta^2} \{j\beta \cos \theta \sin(\beta l + \beta z) - \beta \cos(\beta l + \beta z)\} \right]_{-l}^0 + \quad (5.18)$$

$$\left[ \frac{e^{j\beta_0 z \cos \theta}}{-\beta^2 \cos^2 \theta + \beta^2} \{j\beta \cos \theta \sin(\beta l - \beta z) + \beta \cos(\beta l - \beta z)\} \right]_0^l = \quad (5.19)$$

$$= \frac{1}{\beta^2 \sin^2 \theta} \{j\beta \cos \theta \sin(\beta l) - \beta \cos(\beta l)\} - \frac{e^{-j\beta l \cos \theta}}{\beta^2 \sin^2 \theta} \{-\beta\} + \quad (5.20)$$

$$\frac{e^{j\beta l \cos \theta}}{\beta^2 \sin^2 \theta} \{\beta\} - \frac{1}{\beta^2 \sin^2 \theta} \{j\beta \cos \theta \sin(\beta l) + \beta \cos(\beta l)\} = \quad (5.21)$$

$$= \frac{e^{-j\beta l \cos \theta} + e^{j\beta l \cos \theta} - 2 \cos(\beta l)}{\beta \sin^2 \theta} = \frac{2 \cos(\beta l \cos \theta) - \cos(\beta l)}{\beta \sin^2 \theta} \quad (5.22)$$

$$\Rightarrow \underline{E}_\theta = j\omega \frac{\mu}{4\pi r} e^{-j\beta_0 r} \frac{\underline{I}(0)}{\sin \beta_0 l} \frac{2}{\beta_0} \frac{\cos(\beta_0 l \cos \theta) - \cos \beta_0 l}{\sin \theta} \quad (5.23)$$

Gemäß der Definition nach Gl. (5.5) folgt hieraus der Richtungsfaktor

$$\underline{F}(\theta) = \frac{\underline{I}(0)}{\sin \beta_0 l} \frac{2}{\beta_0} \frac{\cos(\beta_0 l \cos \theta) - \cos \beta_0 l}{\sin \theta} \quad (5.24)$$

$\lambda/2$ -Dipol

Für  $2l = \lambda/2$  d.h.  $\beta_0 l = \pi/2$  folgt aus Gl. (5.24)

$$\underline{F}(\theta) = \frac{2\underline{I}(0)}{\beta_0} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} \quad (5.25)$$

und damit

$$\underline{F}_{\max} = \frac{2\underline{I}(0)}{\beta_0} \quad \text{bei } \theta = \frac{\pi}{2}, \quad (5.26)$$

woraus sich für die Richtcharakteristik

$$C(\theta) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} \quad (5.27)$$

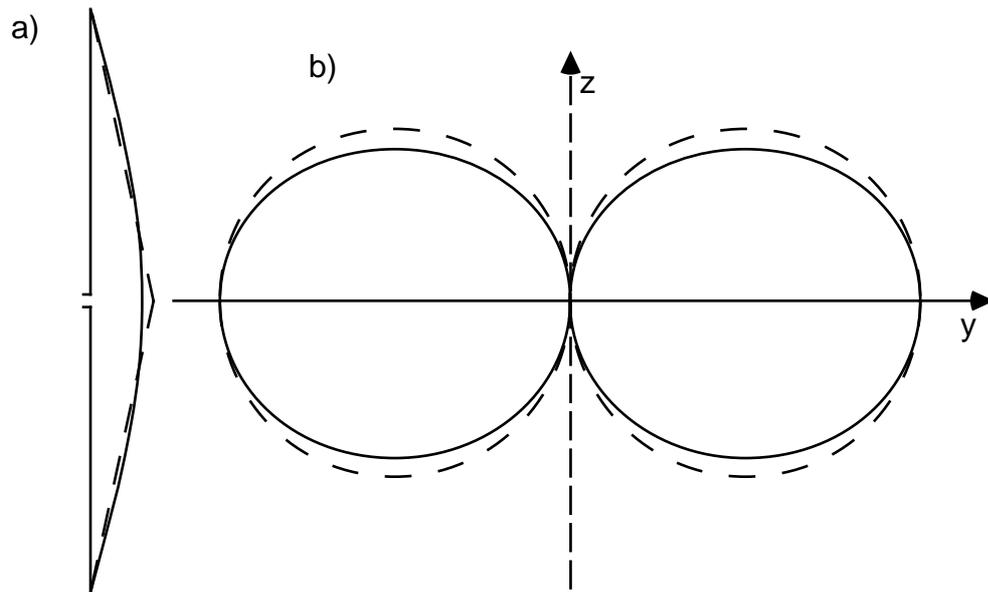


Abbildung 5.7.: a) Stromverteilung und b) Richtcharakteristik des  $\lambda/2$ -Dipols (zum Vergleich  $2l \ll \lambda_0/\pi$  gestrichelt)

ergibt.

Den Gewinn erhält man aus

$$G_i = \frac{4\pi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi C^2(\theta, \psi) \sin \theta \, d\theta \, d\psi} = \frac{4\pi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin \theta} \, d\theta \, d\psi} \quad (5.28)$$

$$G_i = 1,64 \cong 2,15 \text{ dBi.}$$

Das Integral ist numerisch auswertbar.

Dieser Gewinn unterscheidet sich nur wenig vom Gewinn des Hertzschen Dipols mit 1,5. Mit Kenntnis des Gewinns lässt sich die Berechnung des Strahlungswiderstandes durchführen. Aus Gl. (4.70) erhält man

$$R_S = \frac{2P_S}{|I(0)|^2}, \quad (5.29)$$

wobei sich  $P_S$  mit Hilfe des Gewinns nach Gl. (3.8) ausdrücken lässt als

$$P_S = 4\pi r^2 \frac{|\vec{S}|_{\max}}{G_i}, \quad (5.30)$$

$|\underline{S}|_{\max}$  mit Hilfe der  $E$ -Feldstärke

$$|\underline{S}|_{\max} = \frac{|\underline{E}_\theta|_{\max}^2}{2 Z_{F0}} \quad (5.31)$$

und  $|\underline{E}_\theta|_{\max}$  nach Gl. (5.23):

$$|\underline{E}_\theta|_{\max} = \frac{1}{2\pi} \frac{\omega\mu}{\beta_0 r} |\underline{I}(0)| = \frac{Z_{F0}}{2\pi r} |\underline{I}(0)|. \quad (5.32)$$

Hieraus folgt der Strahlungswiderstand des  $\lambda/2$ -Dipols zu

$$R_S = \frac{Z_{F0}}{\pi G_i} = \frac{120 \Omega}{1,64} = 73,2 \Omega. \quad (5.33)$$

Obwohl Gewinn und Richtcharakteristik des  $\lambda/2$ -Dipols und des Hertzschen Dipols nur gering voneinander abweichen, ergeben sich größere Differenzen im Strahlungswiderstand.

### $\lambda$ -Dipol

Für  $2l = \lambda$ , d.h.  $\beta_0 l = \pi$  erhält man aus Gl. (5.24):

$$\underline{E}_{\max} = 2 \frac{\underline{I}(0)}{\beta_0 \sin \beta_0 l}. \quad (5.34)$$

Zur Bestimmung von  $C(\theta)$  setzt man zunächst  $\beta_0 l = \pi - \varepsilon$  und kürzt vor dem Grenzübergang  $\varepsilon \rightarrow 0$  durch den Ausdruck  $2|\underline{I}(0)|/(\beta_0 \sin \beta_0 l)$ . Damit erhält man die in Bild (5.7) dargestellte Richtcharakteristik

$$C(\theta) = \frac{1 \cos(\pi \cos \theta) + 1}{2 \sin \theta} \quad (5.35)$$

und nach numerischer Auswertung

$$G_i = 2,41 \cong 3,82 \text{ dBi.}$$

Der größere Gewinn, den der  $\lambda$ -Dipol gegenüber dem  $\lambda/2$ -Dipol hat, zeigt sich im schlankeren Strahlungsdiagramm.

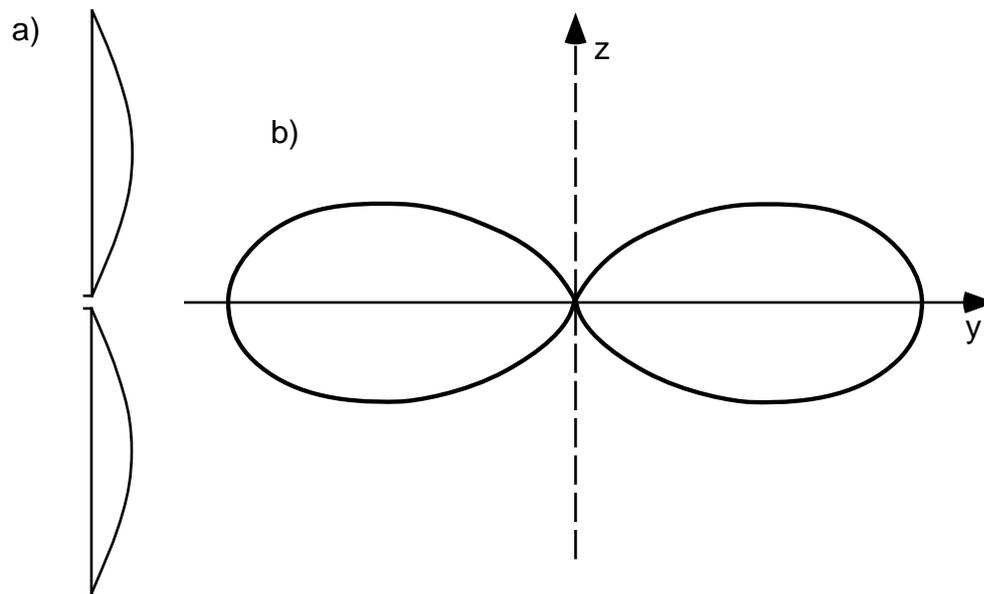


Abbildung 5.8.: a) Stromverteilung und b) Richtcharakteristik des  $\lambda$ -Dipols

### Längere lineare Antennen

In Bild 5.9 sind die Vertikaldiagramme von linearen Antennen der Länge  $2l \geq 3\lambda/2$  dargestellt, die numerisch nach Gl. (5.24) ausgewertet wurden. Bei Antennenlängen  $2l \leq \lambda$  hat das Diagramm nur ein Maximum. Für  $2l > \lambda$  bilden sich zusätzlich zu den Hauptkeulen noch Nebenkeulen aus.

Bei größeren Antennenlängen entstehen viele Nebenkeulen (Bild 5.9 c) und die Lage der Hauptkeulen neigt sich immer mehr in Richtung der Antennenachse. Dies ist das Prinzip der Langdraht-Antenne, deren Länge ein Vielfaches der Wellenlänge beträgt und deren Hauptstrahlrichtung nur wenig von der Richtung des Drahtes abweicht.

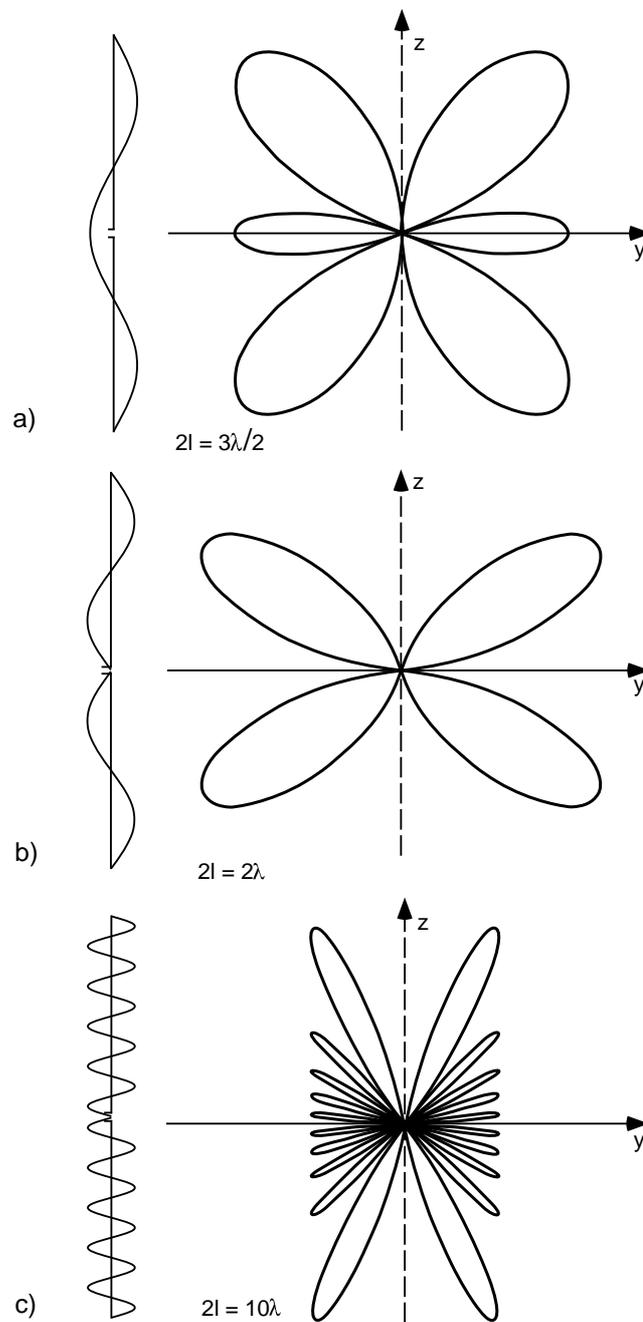


Abbildung 5.9.: Richtdiagramme und Stromverteilungen linearer, symmetrisch gespeister Antennen mit  $2l \geq 3/2\lambda$

### 5.3. Eingangsimpedanz von Stabstrahlern

Die Eingangsimpedanz  $Z_A$ , die die Antenne dem speisenden Generator zwischen den beiden Anschlußklemmen am Ort  $z = 0$  anbietet, hat eine Wirkkomponente  $R_A$  und eine Blindkomponente  $jX_A$ . Es ist üblich, dünne Stäbe mit Hilfe der Leitungstheorie zu behandeln. Bild 5.10a zeigt, wie ein Stab aus Induktivitäten und Kapazitäten aufgebaut ist, Bild 5.10b zeigt das Ersatzschaltbild. Die Strombelegung und die Koordinaten sind in Bild 5.10c gezeigt.

Fasst man lineare Antennen als Leitungen mit verteilter Induktivität  $L'$  und verteilter Kapazität  $C'$  auf, so ist der Wellenwiderstand  $\sqrt{L'/C'}$  sicher nicht konstant längs der Antenne. Man vernachlässigt diese Abhängigkeit von  $z$  und setzt den Wellenwiderstand in grober Näherung gleich einem mittleren Wellenwiderstand. Wie sich zeigen wird, ist der mittlere Wellenwiderstand eine Funktion des Schlankheitsgrades  $l/a$  der Antenne ( $a =$  Radius des Stabes, vgl. Bild 5.1).

Für diese Abhängigkeit findet man in der Literatur verschiedene Näherungsformeln, von denen hier zwei angegeben sind:

$$Z_L = 120 \, \Omega \, \ln \left[ \left( \frac{2l}{a} \right) - 1 \right] \approx 120 \, \Omega \, \ln \left( 1,47 \frac{l}{2a} \right), \quad (5.36)$$

$$Z_L = 60 \, \Omega \, \ln \left( \frac{l^2}{3a^2} \right) \approx 120 \, \Omega \, \ln \left( 1,15 \frac{l}{2a} \right). \quad (5.37)$$

Bei der gegen Erde erregten Vertikalantenne ist der anzunehmende Wellenwiderstand nur halb so groß. Der mittlere Wellenwiderstand einer dünnen Stabantenne beträgt 200 bis 500  $\Omega$  und wird mit wachsender Stabdicke kleiner.

Je größer der Wellenwiderstand, desto größer sind die Blindkomponenten bei gegebenem  $l/\lambda_0$ . Für kleinere Werte  $l/\lambda_0$  wirkt der Stab als reine Kapazität. Der (negative) Blindwiderstand ist dann proportional zu  $1/\omega$ , nimmt also mit wachsender Frequenz ab. Für größere  $l/\lambda_0$  wirkt dann auch die Induktivität des Stabes mit und für Stablängen  $2l = \lambda_0/2$  (Leitungslängen  $l = \lambda_0/4$ ) tritt Serienresonanz mit  $X_A = 0$  ein.

Deshalb sind für kleine Werte  $l/\lambda_0$  ( $l/\lambda_0 < 0,1$ ) der Strahlungswiderstand  $R_S$  und der Verlustwiderstand  $R_V$  zu vernachlässigen gegen  $X_A$ . Man erhält dann den Antenneneingangswiderstand  $Z_A$  für die leerlaufende Leitung (vgl. Ab-

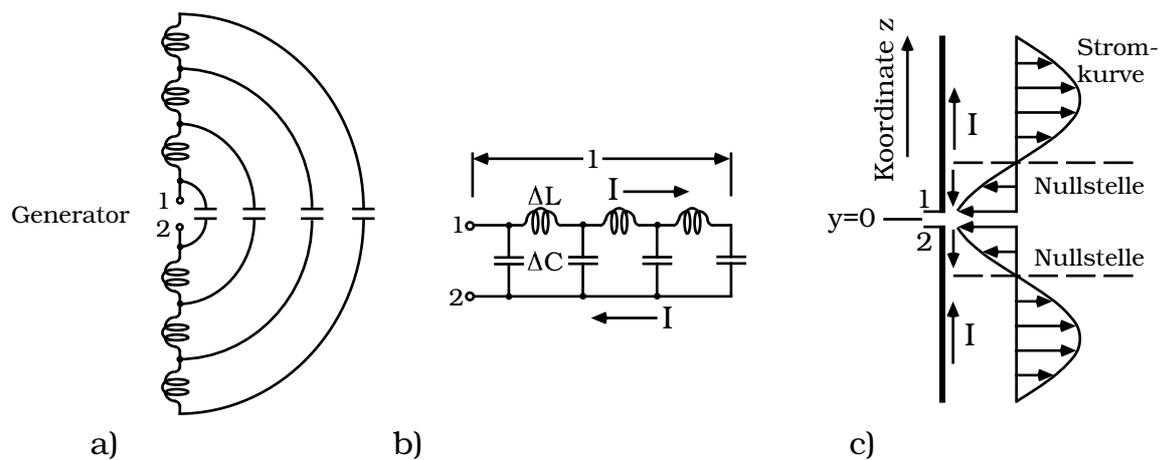


Abbildung 5.10.: Leitungersatzbild eines Stabstrahlers.

schnitt 3.7):

$$\underline{Z}_A = R_V + R_S + jX_A = R_A + jX_A, \quad (5.38)$$

$$\underline{Z}_A \approx -j \frac{Z_L}{\tan \beta_0 l}. \quad (5.39)$$

Für kleine  $\beta_0 l$ , für die  $\tan \beta_0 l \approx \beta_0 l$  ist, erhält man aus Gl. (5.39)

$$\underline{Z}_A \approx -j \frac{Z_L}{\beta_0 l} = -j \frac{c_0 Z_L}{\omega l}. \quad (5.40)$$

Die Eingangsimpedanz ist damit näherungsweise proportional zu  $1/f$  und  $1/l$  sowie über  $Z_L$  zu  $l/a$ . Wie allgemein bei Leitungen in Luft ist die Phasengeschwindigkeit auf Stabantennen nahezu gleich der Lichtgeschwindigkeit.

Für längere Antennen mit  $0,2 < l/\lambda < 0,5$  berücksichtigt man den endlichen Strahlungswiderstand, indem eine gedämpfte leerlaufende Leitung angesetzt wird:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_A &\approx \frac{Z_L}{\tanh[(\alpha + j\beta_0)l]} \\ &= \frac{Z_L \sinh(2\alpha l)}{2 \sinh^2(\alpha l) + \sinh^2(\beta_0 l)} - j \frac{Z_L \sinh(2\beta_0 l)}{2 \sinh^2(\alpha l) + \sinh^2(\beta_0 l)}. \end{aligned} \quad (5.41)$$

Bild 5.11 zeigt reale Eingangsimpedanzen  $Z_A$  für verschiedene mittlere Wellenwiderstände  $Z_L$ . Der Wert  $R_1$  für  $2l = \lambda_0/2$  ist weitgehend unabhängig vom Wellenwiderstand etwa gleich  $75 \Omega$  für alle Kurven. Der Wert  $R_K$  für  $2l = \lambda_0$  wächst



Generatorzuleitung zu machen. Einen optimalen Breitbanddipol mit Doppelkegel und abgerundeten Ecken zeigt Bild 5.12c.

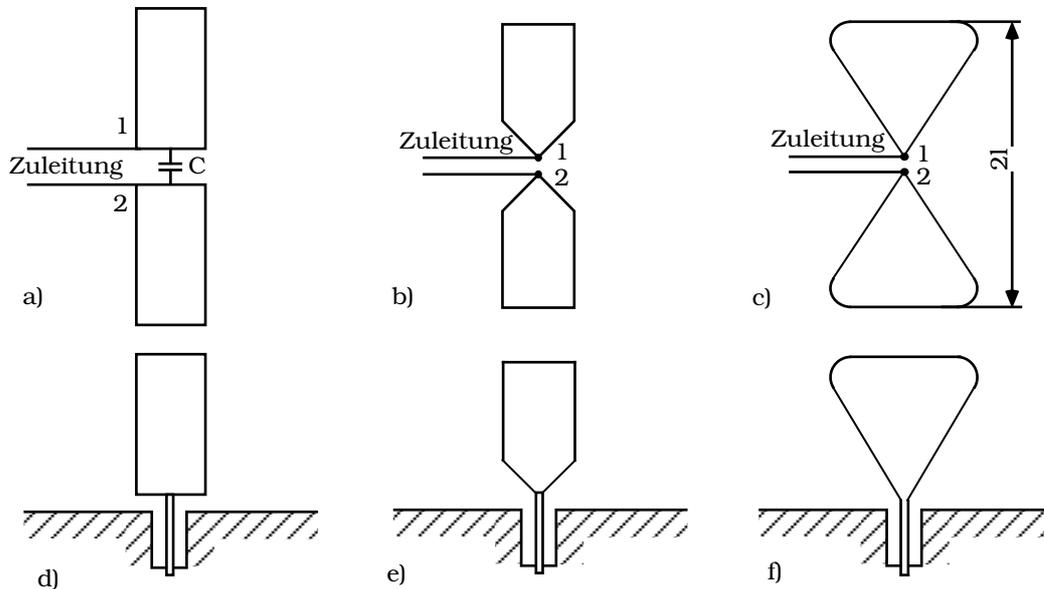


Abbildung 5.12.: Breitbandstrahler a)–c) Dipole, d)–f) Monopole

## 5.4. Kapazitiv belastete Stäbe

Eine Antenne kann wie eine Leitung durch eine Endkapazität verkürzt werden. Der Endkapazität kann eine äquivalente Antennenlänge  $l$  zugeordnet werden wie in Bild 5.13. Bild 5.13a zeigt eine kurze Antenne, welche durch die Endkapazität um die Länge  $l'$  an jeder Seite verkürzt ist. Belastet man die Antenne nach Bild 5.13b mit einer geeigneten Kapazität  $C_0$ , so zeigt Bild 5.13c, daß dadurch ein Stab mit ziemlich konstantem Strom  $\underline{I}(z)$  längs des Stabes entsteht. Insgesamt ergibt sich für  $2l < 0,7\lambda_0$  eine gleichmäßigere Stromverteilung längs des Stabes im Vergleich zum einfachen Stab der Länge  $2l = \lambda_0$ . Die Ströme  $\underline{I}(z)$  nähern sich für Stablängen  $2l < 0,7\lambda_0$  im Mittel mehr dem Speisestrom  $\underline{I}(0)$ . Der kapazitiv belastete Stab nutzt wegen dieser gleichmäßigeren Stromverteilung die verfügbare Länge besser zur Erzeugung einer Welle aus als der einfache Stab. Dies ist besonders bei niedrigen Frequenzen wichtig, weil die Erzeugung einer Welle vom Quotienten  $2l/\lambda_0$  abhängt, also bei großem  $\lambda_0$  große

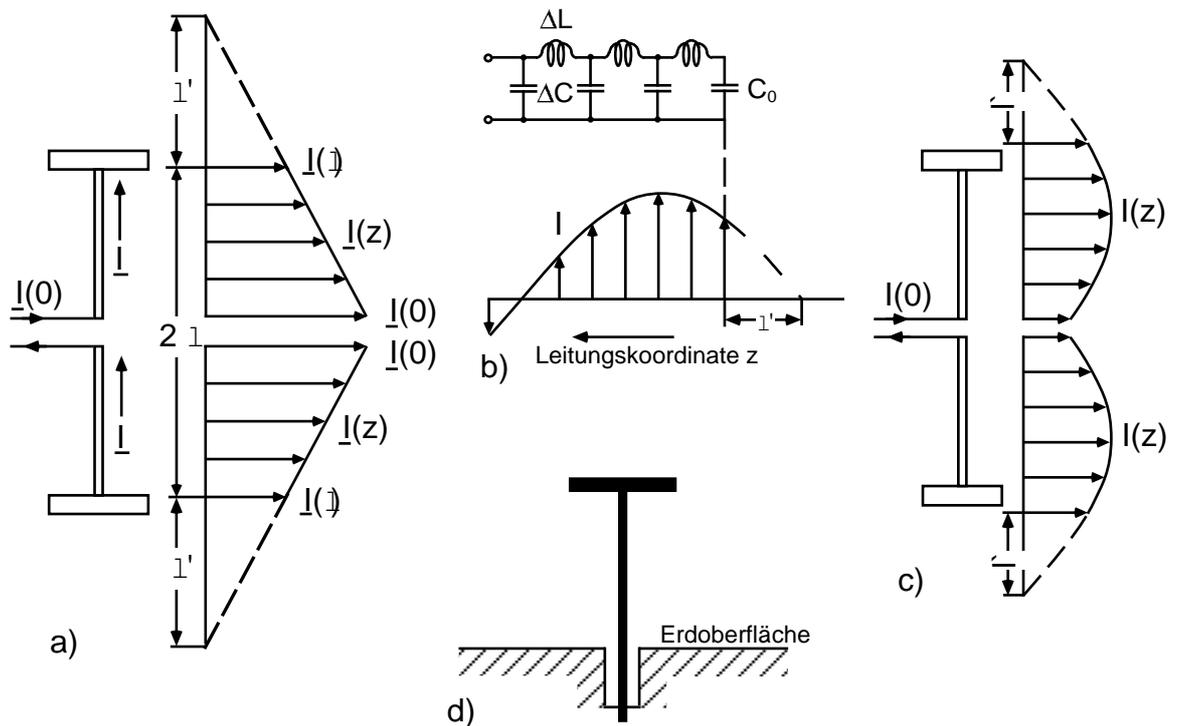


Abbildung 5.13.: Kapazitiv belasteter Stabstrahler

$2l$  erforderlich werden. Hohe Antennen sind teuer. Die Möglichkeit, durch kapazitive Belastung mit kleinerem  $l$  eine Welle gleicher Amplitude zu erzeugen, erleichtert bei niedrigen Frequenzen die Konstruktion der Antennen. Bei niedrigen Frequenzen verwendet man die unsymmetrische Form nach Bild 5.13d mit der Erdoberfläche als leitende Ebene. Die Kapazität  $C_0$  wird dann durch waagrecht gespannte Drähte erzeugt.

# 6. Antennengruppen

## 6.1. Berechnung des Gruppenfaktors

Antennen mit gerichteter Strahlung, d.h. Richtwirkung, können durch Zusammenfassen von mehreren Einzelstrahlern zu einem Array synthetisiert werden. Der Abstand der einzelnen Elementarstrahler liegt dabei in der Größenordnung einer Wellenlänge.

Für die Berechnung des Feldes der Antennengruppe geht man von Bild 6.1 aus. Man betrachtet  $N$  Elementarstrahler, die jeweils von einem Strom mit der komplexen Amplitude  $I_\nu$  gespeist werden und sich im Abstand  $r_\nu$  von einem Aufpunkt  $P$  befinden.

Die Felder der einzelnen Elementarstrahler überlagern sich im freien Raum vektoriell nach dem Prinzip der linearen Superposition. Die Feldstärke  $\vec{E}_P$  im Aufpunkt  $P(r_0, \theta_0, \psi_0)$  ergibt sich daher durch vektorielle Addition der Einzelfeldstärken  $\vec{E}_\nu$  der einzelnen Strahler zu:

$$\vec{E}_P = \sum_{\nu=1}^N \vec{E}_\nu(r_\nu, \theta_\nu, \psi_\nu, I_\nu). \quad (6.1)$$

Unter den Voraussetzungen, daß alle verwendeten Einzelstrahler

- identisch sind,
- im Raum gleich orientiert sind und
- sich gegenseitig nicht beeinflussen,

weisen sie alle dasselbe Richtdiagramm auf. Man kann dann die  $\vec{E}_\nu$  gleichsetzen und schreiben:

$$\vec{E}_P = \sum_{\nu=1}^N \vec{E}(r_\nu, \theta_\nu, \psi_\nu, I_\nu) \quad (6.2)$$

Die abgestrahlte Feldstärke des Einzelelementes steigt linear mit der Amplitude

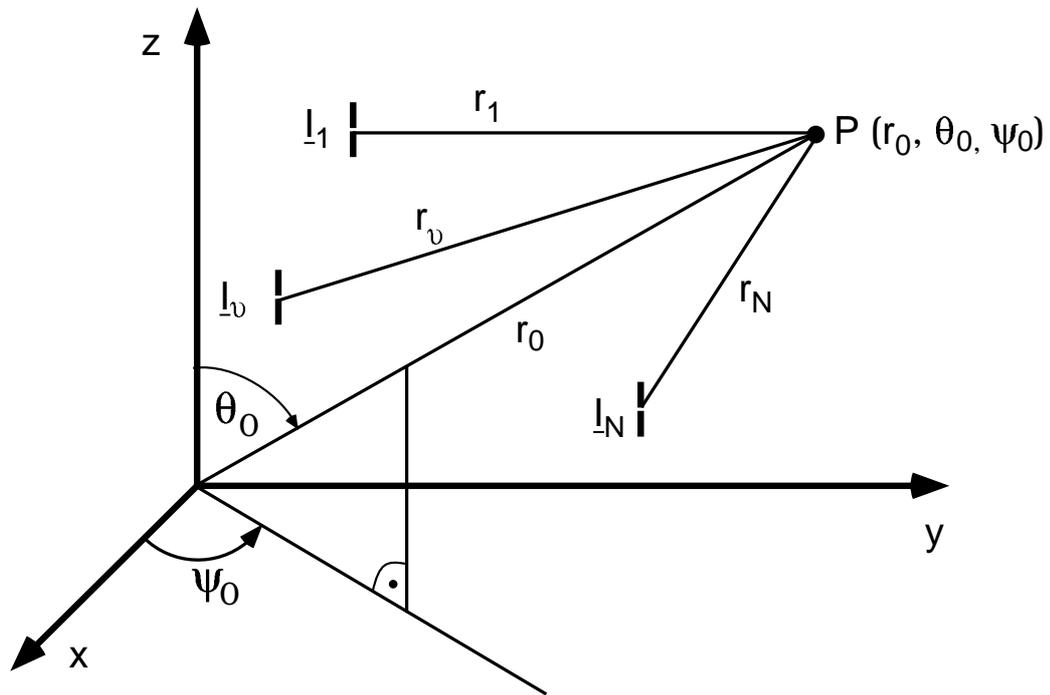


Abbildung 6.1.: Antennengruppe beliebiger Konfiguration

des Speisestromes an, so daß gilt:

$$\vec{E}_P = \sum_{\nu=1}^N I_\nu \vec{E}'(r_\nu, \theta_\nu, \psi_\nu), \quad (6.3)$$

wobei  $\vec{E}'$  die auf einen Einheitsspeisestrom bezogene Feldstärke darstellt.

Betrachtet man nun den Fall, daß sich der Aufpunkt  $P$  im Fernfeld der Antennengruppe befindet, d.h.  $r_0$  ist groß gegen die Ausdehnung der Anordnung, so kann die Feldstärke im Punkt  $P$  wie folgt dargestellt werden:

$$\vec{E}_P = \sum_{\nu=1}^N I_\nu \vec{E}''(\theta_\nu, \psi_\nu) \frac{e^{-j\beta_0 r_\nu}}{r_\nu}. \quad (6.4)$$

Im Fernfeld können die Koordinaten  $r_\nu, \theta_\nu, \psi_\nu$  durch die entsprechenden Größen des Bezugskordinatensystems  $r_0, \theta_0, \psi_0$  ersetzt werden (bis auf das Argument der komplexen  $e$ -Funktion):

$$\vec{E}_P = \sum_{\nu=1}^N I_\nu \vec{E}''(\theta_0, \psi_0) \frac{e^{-j\beta_0 r_\nu}}{r_0}. \quad (6.5)$$

Zieht man alle Größen, die nicht von  $\nu$  abhängig sind, vor das Summenzeichen und führt man noch einen Bezugsstrom  $I_0$  ein, so gilt:

$$\vec{E}_P = \underbrace{\vec{E}''(\theta_0, \psi_0)}_{F_E} \cdot \underbrace{\frac{e^{-j\beta_0 r_0}}{r_0}}_{F_A} \cdot \underbrace{\sum_{\nu=1}^N \frac{I_\nu}{I_0} e^{-j\beta_0 (r_\nu - r_0)}}_{F_{Gr}}. \quad (6.6)$$

Die Feldstärke am Ort  $P$  setzt sich somit aus 3 Faktoren zusammen:

- Der Elementfaktor  $F_E$  wird durch die Richtcharakteristik der verwendeten Einzelstrahler (Dipol, Horn, Patch etc.) bestimmt.
- Der Abstandsfaktor  $F_A$  repräsentiert die Freiraumausbreitung, hat aber keinen Einfluß auf die Richtcharakteristik der Gesamtanordnung.
- Im verbleibenden Gruppenfaktor  $F_{Gr}$  sind nur noch die geometrische Anordnung der Antennenelemente und die Stärke von deren Anregung enthalten. Der Gruppenfaktor ist unabhängig von der Art der verwendeten Einzelstrahler. Für sich allein betrachtet beschreibt er die Richtcharakteristik, die eine Anordnung von isotropen Kugelstrahlern erzeugen würde:

$$F_{Gr} = \sum_{\nu=1}^N \frac{I_\nu}{I_0} e^{-j\beta_0 (r_\nu - r_0)}. \quad (6.7)$$

## 6.2. Lineare Antennengruppen

Für die Anordnung von Einzelelementen im Raum gibt es verschiedene Möglichkeiten, wobei die einfachste wohl darin besteht, die Einzelstrahler längs einer Linie aufzureihen. Man spricht dann von einem linearen Array bzw. einer linearen Antennengruppe.

In Bild 6.2 sind einige Möglichkeiten der Anordnung im Raum am Beispiel von Dipolen dargestellt.

Je nach Anordnung der linearen Antennengruppe bezüglich des Koordinatensystems spricht man in Anlehnung an die Matrizenrechnung auch von *Antennenspalten* bzw. *Antennenzeilen*. Mit ihnen ist es möglich, aus einfachen Elementen Antennen mit hohem Gewinn herzustellen.

Wie im vorherigen Kapitel gezeigt, wird das Richtdiagramm durch den Elementfaktor und den Gruppenfaktor bestimmt, die unter den gemachten Voraussetzungen unabhängig voneinander sind.

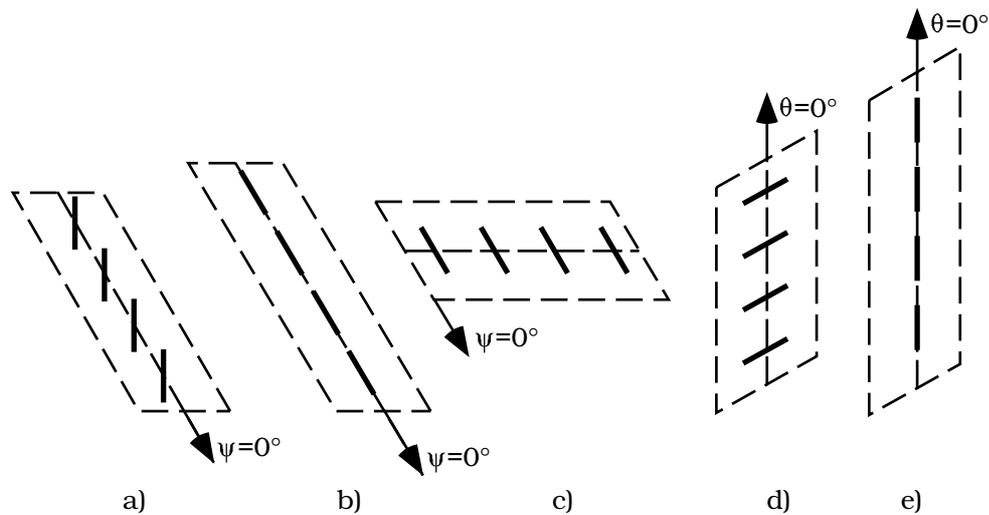


Abbildung 6.2.: Verschiedene Möglichkeiten der Anordnung von Dipolen in Zeilen und Spalten

Der Elementfaktor bestimmt die Form der Einhüllenden des Richtdiagramms der Gesamtanordnung. Je nach Ausrichtung der Einzelstrahler ist eine Hauptstrahlrichtung in Ausdehnungsrichtung wie z.B. in Bild 6.2a, c, d oder senkrecht dazu wie in Bild 6.2b, e möglich.

Durch Ansteuerung der Einzelelemente mit unterschiedlichen Strömen in Betrag und Phase kann der Gruppenfaktor und damit das Richtdiagramm der Gesamtanordnung in der gewünschten Weise beeinflusst werden. Durch Steuerung der Phasenbelegung ist eine Schwenkung der Hauptstrahlrichtung der Antennengruppe möglich. Man spricht in diesem Fall von einem *Phased Array*, d.h. einer phasengesteuerten Antenne. Im folgenden soll nun die Berechnung des Gruppenfaktors für eine lineare Antennengruppe dargestellt werden. Die Herleitung soll für eine in  $x$ -Richtung ausgedehnte Antennengruppe erfolgen. Für in  $y$ -oder  $z$ -Richtung ausgedehnte Antennengruppen ist die Herleitung analog.

Für die Antennengruppe gelten die nachstehenden Voraussetzungen:

- gleiche Antennenelemente,
- gleicher Betrag des Speisestroms für alle Antennenelemente  $|\underline{I}_\nu| = |\underline{I}_0|$ ,
- gleiche gegenseitige Phasenverschiebung  $\frac{\underline{I}_{\nu+1}}{\underline{I}_\nu} = e^{-j\varphi_{0x}}$ ,
- Ausdehnung in  $x$ -Richtung mit gleichem gegenseitigen Abstand  $d_x$ ,
- keine gegenseitige Beeinflussung der Einzelstrahler.

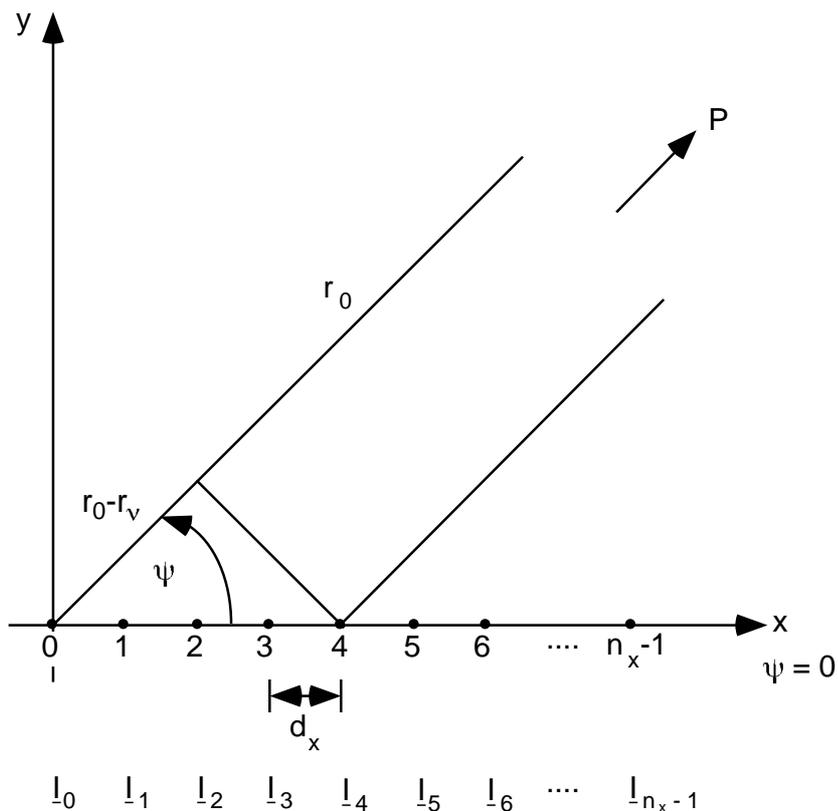


Abbildung 6.3.: Anordnung zur Berechnung des Gruppenfaktors

Den Gruppenfaktor für die Anordnung in Bild 6.3 erhält man zu:

$$F_{Gr} = \sum_{\nu=0}^{n_x-1} e^{-j\nu\varphi_{0x}} e^{-j\beta_0(r_\nu - r_0)}. \quad (6.8)$$

Der Gangunterschied zwischen dem  $\nu$ -ten Element und dem Element im Koordinatenursprung beträgt nach Bild 6.3

$$r_\nu - r_0 = -\nu d_x \cos \psi \sin \theta. \quad (6.9)$$

Eingesetzt in Gl. (6.8) erhält man:

$$\begin{aligned}
 F_{Gr} &= \sum_{\nu=0}^{n_x-1} e^{-j\nu\varphi_{0x}} e^{+j\nu\beta_0 d_x \cos\psi \sin\theta} \\
 &= \sum_{\nu=0}^{n_x-1} e^{+j\nu(\beta_0 d_x \cos\psi \sin\theta - \varphi_{0x})} \\
 &= \sum_{\nu=0}^{n_x-1} \left( e^{+j(\beta_0 d_x \cos\psi \sin\theta - \varphi_{0x})} \right)^\nu = \sum_{\nu=0}^{n_x-1} \left( e^{+j\delta} \right)^\nu
 \end{aligned} \tag{6.10}$$

mit

$$\delta = \beta_0 d_x \cos\psi \sin\theta - \varphi_{0x} = \frac{2\pi}{\lambda} d_x \cos\psi \sin\theta - \varphi_{0x}.$$

Für die Summe einer *endlichen* geometrischen Reihe gilt (für alle  $q$ ):

$$\sum_{\nu=0}^{n-1} q^\nu = \frac{1 - q^n}{1 - q}. \tag{6.11}$$

Angewandt auf Gl. (6.10) folgt:

$$\begin{aligned}
 F_{Gr}(\delta) &= \frac{1 - e^{+jn_x\delta}}{1 - e^{+j\delta}} = \frac{e^{+jn_x\frac{\delta}{2}}}{e^{+j\frac{\delta}{2}}} \cdot \frac{e^{+jn_x\frac{\delta}{2}} - e^{-jn_x\frac{\delta}{2}}}{e^{+j\frac{\delta}{2}} - e^{-j\frac{\delta}{2}}} = \\
 &= \frac{e^{+jn_x\frac{\delta}{2}}}{e^{+j\frac{\delta}{2}}} \cdot \frac{\sin\left(n_x\frac{\delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)}.
 \end{aligned} \tag{6.12}$$

Der Betrag des Gruppenfaktors errechnet sich somit zu

$$|F_{Gr_x}(\theta, \psi)| = \frac{\left| \sin \left\{ \frac{n_x}{2} \left( \frac{2\pi d_x}{\lambda} \cos\psi \sin\theta - \varphi_{0x} \right) \right\} \right|}{\left| \sin \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi d_x}{\lambda} \cos\psi \sin\theta - \varphi_{0x} \right) \right\} \right|}. \tag{6.13}$$

Für in  $y$ - bzw.  $z$ -Richtung ausgedehnte lineare Antennengruppen erhält man analog:

$$|F_{Gr_y}(\theta, \psi)| = \frac{\left| \sin \left\{ \frac{n_y}{2} \left( \frac{2\pi d_y}{\lambda} \sin\psi \sin\theta - \varphi_{0y} \right) \right\} \right|}{\left| \sin \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi d_y}{\lambda} \sin\psi \sin\theta - \varphi_{0y} \right) \right\} \right|}, \tag{6.14}$$

$$|F_{Gr_z}(\theta, \psi)| = \frac{\left| \sin \left\{ \frac{n_z}{2} \left( \frac{2\pi d_z}{\lambda} \cos\theta - \varphi_{0z} \right) \right\} \right|}{\left| \sin \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi d_z}{\lambda} \cos\theta - \varphi_{0z} \right) \right\} \right|}. \tag{6.15}$$

Stellvertretend soll hier der Gruppenfaktor einer in  $x$ -Richtung ausgedehnten linearen Anordnung in der Horizontalebene ( $\theta = 90^\circ$ ) näher untersucht werden:

$$|F_{Gr_x}(\theta = 90^\circ, \psi)| = \frac{\left| \sin \left\{ \frac{n_x}{2} \left( \frac{2\pi d_x}{\lambda} \cos\psi - \varphi_{0x} \right) \right\} \right|}{\left| \sin \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi d_x}{\lambda} \cos\psi - \varphi_{0x} \right) \right\} \right|}. \tag{6.16}$$

## Hauptstrahlung

Ein absolutes Maximum  $\psi_{Hm}$  ergibt sich für den Gruppenfaktor, wenn Zähler und Nenner gleichzeitig gegen Null gehen, d.h.

$$\frac{1}{2} \left( \frac{2\pi d_x}{\lambda} \cos \psi_{Hm} - \varphi_{0x} \right) = m\pi \quad \text{mit} \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (6.17)$$

Das erste Maximum ergibt sich für  $m = 0$  (wenn  $0 \leq \varphi_{0x} \leq 2\pi$ )

$$\psi_{H0} = \pm \arccos \frac{\varphi_{0x}}{2\pi \frac{d_x}{\lambda}} \quad (6.18)$$

Für  $d_x/\lambda \geq 1$  existieren weitere Hauptstrahlrichtungen für  $m \neq 0$ , sogenannte „grating lobes“.

Der Wert  $|F_{Gr}(\psi)|$  wird an diesen Stellen gleich  $n_x$  ( $n_x =$  Zahl der Einzelstrahler)

## Nullstellen

Nullstellen  $\psi_{0m}$  existieren dort wo der Zähler null, der Nenner jedoch ungleich null ist, d.h.

$$\frac{n_x}{2} \left( 2\pi \frac{d_x}{\lambda} \cos \psi_{0m} - \varphi_{0x} \right) = m\pi \quad \text{mit} \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (6.19)$$

$$\frac{m}{n_x} \neq \text{ganzzahlig.} \quad (6.20)$$

Die erste Nullstelle liegt bei

$$\psi_{01} = \pm \arccos \frac{\frac{2\pi}{n_x} + \varphi_{0x}}{2\pi \frac{d_x}{\lambda}}. \quad (6.21)$$

## Nebenstrahlungen

Die Maxima der Nebenstrahlungen liegen ungefähr mittig zwischen zwei Nullstellen, d.h. bei

$$\psi_{Nm} = \pm \frac{1}{2} \left[ \arccos \left( \frac{\frac{2\pi m}{n_x} + \varphi_{0x}}{2\pi \frac{d_x}{\lambda}} \right) + \arccos \left( \frac{\frac{2\pi (m\pm 1)}{n_x} + \varphi_{0x}}{2\pi \frac{d_x}{\lambda}} \right) \right], \quad (6.22)$$

wobei  $m = \pm 1, \pm 2, \dots$

## Gesamtgewinn von Antennengruppen

Der Gruppenfaktor nimmt in Hauptstrahlrichtung den Wert  $n_x$  an ( $n_x =$  Zahl der Einzelstrahler). Dies bedeutet, daß in dieser Richtung sich die Abstrahlung gegenüber den Einzelstrahlern um den Faktor  $n_x$  erhöht.

Wenn die Hauptstrahlrichtung des Einzelements und der Antennengruppe übereinstimmen, so erhöht sich der Gewinn um

$$G_{Gr} = 10 \log n_x \quad \text{in dB.} \quad (6.23)$$

Der Gesamtgewinn ergibt sich somit aus dem Produkt des Gewinns der Einzelstrahler und des Gewinns des Gruppenfaktors

$$G_{ges} = 10 \log (n_x \cdot G_E) = \underbrace{10 \log G_E}_{\text{Gewinn Einzelement}} + \underbrace{10 \log n_x}_{\text{Gewinn Gruppenfaktor}}. \quad (6.24)$$

Jede Verdopplung der Anzahl der Elemente in einem Array bringt folglich zusätzliche 3 dB Gewinn (Gruppenfaktor)

Zahl der Elemente	1	2	4	5	10
Gewinn des Gruppenfaktor in dB	0	3	6	7	10

Tabelle 6.1.: Gewinn des Gruppenfaktors einer Antennengruppe

## Gruppencharakteristik

Die Gruppencharakteristik erhält man durch die Normierung des Gruppenfaktors auf seinen Maximalwert:

$$C_{Gr}(\theta, \psi) = \frac{|F_{Gr}(\theta, \psi)|}{|F_{Gr}(\theta, \psi)|_{\max}} = \frac{|F_{Gr}(\theta, \psi)|}{n_x}. \quad (6.25)$$

Die Gesamtcharakteristik der Gruppe ergibt sich aus der Multiplikation der Gruppen- und der Einzelementcharakteristik für jede Richtung.

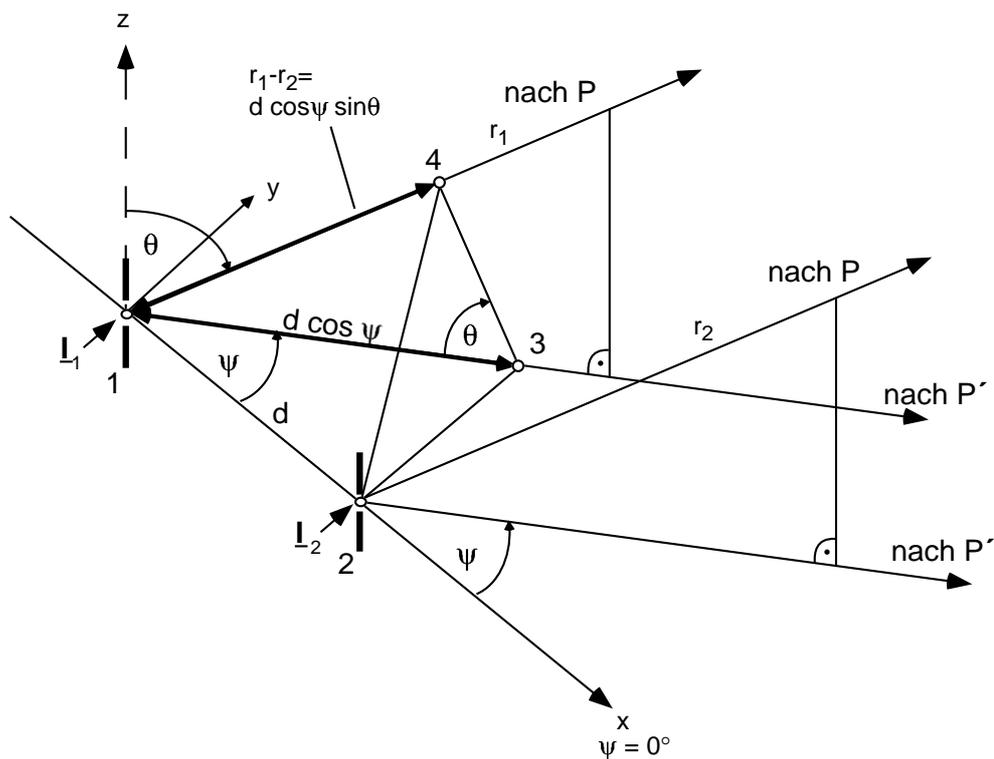


Abbildung 6.4.: Phasenunterschied zweier Hertzscher Dipole

### 6.2.1. Zwei parallele Hertzsche Dipole

Für den Spezialfall zweier paralleler Dipole nach Bild 6.4 vereinfacht sich Gl. (6.13) mit  $n_x = 2$  zu

$$|F_{Gr_x}(\theta, \psi)| = \frac{\left| \sin \left( \frac{2\pi d_x}{\lambda} \cos \psi \sin \theta - \varphi_{0x} \right) \right|}{\left| \sin \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi d_x}{\lambda} \cos \psi \sin \theta - \varphi_{0x} \right) \right\} \right|}. \quad (6.26)$$

Die Gruppencharakteristik ergibt sich zu

$$\begin{aligned} C_{Gr_x}(\theta, \psi) &= \frac{1}{2} \frac{\left| \sin \left( \frac{2\pi d_x}{\lambda} \cos \psi \sin \theta - \varphi_{0x} \right) \right|}{\left| \sin \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi d_x}{\lambda} \cos \psi \sin \theta - \varphi_{0x} \right) \right\} \right|} \\ &= \left| \cos \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi d_x}{\lambda} \cos \psi \sin \theta - \varphi_{0x} \right) \right\} \right|. \end{aligned} \quad (6.27)$$

Berücksichtigt man nun noch den Elementfaktor für einen in  $z$ -Richtung orientierten Hertzschen Dipol, so ergibt sich die Richtcharakteristik der Gesamtan-

ordnung als das Produkt aus Einzelementcharakteristik und Gruppencharakteristik:

$$C_{\text{ges}}(\theta, \psi) = C_E(\theta, \psi) \cdot C_{Gr}(\theta, \psi) \\ = |\sin \theta| \cdot \left| \cos \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi d_x}{\lambda} \cos \psi \sin \theta - \varphi_{0x} \right) \right\} \right|. \quad (6.28)$$

## Horizontaldiagramm

Die dazugehörigen Richtdiagramme in der Horizontalebene ( $\theta = 90^\circ$ ) sind in Bild 6.5 bis 6.7 für verschiedene Abstände  $d_x/\lambda$  und Phasenunterschiede  $\varphi_{0x}$  in der Draufsicht auf die Dipole dargestellt.

Grundsätzlich kann eine achtförmige, horizontale Richtcharakteristik beispielsweise sowohl durch zwei Strahler in einem Abstand von  $\lambda/2$  und gleichphasiger Speisung (Bild 6.5 c) oder durch zwei Strahler im Abstand von  $\lambda/2$  und gegenphasiger Speisung (Bild 6.7 c) erreicht werden.

Die Nullstellen haben in beiden Fällen verschiedene Richtungen und sind auch unterschiedlich scharf. Dies ergibt sich dadurch, daß bei einer Lage des Empfangsorts bei  $\psi = 0^\circ$  geringe Abweichungen von dieser Winkellage kaum Änderungen der Weglängen zu den einzelnen Strahlerorten ergeben und damit auch kaum gegenseitige Phasenverschiebungen der beiden Empfangsfeldstärken. Die in dieser Richtung vorhandene resultierende Empfangsamplitude, Nullstelle bzw. Maximum bleibt daher auch bei kleinen Abweichungen von der Richtung erhalten, ist im Richtdiagramm also relativ breit. Lageschwankungen bei  $\psi = 90^\circ$  bewirken ausgeprägte Wegdifferenzen und deutliche Änderungen der resultierenden Amplituden. Nullstellen bzw. Maxima bei  $\psi = 90^\circ$  und  $\psi = 270^\circ$  sind also stets schmaler als bei  $\psi = 0^\circ$  oder  $\psi = 180^\circ$ .

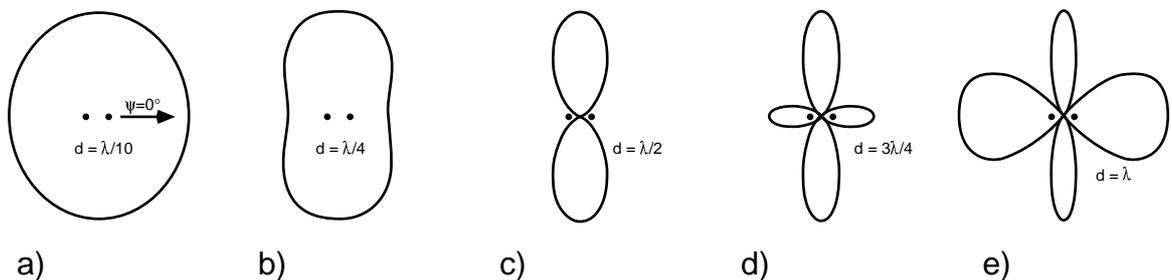


Abbildung 6.5.: Horizontaldiagramm zweier gleichphasig gespeister Stabantennen ( $\varphi_{0x} = 0^\circ$ )

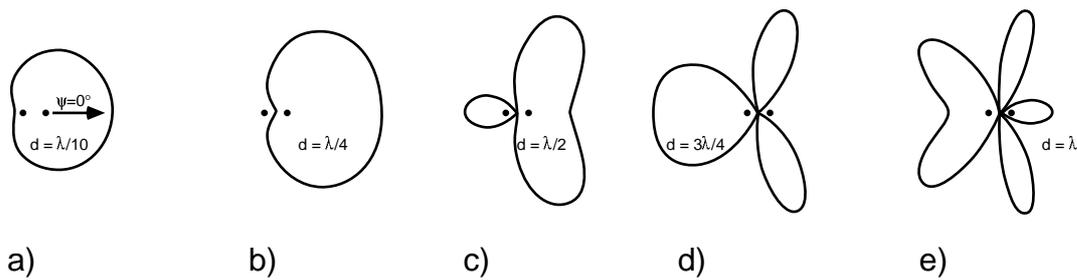


Abbildung 6.6.: Horizontaldiagramm zweier Stabantennen. Speisestrom des rechten Strahlers eilt nach ( $\varphi_{0x} = 90^\circ$ )

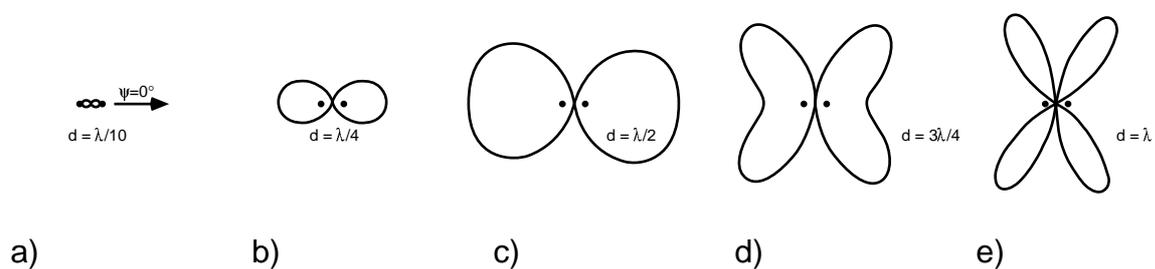


Abbildung 6.7.: Horizontaldiagramm zweier Stabantennen mit gegenphasiger Speisung ( $\varphi_{0x} = 180^\circ$ )

## Vertikaldiagramm

Die Überlagerung von Elementfaktor und Gruppenfaktor in der Vertikalebene ist für den Fall  $d_x/\lambda = 0,25$  und  $\varphi_{0x} = 90^\circ$  in Bild 6.8 anschaulich dargestellt. Bild 6.9 zeigt die perspektivische Kombination von Vertikaldiagramm und Horizontaldiagramm.

## Dipol vor einer leitenden Wand

Um die Richtcharakteristik eines Dipols im Abstand  $d/2$  vor einer „unendlich“ ausgedehnten leitenden Wand zu bestimmen, kann nach dem Spiegelungsprinzip die leitende Wand durch das Spiegelbild des Dipols ersetzt werden (Bild 7.10).

Damit ist der Spezialfall des Dipols vor einer leitenden Wand auf den bereits untersuchten Fall von zwei gegenphasig gespeisten Dipolen mit dem Abstand

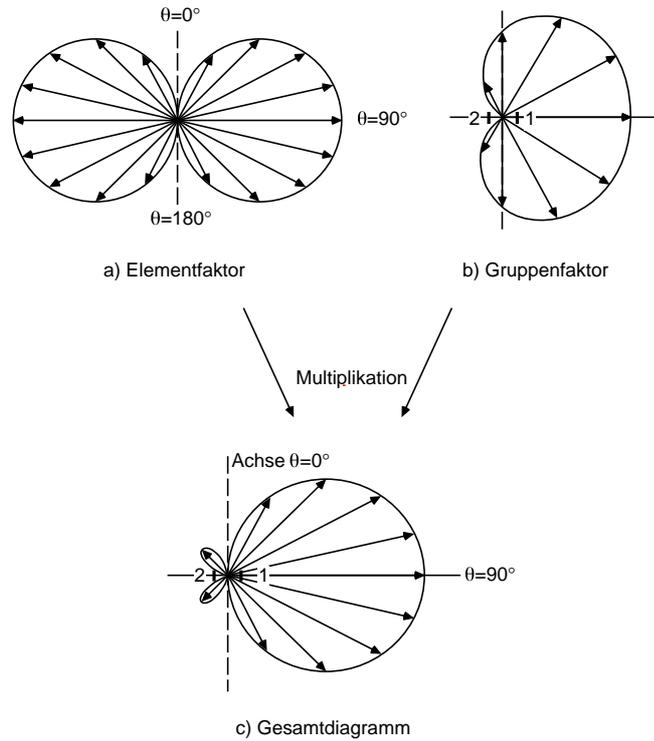


Abbildung 6.8.: Vertikaldiagramm zweier Dipole ( $d_x/\lambda = 0,25$ ,  $\varphi_{0x} = 90^\circ$ )

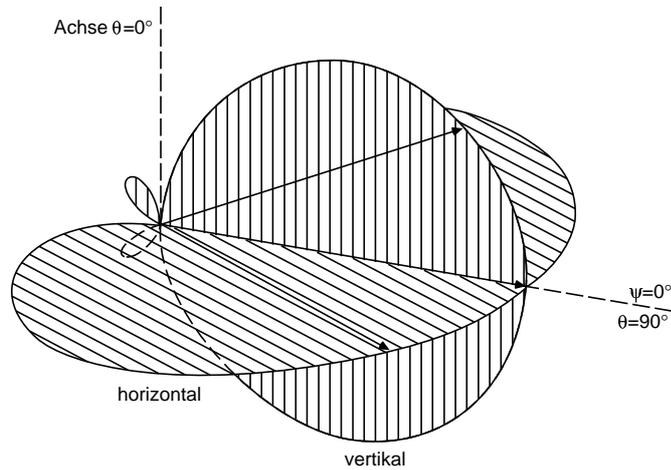


Abbildung 6.9.: Perspektivische Kombination der Diagramme Bild 6.6b) (horizontal) und Bild 6.8c) (vertikal),  $d_x/\lambda = 0,25$ ,  $\varphi_{0x} = 90^\circ$

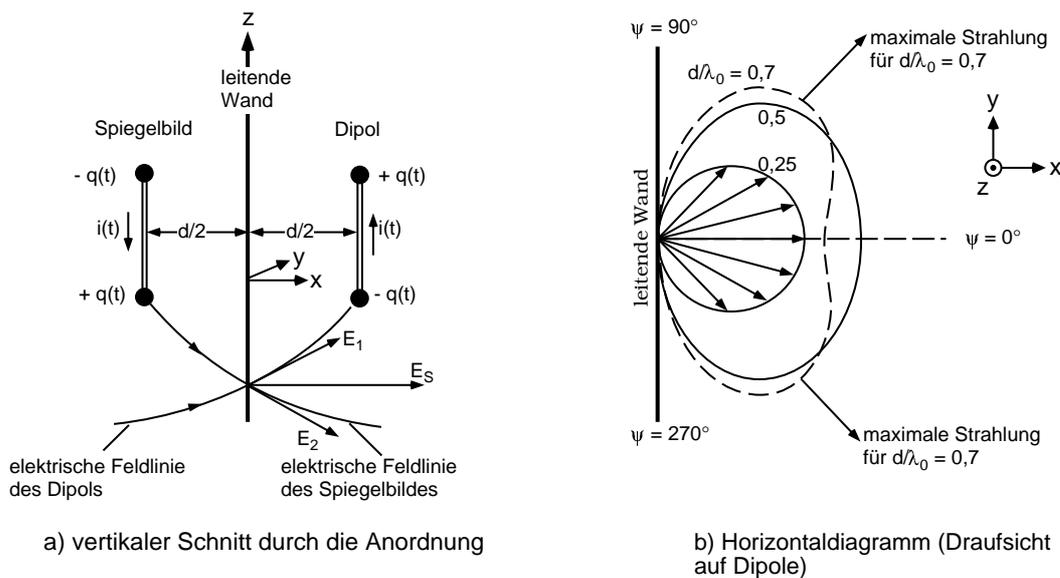


Abbildung 6.10.: a) Dipol vor leitender Wand, b) Horizontaldiagramm eines Dipols vor leitender Wand

$d$  zurückgeführt. Die Richtcharakteristik entspricht den in Bild 6.7 dargestellten Richtcharakteristiken mit dem Unterschied, daß bei Anwesenheit der Wand nur in den einen Halbraum abgestrahlt wird, da der andere von der leitenden Fläche abgeschirmt ist. Gl. (6.28) reduziert sich damit für  $\theta = 90^\circ$ ,  $\varphi_{0x} = 180^\circ$  zu

$$C(\psi) = \left| \sin \left( \pi \frac{d_x}{\lambda} \cos \psi \right) \right|. \quad (6.29)$$

### 6.2.2. Lineare Antennengruppen mit mehr als zwei Dipolen

Bild 6.11 zeigt eine lineare Anordnung von vier in  $x$ -Richtung orientierten Hertz'schen Dipolen. Bei festem Abstand  $d_x/\lambda = 0,6$  zwischen den Einzelstrahlern ergeben sich die in Bild 6.12 dargestellten Richtdiagramme für verschiedene Phasenverschiebungen  $\varphi_{0x}$  zwischen den Erregerströmen der Einzelelemente. Mit zunehmender Phasenverschiebung neigt sich die Hauptkeule immer stärker in Richtung der in der Phase nacheilenden Dipole.

Die zugrundeliegende Formel ergibt sich aus Gl. (6.13) und Gl. (6.25) folgt für

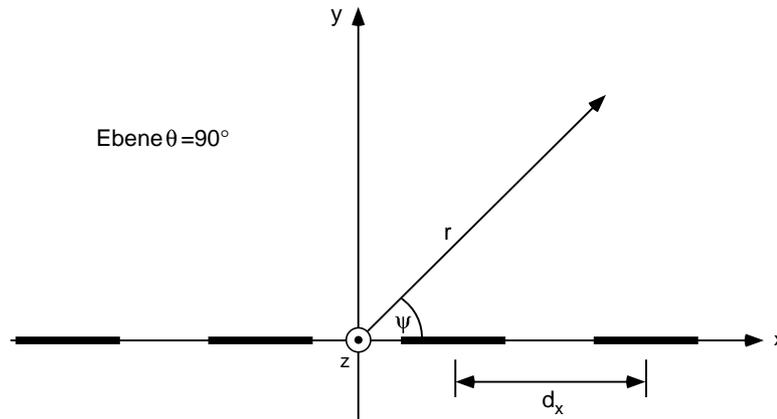


Abbildung 6.11.: Lineare Anordnung von 4 Hertzischen Dipolen

$\theta = 90^\circ$  und  $d_x/\lambda = 0,6$  für die Richtcharakteristik

$$C(\theta = 90^\circ, \psi) = \underbrace{|\sin \psi|}_{\text{Elementfaktor}} \cdot \underbrace{\frac{F_{Gr}(\theta, \psi)}{n_x}}_{\text{Gruppenfaktor}} = \quad (6.30)$$

$$= |\sin \psi| \cdot \left| \frac{\sin \{2 \cdot (1, 2\pi \cos \psi - \varphi_{0x})\}}{4 \sin \{\frac{1}{2} \cdot (1, 2\pi \cos \psi - \varphi_{0x})\}} \right| \quad (6.31)$$

In Bild 6.12 werden alle Dipole mit derselben Amplitude bei festem Abstand gespeist und nur die Phase zwischen den Elementen geändert (dabei eilen die Elemente in wachsender  $x$ -Richtung in der Phase nach). In Bild 6.13 sieht man dagegen, daß bei fester Phaseneinstellung aber variablen Abständen für  $d_x/\lambda > 1$  „grating lobes“ (vgl. S. 73) auftreten. Das Diagramm des Gruppenfaktors zeigt mehrere Hauptstrahlrichtungen, und zwar um so mehr je größer der Abstand  $d_x/\lambda$  wird. Bild 6.13 zeigt die Horizontaldiagramme der Anordnung in Bild 6.11 für  $d_x/\lambda$  zwischen 0,5 und 2 und  $\varphi_{0x} = 0^\circ$ .

### 6.2.3. Stetig verteilte Dipole auf einer Geraden

Wenn man in einem linearen Dipolarray den Abstand der Elemente stetig verkleinert und jedem Dipolelement einen infinitesimalen Strom zuschreibt, so erhält man eine dichte Zeile aus infinitesimal kleinen Einzelstrahlern, wie sie in Bild 6.14 dargestellt ist.

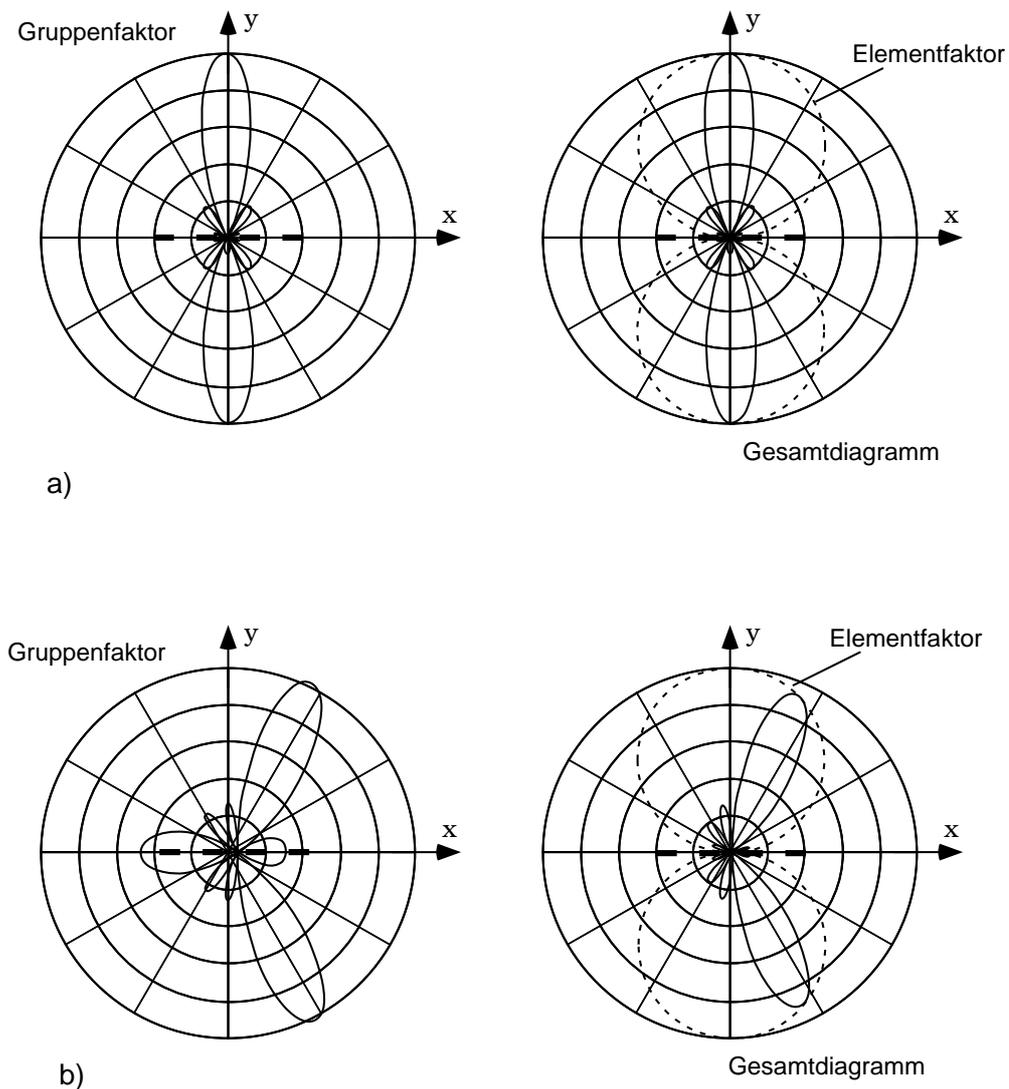


Abbildung 6.12.: Horizontaldiagramm für eine Dipolzeile aus 4 Dipolen bei konstantem Elementabstand  $d_x/\lambda = 0,6$  und Variation der Phasenbelegung

a)  $\varphi_{0x} = 0^\circ$  b)  $\varphi_{0x} = 90^\circ$

Dieser Grenzfall kann zur Untersuchung des prinzipiellen Verhaltens von großen Arrays mit diskreten Einzelstrahlern verwendet werden.

Der infinitesimale Strom  $d\underline{I}$  in den stetig verteilten Einzelstrahlern ist abhängig

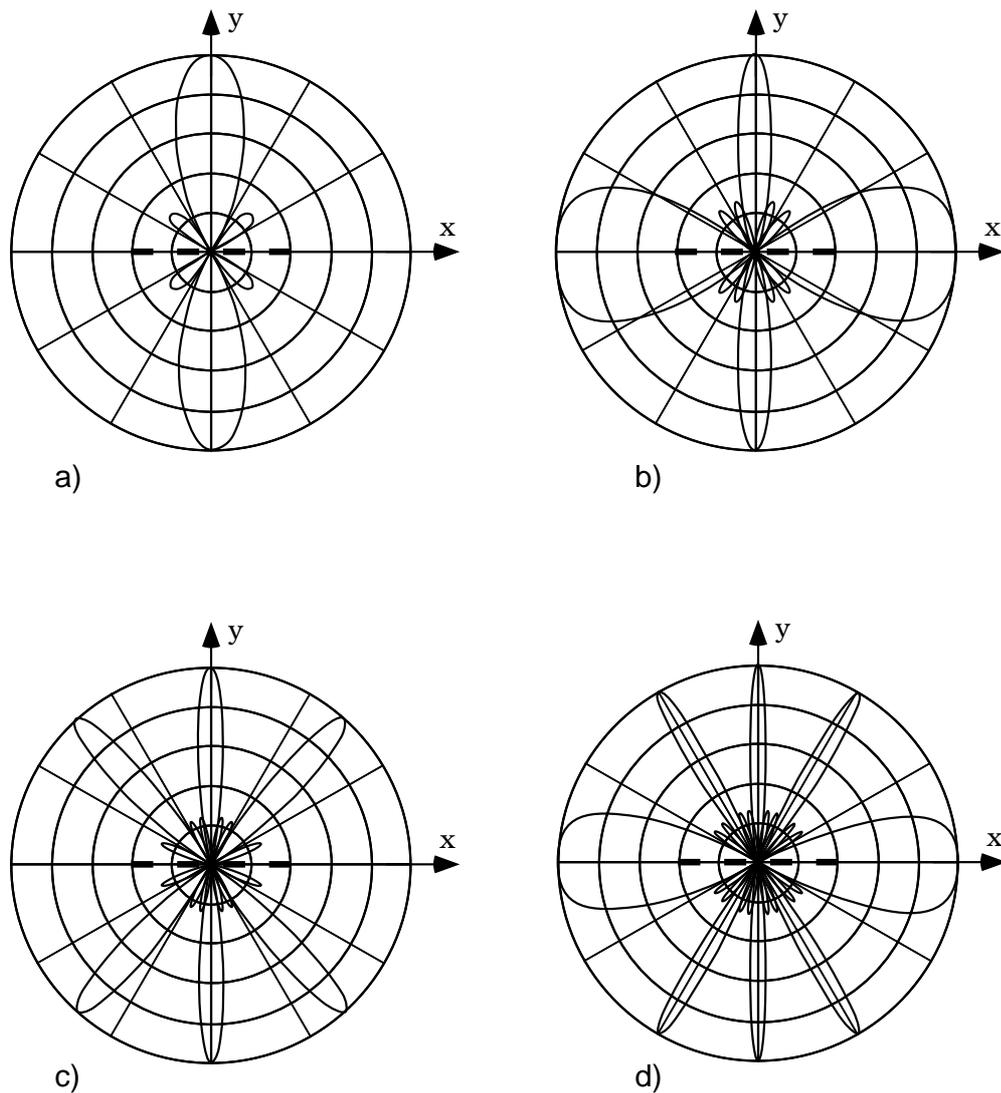


Abbildung 6.13.: Gruppenfaktor für eine Antennenzeile aus 4 Elementen mit homogener Phasenbelegung  $\varphi_{0x} = 0^\circ$  bei Variation des Elementabstands

a)  $d_x/\lambda = 0,5$ ; b)  $d_x/\lambda = 1$ ; c)  $d_x/\lambda = 1,5$ ; d)  $d_x/\lambda = 2$

von der Strombelegungsfunktion  $\underline{J}_F(x)$ :

$$d\underline{I} = \underline{J}_F(x) dx. \quad (6.32)$$

Der Gruppenfaktor der Anordnung ergibt sich als Grenzfall von Gl. (6.7), wobei

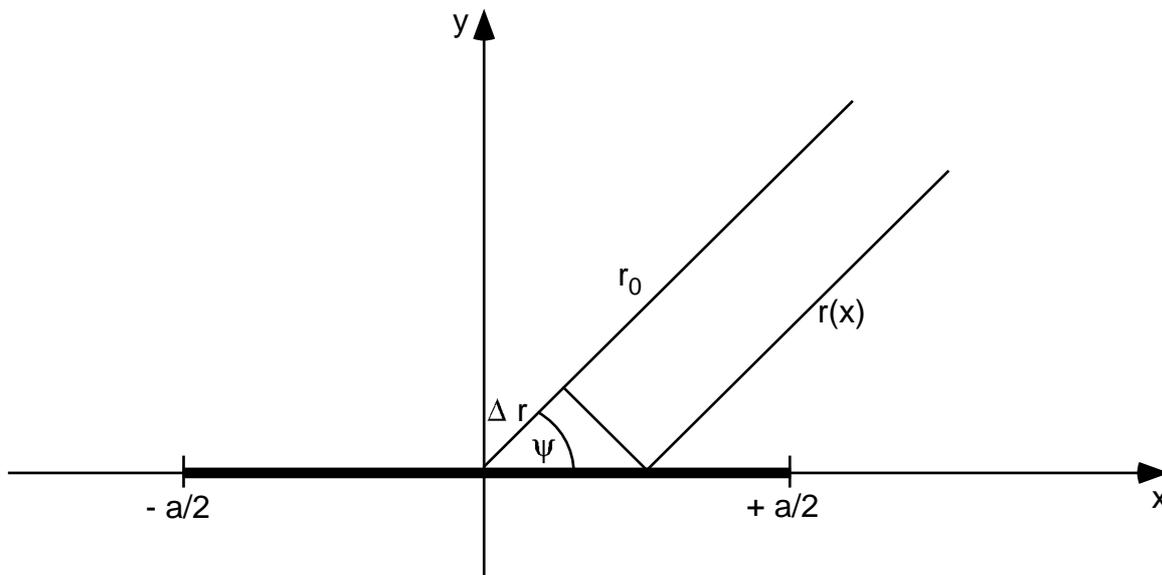


Abbildung 6.14.: Gerade mit stetig verteilten Einzelstrahlern

hier die Summation in ein Integral übergeht:

$$\begin{aligned}
 F_{Gr} &= \int_{-\infty}^{\infty} \underline{J}_F(x) e^{-j\beta_0(r(x)-r_0)} dx \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \underline{J}_F(x) e^{-j\beta_0 \Delta r(x)} dx.
 \end{aligned}
 \tag{6.33}$$

Der Gangunterschied  $\Delta r$  ergibt sich aus Bild 6.14 zu

$$\Delta r(x) = r(x) - r_0 = -x \cos \psi \sin \theta.
 \tag{6.34}$$

Daraus folgt für den Gruppenfaktor

$$\begin{aligned}
 F_{Gr}(\theta, \psi) &= \int_{-\infty}^{\infty} \underline{J}_F(x) e^{j\beta_0 x \cos \psi \sin \theta} dx \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \underline{J}_F(x) e^{j\beta_x x} dx \quad \text{mit} \quad \beta_x = \beta_0 \cos \psi \sin \theta.
 \end{aligned}
 \tag{6.35}$$

Gl. (6.35) entspricht ihrer Form nach genau dem Fourierintegral, wobei  $x$  und  $\beta_x$  die einander zugeordneten Größen im Urbild und Bildbereich darstellen.

Gl. (6.35) sagt aus, daß die Fouriertransformierte der Strombelegung  $\underline{J}_F(x)$  den Gruppenfaktor der Anordnung darstellt. Mit Hilfe dieser Gleichung kann nun auf einfache Weise der Gruppenfaktor für jede beliebige Stromverteilung bestimmt werden.

### Homogene Strombelegung

Im einfachsten Fall ist die Strombelegungsfunktion  $\underline{J}_F(x)$  von  $-a/2$  bis  $+a/2$  konstant.

$$\underline{J}_F(x) = \begin{cases} \underline{J}_{F0} & \text{für } -\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.36)$$

Mit Gl. (6.35) ergibt sich

$$F_{Gr}(\theta, \psi) = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \underline{J}_F(x) e^{j\beta_x x} dx = \frac{\underline{J}_{F0}}{j\beta_x} \left( e^{j\beta_x x} \right) \Big|_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \quad (6.37)$$

$$= \frac{\underline{J}_{F0}}{j\beta_x} \left( e^{j\beta_x \frac{a}{2}} - e^{-j\beta_x \frac{a}{2}} \right) = \underline{J}_{F0} \cdot a \cdot \frac{\sin\left(\beta_x \frac{a}{2}\right)}{\beta_x \frac{a}{2}} \quad (6.38)$$

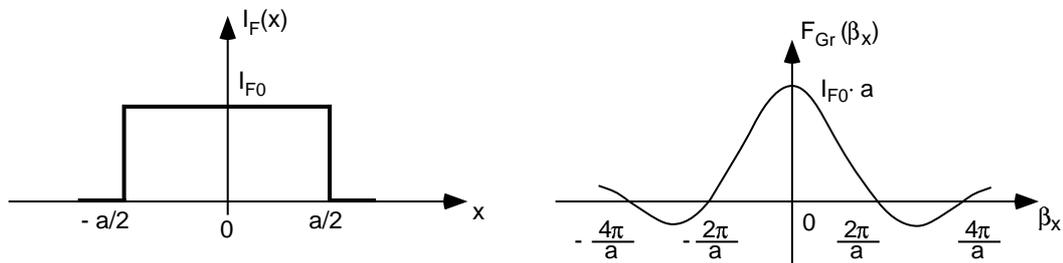


Abbildung 6.15.: Strombelegungsfunktion  $J_F(x)$   $\longleftrightarrow$  Gruppenfaktor  $F_{Gr}(\beta_x)$

Die Richtcharakteristik ergibt sich zu

$$C_{Gr}(\theta, \psi) = \frac{\left| \sin\left(\beta_x \frac{a}{2}\right) \right|}{\left| \beta_x \frac{a}{2} \right|} = \frac{\left| \sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \cos \psi \sin \theta\right) \right|}{\left| \frac{\pi a}{\lambda} \cos \psi \sin \theta \right|} = \frac{|\sin \xi|}{|\xi|} \quad (6.39)$$

Hier wurde die Hilfsgröße

$$\xi = \frac{\pi a}{\lambda} \cos \psi \sin \theta = \beta_x \cdot \frac{a}{2} \quad (6.40)$$

eingeführt, die auch im folgenden verwendet wird. Strombelegung und Gruppenfaktor  $F_{Gr}$  sind in Bild 6.15 dargestellt.

In der Horizontalebene ergibt sich mit  $\theta = 90^\circ$ :

$$C_H(\psi) = \frac{\left| \sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \cos \psi\right) \right|}{\left| \frac{\pi a}{\lambda} \cos \psi \right|}. \quad (6.41)$$

Die Halbwertsbreite ergibt sich als Winkelabstand zwischen den Richtungen  $\psi_{HL1}$  und  $\psi_{HL2}$ , an denen die Leistungsdichte gerade die Hälfte der maximalen Leistungsdichte ist. Mit

$$\frac{\sin \xi}{\xi} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \xi \approx \pm 1,391 \quad (6.42)$$

folgt aus Gl. (6.41):

$$\cos(\psi_{HL1/2}) = \pm 0,4429 \frac{\lambda}{a} \hat{=} \pm 25,5^\circ \frac{\lambda}{a}. \quad (6.43)$$

Die Hauptstrahlung ist bei der vorliegenden Anordnung in die Richtung  $\psi_H = 90^\circ$  gerichtet und die Richtungen halber Leistungsdichte sind symmetrisch um  $\psi_H = 90^\circ$ . Damit kann man die Halbwertsbreite  $\psi_{HB}$  ermitteln zu:

$$\cos(\psi_{HB}) = 0,8858 \frac{\lambda}{a} \hat{=} 51^\circ \frac{\lambda}{a}. \quad (6.44)$$

Die Hauptkeule wird mit größer werdendem Verhältnis von  $\lambda/a$  immer breiter.

Die erste Nullstelle  $\psi_{01}$  ergibt sich für  $\xi = \pm\pi$ . Daraus folgt

$$\frac{\pi a}{\lambda} \cos \psi_{01} = \pm \pi \Rightarrow \cos \psi_{01} = \pm \frac{\lambda}{a}. \quad (6.45)$$

Aus Gl. (6.45) wird ersichtlich, daß Nullstellen nur für  $\lambda \leq a$  auftreten. Für  $\lambda > a$  besitzt das Richtdiagramm des Gruppenfaktors sonst nur eine Hauptkeule. Die Nebenstrahlungen liegen in guter Näherung mittig zwischen den Nullstellen und lassen sich ermitteln aus

$$\xi = \pm \left( n + \frac{1}{2} \right) \pi \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (6.46)$$

Das Maximum der  $n$ -ten Nebenstrahlung hat den Wert:

$$C_{Gr}(\psi) = \frac{1}{\left( n + \frac{1}{2} \right) \pi}. \quad (6.47)$$

Die erste Nebenstrahlung hat bei der angenommenen konstanten Strombelegung immer eine Größe von circa 21% bezogen auf die Hauptstrahlung. Dies entspricht einer Absenkung um 13,2 dB (vgl. Bild 5.4 in Abschnitt 5.2.1 für den Verlauf von  $\sin \xi/\xi$ ).

Die in diesem Kapitel diskutierte Antenne mit homogener Strombelegung kann in guter Näherung auch für diskrete gleicherregte Einzelstrahler angesetzt werden. Das übersichtliche theoretische Ergebnis erlaubt eine schnelle Berechnung der wichtigsten Antennendaten.

In Bild 6.16 sind für 3 verschiedene Werte von  $a/\lambda$  die Richtdiagramme des Gruppenfaktors aufgetragen.

### Verminderung der Randstrahlung durch inhomogene Belegung

In der Praxis sind Nebenstrahlungen mit 21% Feldstärke oft nicht zulässig. Eine Methode zur Reduzierung der Nebenstrahlung ist eine zum Rand der Anordnung hin abfallende Amplitudenbelegung. Ein erster Ansatz hierzu ist eine cosinusförmige Belegung.

$$\underline{J}_F(x) = \begin{cases} \underline{J}_{F0} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) & \text{für } -\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.48)$$

Der Gruppenfaktor ergibt sich damit zu:

$$F_{Gr}(\theta, \psi) = \int_{-a/2}^{a/2} \underline{J}_{F0} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{j\beta_x x} dx \quad (6.49)$$

$$= \underline{J}_{F0} \frac{\left(\frac{\pi a}{2}\right) \cos\left(\beta_x \frac{a}{2}\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - \left(\beta_x \frac{a}{2}\right)^2} \quad \text{mit } \beta_x = \beta_0 \cos \psi \sin \theta. \quad (6.50)$$

In Bild 6.17 ist der Vergleich des Gruppenfaktors zwischen homogener und cosinusförmiger Belegung gezeigt. Durch die verminderte Randstrahlung geht das Maximum der ersten Nebenstrahlung auf 8% im Vergleich zu 21% zurück. Da jedoch die Randstrahlung geringer ist, wird die Hauptstrahlung breiter.

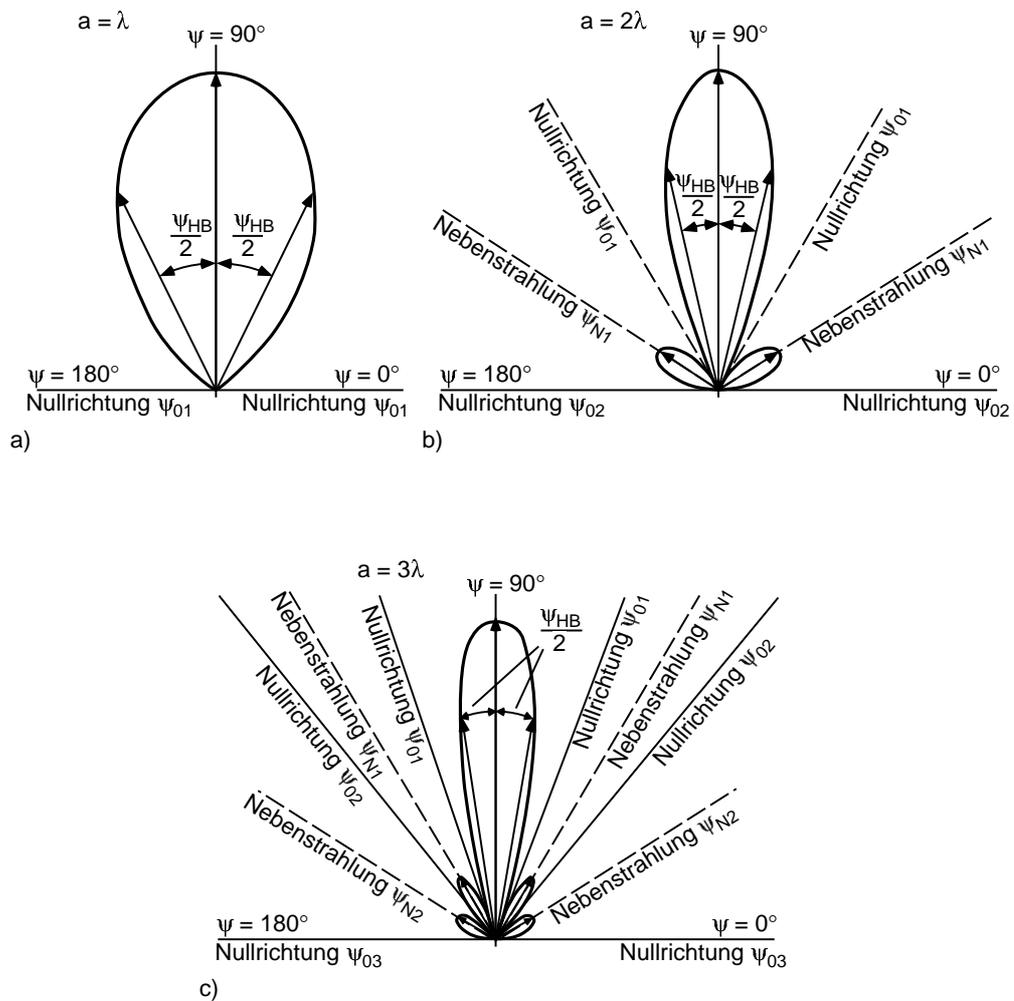


Abbildung 6.16.: Horizontaldiagramme des Gruppenfaktors einer Zeile aus infinitesimalen Einzelstrahlern mit konstanter Strombelegung

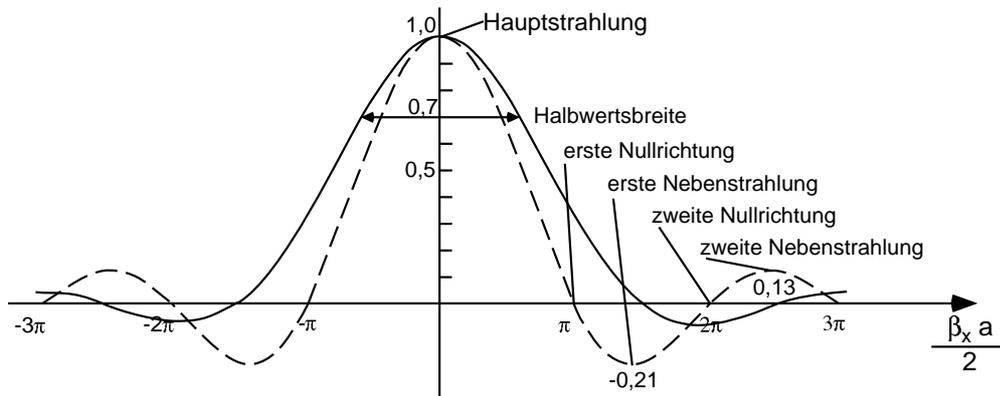


Abbildung 6.17.: Gruppenfaktoren für konstante Belegung (gestrichelt) und cosinusförmige Belegung (durchgezogen)

### Schrägstrahlung durch Phasenbelegung

In Unterabschnitt 6.2.3 hatten wir konstante Belegung, d.h. gleichen Betrag und Phase für alle infinitesimalen Einzelstrahler angenommen und daraus eine Hauptstrahlung orthogonal zur Ausrichtung der Strahler erhalten. Wie bei diskret verteilten Einzelstrahler kann man jedoch auch hier die Phase variieren. Der einfachste Fall ist eine stetige Änderung der Phase.

$$\underline{J}_F(x) = \begin{cases} J_{F0} e^{j2\pi \frac{x}{x_0}} & \text{für } -\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.51)$$

Im Gruppenfaktor wirkt sich dies als eine Winkeldrehung der Hauptstrahlung aus.

$$F_{Gr}(\theta, \psi) = \frac{\sin\left(\left(\beta_x + \frac{2\pi}{x_0}\right) \frac{a}{2}\right)}{\left(\beta_x + \frac{2\pi}{x_0}\right) \frac{a}{2}} \cdot J_{F0} \cdot a \quad (6.52)$$

$$= \frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda_0} \cos \psi \sin \theta + \frac{\pi a}{x_0}\right)}{\frac{\pi a}{\lambda_0} \cos \psi \sin \theta + \frac{\pi a}{x_0}} \cdot J_{F0} \cdot a. \quad (6.53)$$

Die Hauptstrahlrichtung in der Horizontalebene ( $\theta = 90^\circ$ ) liegt nun bei

$$\frac{\pi a}{\lambda_0} \cos \psi_H + \frac{\pi a}{x_0} = 0, \quad (6.54)$$

$$\Rightarrow \cos \psi_H = -\frac{\lambda_0}{x_0} \quad (6.55)$$

Hier gibt  $x_0$  die Strecke im Array an, über der sich die Phasenbelegung gerade um  $2\pi$  ändert (für große  $x_0$  schwenkt man das Diagramm nur wenig). Bild 6.18 zeigt ein typisches Beispiel. Ein Beispiel von besonderem Interesse

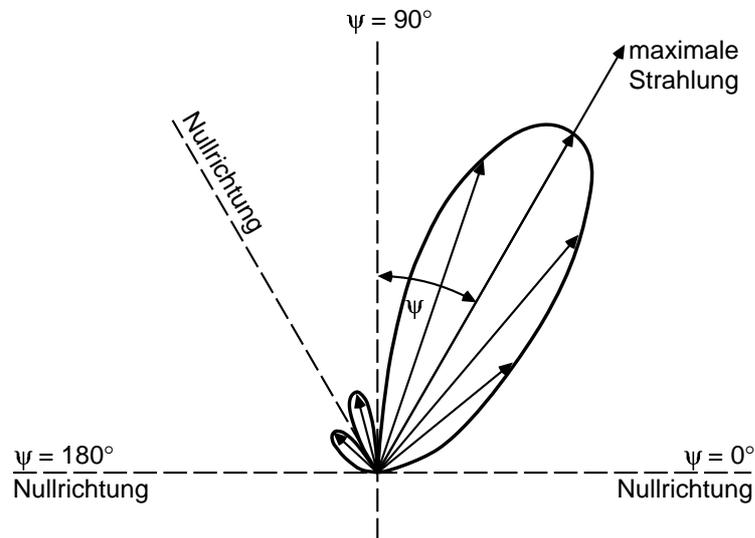


Abbildung 6.18.: Schrägstrahlung einer Zeile aus stetig verteilten Elementarstrahlern,  $a = 2\lambda_0$ ,  $x_0 = -a = -2\lambda_0$

ist die Schrägstrahlung in Richtung der Antennenzeile.

Aus Gl. (6.55) ergibt sich für eine Hauptstrahlrichtung in  $+x$ - oder  $-x$ -Richtung:

$$\psi_H = 0^\circ \Rightarrow x_0 = -\lambda_0, \quad (6.56)$$

$$\psi_H = 180^\circ \Rightarrow x_0 = \lambda_0.$$

Das Diagramm hat die Hauptstrahlung in Richtung der nacheilenden Phasen.

Für den Gruppenfaktor der Längsstrahler folgt aus Gl.(6.52) und Gl.(6.56)

$$F_{Gr}(\theta, \psi) = \frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda_0}(\cos\psi \sin\theta \pm 1)\right)}{\frac{\pi a}{\lambda_0}(\cos\psi \sin\theta \pm 1)}. \quad (6.57)$$

Die Phasen und Ströme sind beim Längsstrahler wie bei einer ebenen Welle verteilt, die mit Lichtgeschwindigkeit längs der Antenne läuft. In Bild 6.19 ist ein Beispiel gezeigt.

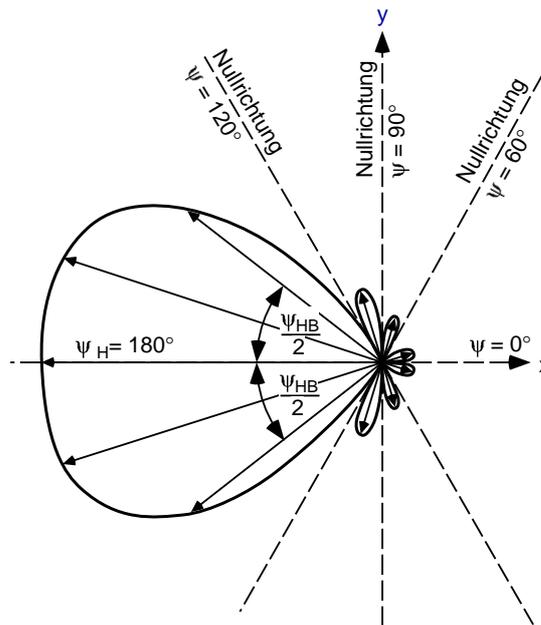


Abbildung 6.19.: Dipolzeile als Längsstrahler,  $a = 2\lambda_0$ ,  $x_0 = \lambda_0$

### Antennenbelegung und Gruppenfaktor

Die vorangegangenen Kapitel haben gezeigt, wie man sich auf einfache Weise mit Hilfe der Fouriertransformation einen Überblick über den Gruppenfaktor eines linearen Arrays beschaffen kann, wenn die Strombelegung bekannt ist. Mit Hilfe der inversen Fouriertransformation kann man umgekehrt die erforderliche Strombelegung ermitteln, um ein gewünschtes Richtdiagramm zu erzeugen. In Tabelle 6.2 sind die Korrespondenzen häufig in der Praxis vorkommender Strombelegungen und Gruppenfaktoren dargestellt. Tabelle 6.3 gibt die dazugehörigen Werte für Halbwertsbreite, Nullwertsbreite, Nebenkeulendämpfung sowie Flächenwirkungsgrad an. Die für ein lineares Array hergeleitete Beziehung (Gl.(6.35)) kann auf einfache Weise für planare oder räumliche Antennengruppen erweitert werden. Die durch die Fouriertransformation einander zugeordneten Größen in Bild- und Urbildbereich sind:

$$\begin{aligned}
 x &\longleftrightarrow \beta_x = \beta_0 \cos \psi \sin \theta, \\
 y &\longleftrightarrow \beta_y = \beta_0 \sin \psi \sin \theta, \\
 z &\longleftrightarrow \beta_z = \beta_0 \cos \theta.
 \end{aligned}
 \tag{6.58}$$

Einige Zusammenhänge sollen nun nochmals herausgestellt werden:

- eine hohe Randstrahlung führt zu
  - ⇒ großen Nebenmaxima,
- eine niedrige Randstrahlung zu
  - ⇒ niedrigen Nebenmaxima,
  - ⇒ einer verbreiterten Hauptkeule,
  - ⇒ einem verringerten Gewinn und
  - ⇒ einem verringerten Flächenwirkungsgrad.
- eine lineare Phasenbelegung schwenkt die Hauptkeule
  - ⇒ in Richtung der nacheilenden Phasen.

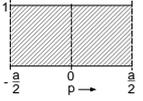
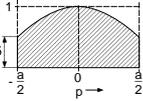
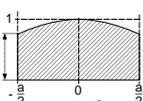
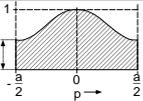
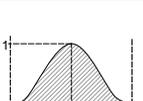
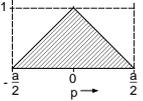
<b>Belegungsfunktion</b> $J_F(p) = J_{F0} \cdot f(p)$ mit $p = 2\frac{x}{a} \cdot 2\frac{y}{a} \cdot 2\frac{z}{a}$	<b>Strahlungsfunktion</b> $F_{Gr}(u) = \frac{a}{2} \cdot J_{F0} \cdot g(u)$ mit $u = \beta_x \frac{a}{2} \cdot \beta_y \frac{a}{2} \cdot \beta_z \frac{a}{2}$
 <b>konstante Belegung</b> $f(p) = 1$	$\frac{1}{2}g(u) = sp(u) = \frac{\sin u}{u}$
 <b>kreisförmige Belegung</b> $f(p) = 1 - (1 - \delta)p^2$	$\frac{1}{2}g(u) = sp(u) + (1 - \delta) \frac{d^2}{du^2} sp(u) =$ $= sp(u) + (1 - \delta) \frac{(2-u^2) \sin u - 2u \cos u}{u^3}$
 <b>cos-förmige Belegung mit Sockel</b> $f(p) = t + (1 - t) \cos\left(\frac{\pi}{2}p\right)$	$g(u) = \left(2t + \frac{4}{\pi}(1 - t)\right) sp(u) +$ $+ \frac{1-t}{\pi} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\nu+1}}{(\nu^2 - 1/4)} (sp(u + \nu\pi) +$ $+ sp(u - \nu\pi)) =$ $= 2t sp(u) + \frac{4}{\pi}(1 - t) \frac{\cos u}{1 - \frac{4u^2}{\pi^2}}$
 <b>cos<sup>2</sup>-förmige Belegung mit Sockel</b> $f(p) = t + (1 - t) \cos^2\left(\frac{\pi}{2}p\right) =$ $= \frac{1+t}{2} + \frac{1-t}{2} \cos(\pi p)$	$g(u) = (1 + t)sp(u) + \frac{1-t}{2} \cdot$ $\cdot \{sp(u + \pi) + sp(u - \pi)\} =$ $= (1 + t)sp(u) - (1 - t) \frac{u \sin u}{u^2 - \pi^2}$
 <b>cos<sup>n</sup>-förmige Belegung</b> $f(p) = \cos^n\left(\frac{\pi}{2}p\right)$	$g(u) = 2 \frac{n!}{\prod_{\nu=1}^n \left\{ (2\nu)^2 - \frac{4u^2}{\pi^2} \right\}} sp(u)$ für $n = 2m$ $g(u) = \frac{4}{\pi} \frac{n! \cos u}{\prod_{\nu=0}^n \left\{ (2\nu+1)^2 - \frac{4u^2}{\pi^2} \right\}} sp(u)$ für $n = 2m + 1$ ( $m = 0, 1, \dots$ )
 <b>dreieckförmige Belegung</b> $f(p) = 1 -  p $	$g(u) = sp^2\left(\frac{u}{2}\right)$

Tabelle 6.2.: Korrespondenzen: Antennenbelegung  $\circ \bullet$  Gruppenfaktor,  
 $sp$  = Spaltfunktion

Halbwertsbreite $\theta_{HB} = 2\theta_{HW}$		Nullwertsbreite $2\theta_0$		Dämpfung der ersten Nebenkeulen $d_n$ in dB		Flächenausnutzung $\eta_F = \frac{A_W}{F}$	
$0,88\lambda/l \hat{=} 50,5^\circ\lambda/l$		$2\lambda/l \hat{=} 115^\circ\lambda/l$		13,2		1	
$\delta = 1$	$0,88\lambda/l \hat{=} 50,5^\circ\lambda/l$	$\delta = 1$	$2\lambda/l \hat{=} 115^\circ\lambda/l$	$\delta = 1$	13,2	$\delta = 1$	1
0,8	$0,92\lambda/l \hat{=} 52,5^\circ\lambda/l$	0,8	$2,12\lambda/l \hat{=} 121,5^\circ\lambda/l$	0,8	15,8	0,8	0,994
0,5	$0,97\lambda/l \hat{=} 55,5^\circ\lambda/l$	0,5	$2,28\lambda/l \hat{=} 130,5^\circ\lambda/l$	0,5	17,1	0,5	0,97
0	$1,15\lambda/l \hat{=} 66^\circ\lambda/l$	0	$2,86\lambda/l \hat{=} 164^\circ\lambda/l$	0	20,6	0	0,833
$t = 1$	$0,88\lambda/l \hat{=} 50,5^\circ\lambda/l$	$t = 1$	$2\lambda/l \hat{=} 115^\circ\lambda/l$	$t = 1$	13,2	$t = 1$	1
0,8	$0,91\lambda/l \hat{=} 52^\circ\lambda/l$	0,8	$2,1\lambda/l \hat{=} 120^\circ\lambda/l$	0,8	14	0,8	0,99
0,6	$0,94\lambda/l \hat{=} 54^\circ\lambda/l$	0,6	$2,22\lambda/l \hat{=} 127^\circ\lambda/l$	0,6	16	0,6	0,975
0,4	$\lambda/l \hat{=} 57,5^\circ\lambda/l$	0,4	$2,39\lambda/l \hat{=} 137^\circ\lambda/l$	0,4	18,6	0,4	0,95
0,2	$1,08\lambda/l \hat{=} 62^\circ\lambda/l$	0,2	$2,62\lambda/l \hat{=} 150^\circ\lambda/l$	0,2	21,5	0,2	0,915
0	$1,2\lambda/l \hat{=} 68,5^\circ\lambda/l$	0	$3\lambda/l \hat{=} 172^\circ\lambda/l$	0	23	0	0,81
$t = 1$	$0,88\lambda/l \hat{=} 50,5^\circ\lambda/l$	$t = 1$	$2\lambda/l \hat{=} 115^\circ\lambda/l$	$t = 1$	13,2	$t = 1$	1
0,8	$0,92\lambda/l \hat{=} 52,5^\circ\lambda/l$	0,8	$2,12\lambda/l \hat{=} 121,5^\circ\lambda/l$	0,8	15,2	0,8	0,99
0,6	$0,98\lambda/l \hat{=} 56^\circ\lambda/l$	0,6	$2,3\lambda/l \hat{=} 132^\circ\lambda/l$	0,6	18,7	0,6	0,97
0,4	$1,16\lambda/l \hat{=} 60,5^\circ\lambda/l$	0,4	$2,51\lambda/l \hat{=} 144^\circ\lambda/l$	0,4	24,3	0,4	0,94
0,2	$1,18\lambda/l \hat{=} 67,5^\circ\lambda/l$	0,2	$3,36\lambda/l \hat{=} 187^\circ\lambda/l$	0,2	30,3	0,2	0,885
0	$1,45\lambda/l \hat{=} 83^\circ\lambda/l$	0	$4\lambda/l \hat{=} 229^\circ\lambda/l$	0	32	0	0,667
$n = 0$	$0,88\lambda/l \hat{=} 50,5^\circ\lambda/l$	$n = 0$	$2\lambda/l \hat{=} 115^\circ\lambda/l$	$n = 0$	13,2	$n = 0$	1
1	$1,2\lambda/l \hat{=} 68,5^\circ\lambda/l$	1	$3\lambda/l \hat{=} 172^\circ\lambda/l$	1	23	1	0,81
2	$1,45\lambda/l \hat{=} 83^\circ\lambda/l$	2	$4\lambda/l \hat{=} 229^\circ\lambda/l$	2	32	2	0,667
3	$1,66\lambda/l \hat{=} 95^\circ\lambda/l$	3	$5\lambda/l \hat{=} 287^\circ\lambda/l$	3	40	3	0,575
4	$1,93\lambda/l \hat{=} 110,5^\circ\lambda/l$	4	$6\lambda/l \hat{=} 344^\circ\lambda/l$	4	48	4	0,515
$1,28\lambda/l \hat{=} 73^\circ\lambda/l$		$4\lambda/l \hat{=} 229^\circ\lambda/l$		26,4		0,75	

Tabelle 6.3.: Kenngrößen der Strahlungsdiagramme nach Tabelle 6.2

### 6.3. Ebene Antennengruppen

Bisher wurden ausschließlich Antennenelemente in linearer Anordnung, d.h. Zeilen bzw. Spalten betrachtet.

Im folgenden wollen wir nun lineare Antennengruppen zu ebenen Antennengruppen kombinieren. Aus unseren früheren Überlegungen wissen wir, daß gleichgerichtete Felder linear superponiert werden können. Aus diesem Wissen heraus können wir feststellen, daß sich für ebene Antennengruppen der Gruppenfaktor als Produkt der zugehörigen Spalten- und Zeilenfaktoren ergeben muß. Ein Beispiel soll uns dies verdeutlichen. Wir geben uns eine ebene Antennengruppe gemäß Bild 6.20 vor. Es gelten wieder die Voraussetzungen,

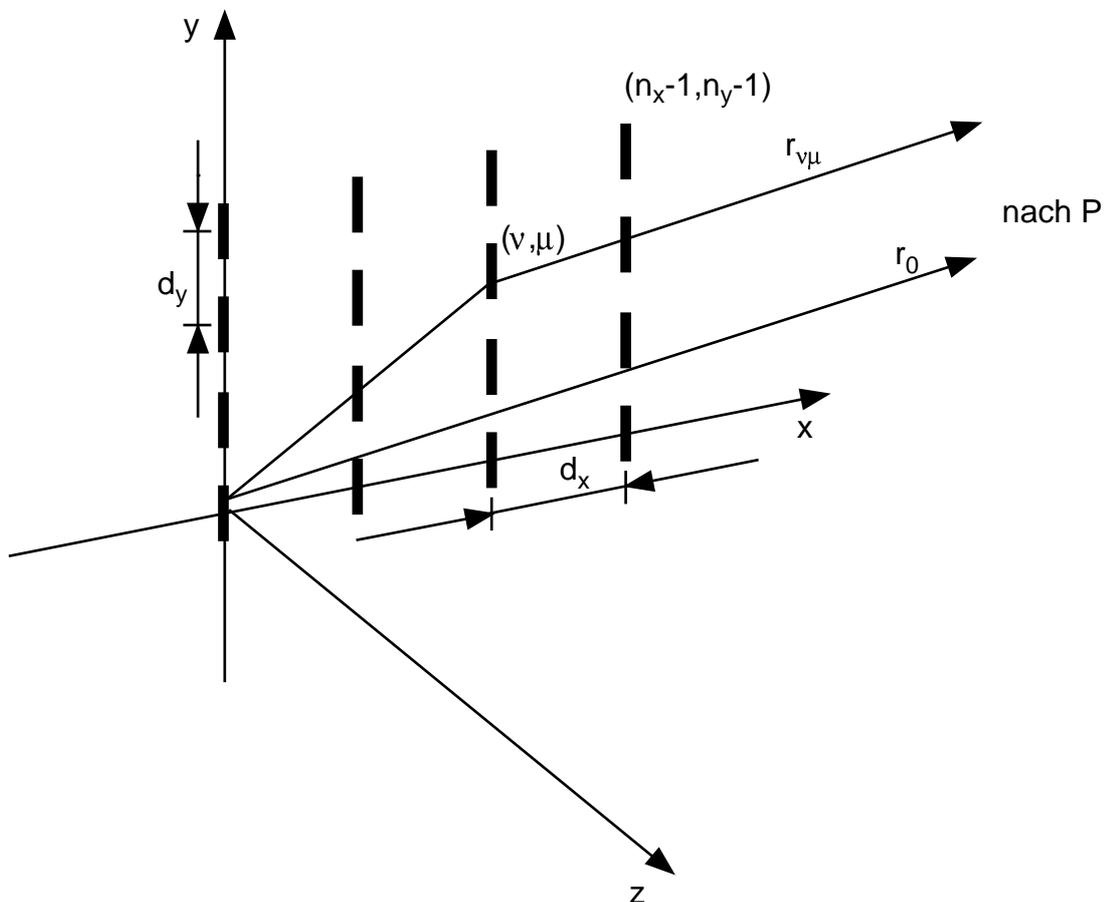


Abbildung 6.20.: Ebene Antennengruppe

daß es sich um gleiche, gleichorientierte Antennenelemente handelt, die sich gegenseitig nicht beeinflussen.

Die Abstände der Elemente in  $x$ - und  $y$ -Richtung von einander sind jeweils  $d_x$  bzw.  $d_y$ .

Für einen Aufpunkt im Fernfeld laufen alle von den Antennenelementen ausgehenden Vektoren parallel. Der Gangunterschied zwischen Einzelelement und Koordinatenursprung ergibt sich zu:

$$\begin{aligned}\Delta r &= r_{\nu\mu} - r_0 \\ &= -\nu d_x \cos \psi \sin \theta - \mu d_y \sin \psi \sin \theta.\end{aligned}\quad (6.59)$$

Für die Erregerströme der einzelnen Elemente gelte

$$\underline{I}_{\nu\mu} = I_0 e^{-j(\nu\varphi_{0x} + \mu\varphi_{0y})}.\quad (6.60)$$

Damit erhält man für den Gruppenfaktor

$$\begin{aligned}F_{Gr}(\theta, \psi) &= \sum_{\nu=0}^{n_x-1} \sum_{\mu=0}^{n_y-1} e^{-j(\nu\varphi_{0x} + \mu\varphi_{0y})} e^{j(\nu d_x \beta_0 \cos \psi \sin \theta + \mu d_y \beta_0 \sin \psi \sin \theta)} \\ &= \sum_{\nu=0}^{n_x-1} e^{j\nu(\beta_0 d_x \cos \psi \sin \theta - \varphi_{0x})} \cdot \sum_{\mu=0}^{n_y-1} e^{j\mu(\beta_0 d_y \sin \psi \sin \theta - \varphi_{0y})} \\ &= \underbrace{F_{Gr_x}(\theta, \psi)}_{\text{Zeilen-Gruppenfaktor}} \cdot \underbrace{F_{Gr_y}(\theta, \psi)}_{\text{Spalten-Gruppenfaktor}}.\end{aligned}\quad (6.61)$$

Für  $F_{Gr_x}$  und  $F_{Gr_y}$  können Gl. (6.13) und Gl. (6.14) eingesetzt werden, so daß sich für den Gruppenfaktor der Gesamtanordnung ergibt:

$$|F_{Gr}(\theta, \psi)| = \frac{\left| \sin \left\{ \frac{n_x}{2} \left( \frac{2\pi d_x}{\lambda_0} \cos \psi \sin \theta - \varphi_{0x} \right) \right\} \right|}{\left| \sin \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi d_x}{\lambda_0} \cos \psi \sin \theta - \varphi_{0x} \right) \right\} \right|} \cdot \quad (6.62)$$

$$\cdot \frac{\left| \sin \left\{ \frac{n_y}{2} \left( \frac{2\pi d_y}{\lambda_0} \sin \psi \sin \theta - \varphi_{0y} \right) \right\} \right|}{\left| \sin \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi d_y}{\lambda_0} \sin \psi \sin \theta - \varphi_{0y} \right) \right\} \right|}.\quad (6.63)$$

Ein praktisches Beispiel für eine solche ebene Antennengruppe zeigt Bild 6.21. Dargestellt ist die Draufsicht auf eine Streifenleitungsantenne, bei der die Einzelstrahler aus rechteckigen Kupferpatches bestehen, die auf einem dielektrischen Substrat mit rückwärtiger Massemetallisierung aufgebracht sind. Der Abstand  $d$  zwischen den Einzelstrahlern beträgt hier  $0.85\lambda_0$  ( $\lambda_0 =$  Freiraumwellenlänge). Das dazugehörige berechnete Richtdiagramm für den Fall, daß alle

Elemente über das Speisernetzwerk mit dem gleichen Strom nach Betrag und Phase gespeist werden, zeigt Bild 6.22. Das Richtdiagramm ist dabei in logarithmischem Maßstab dargestellt. Die 1. Nebenkeule liegt für diese homogene Strombelegung 13,2 dB unter der Hauptkeule.

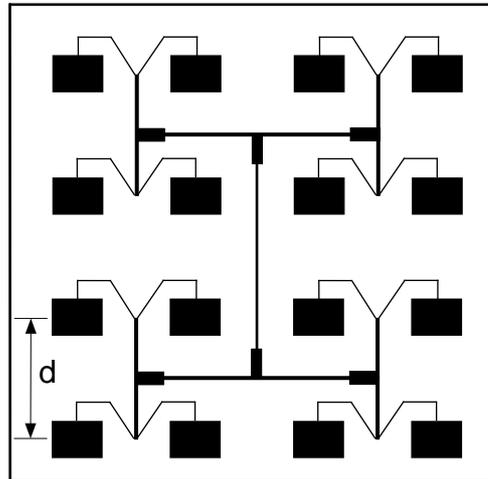


Abbildung 6.21.:  $4 \times 4$ -Patcharray,  $d = 0,85\lambda_0$

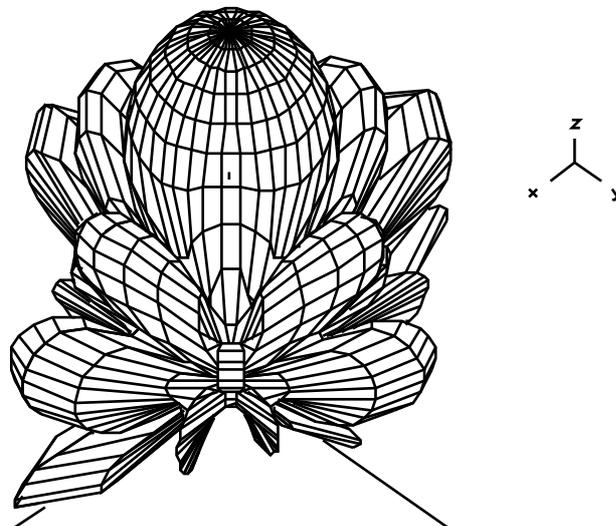


Abbildung 6.22.: Richtdiagramm für ein  $4 \times 4$ -Patcharray in logarithmischem Maßstab

## 7. Aperturantennen (Flächenstrahler)

Im Kapitel 6 wurden lineare Antennen mit diskreten Elementen und mit stetig verteilten Strahlungsquellen untersucht. Der Übergang von diesen zu Flächenstrahlern ist nur ein kleiner Schritt, in der mathematischen Behandlung kann er jedoch größere Schwierigkeiten bereiten.

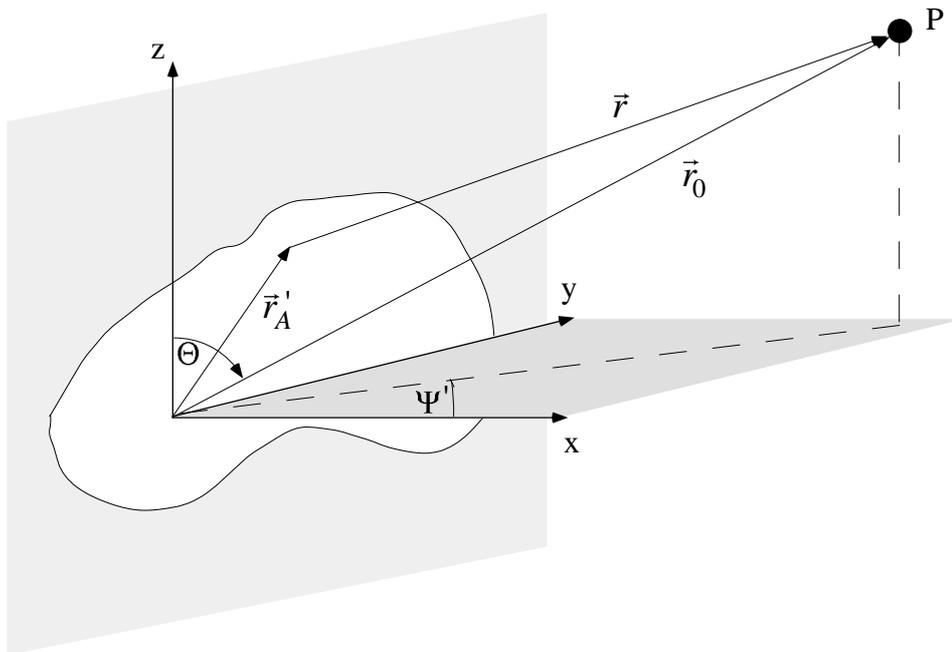


Abbildung 7.1.: Allgemeine Darstellung eines Flächenstrahlers

Als Flächenstrahler definiert man zweidimensionale Quellen, deren Ausdehnung klein gegen den Abstand zu einem Punkt  $P$  im Fernfeld ist. In Bild 7.1 ist der allgemeine Fall eines Flächenstrahlers dargestellt. Das Koordinatensystem ist in die Fläche gelegt, welche sich in der  $y$ - $z$ -Ebene befindet. Der Abstand

eines Aufpunktes in der Fläche vom Ursprung sei durch den Vektor  $r'_A$  gegeben. Größen in der Aperturbene werden hierbei mit einem Strich gekennzeichnet.

Wie im vorangegangenen Kapitel definieren wir die Entstehung des Fernfeldes aus infinitesimalen Hertzschen Dipolen in der strahlenden Fläche, die ihre Ursache in einer Flächenstromdichte  $\underline{J}_F(y', z')$  haben. Im folgenden wird die Feldstärke im Fernfeld durch die vektorielle Superposition der von den einzelnen infinitesimalen Dipolen erzeugten Felder berechnet.

Um die Behandlung überschaubar zu halten, werden folgende Einschränkungen eingeführt:

1. Der Flächenstrom ist nach  $z$  gerichtet,
2. Die Ausdehnung der Flächenantenne ist klein, d.h.  $|\vec{r}'_A|_{\max} \ll |\vec{r}'|$ .

Der infinitesimale Strom auf einer Apertur ist durch

$$d\underline{I} = \underline{J}_F(y', z') dy' dz' \quad (7.1)$$

gegeben. Das daraus resultierende Fernfeld im Kugelkoordinatensystem ergibt sich für einen Hertzschen Dipol in  $z$ -Richtung nach Gl. (4.62a) mit Gl. (2.35) zu

$$d\underline{E}_\theta = j \frac{Z_{F0}}{2r\lambda_0} \underline{J}_F(y', z') e^{-j\beta_0 r} \sin \theta dy' dz', \quad (7.2)$$

womit man für die Summenfeldstärke, für die über die gesamte Fläche  $A$  zu integrieren ist, folgenden Ausdruck erhält:

$$\underline{E}_{\theta S} = j \frac{Z_{F0}}{2r\lambda_0} \sin \theta \iint_A \underline{J}_F(y', z') e^{-j\beta_0 r} dy' dz'. \quad (7.3)$$

Aufgrund der Bedingungen 1. und 2. (Fernfeldnäherung) können wir setzen

$$r_0 = |\vec{r}'_0| \approx |\vec{r}'|, \quad (7.4)$$

$$r = r_0 - \Delta r,$$

wobei  $\Delta r$  der Gangunterschied eines beliebigen infinitesimalen Dipols zum Dipol im Koordinatenursprung ist.  $\Delta r$  beeinflusst die Phase,  $r_0$  den Abstandsfaktor, wie bereits bei der Berechnung von linearen Antennen in Abschnitt 5.1 gezeigt wurde. Aus der Geometrie in Bild 7.1 ergibt sich  $\Delta r$  unter Berücksichtigung der Bedingungen 1. und 2. zu

$$\Delta r = y' \sin \psi \sin \theta + z' \cos \theta. \quad (7.5)$$

Aus Gl. (7.3) folgt somit

$$\underline{E}_{\theta S} = j \frac{Z_F}{2r_0 \lambda_0} e^{-j\beta_0 r_0} \sin \theta \iint_A \underline{J}_F(y', z') e^{+j\beta_0(y' \sin \psi \sin \theta + z' \cos \theta)} dy' dz'. \quad (7.6)$$

Diese Gleichung ist allgemein (Fernfeld) gültig für alle Aperturantennen, bei denen der Flächenstrom in  $z$ -Richtung fließt, d.h. für vertikal polarisierte Antennen. Bei horizontaler Polarisation sind der Rechengang und das Ergebnis analog bei sinngemäßer Vertauschung aller stromrichtungsbezogener Parameter. Zirkular polarisiert erregte Antennen können in ihre orthogonalen Erregungen zerlegt werden, die Richtcharakteristik ist bis auf den Elementfaktor identisch zu der, die wir aus Gl. (7.6) erhalten. In der Praxis werden fast ausschließlich Horizontal- und Vertikaldiagramme ermittelt. Hierfür ist es sinnvoll, Gl. (7.6) in getrennt auswertbare Faktoren zu zerlegen.

$$\underline{E}_{\theta S} = j \frac{Z_F}{2r_0 \lambda_0} e^{-j\beta_0 r_0} \sin \theta \iint_A \underbrace{e^{j\beta_0(y' \sin \psi \sin \theta)} \underline{J}_F(y', z')}_{\text{Horizontaldiagramm}} \underbrace{e^{j\beta_0(z' \cos \theta)}}_{\text{Vertikaldiagramm}} dy' dz'. \quad (7.7)$$

## 7.1. übersicht über technische Formen von Aperturantennen

Im Laufe der Jahre haben sich verschiedene Formen von Aperturantennen entwickelt, die grob in die folgenden Gruppen eingeteilt werden können:

- Hornantennen,
- Reflektorantennen,
- Linsenantennen,
- Dielektrische Antennen.

Allen Aperturantennen ist gemein, daß durch ihre Geometrie im Nahfeld eine ebene Phasenfront erzielt wird, welche die Richtung der Hauptstrahlung bestimmt (Bild 7.2). Durch die Stromverteilung auf der Antenne (Belegung) wird die Form der Richtcharakteristik in der angestrebten Weise beeinflusst.

Die Berechnung von Richtcharakteristik und Gewinn für die wichtigsten Aperturformen und Belegungen ist in den folgenden Kapiteln dargestellt. Eine allgemeine übersicht bietet Tabelle 7.1.

Art der Belegung	Relativer Gewinn	Halbwertsbreite (in Grad)	Unterdrückung des ersten Nebenmaximums (in dB)
Homogen; $A(z) = 1$	1	$51\lambda_0/a$	13,2
Cosinus; $A(z) = \cos^n(\pi z/2)$ :			
n=0	1	$51\lambda_0/a$	13,2
n=1	0,810	$69\lambda_0/a$	23
n=2	0,667	$83\lambda_0/a$	32
n=3	0,575	$95\lambda_0/a$	40
n=4	0,515	$111\lambda_0/a$	48
Parabolisch; $A(z) = 1 - (1 - \Delta)z^2$ :			
$\Delta = 1,0$	1	$51\lambda_0/a$	13,2
$\Delta = 0,8$	0,994	$53\lambda_0/a$	15,8
$\Delta = 0,5$	0,970	$56\lambda_0/a$	17,1
$\Delta = 0$	0,833	$66\lambda_0/a$	20,6
Triangular; $A(z) = 1 -  z $	0,75	$73\lambda_0/a$	26,4
Circular; $A(z) = \sqrt{1 - z^2}$	0,865	$58,5\lambda_0/a$	17,6

Tabelle 7.1.: Merkmale des Richtdiagramms als Funktion der Belegung

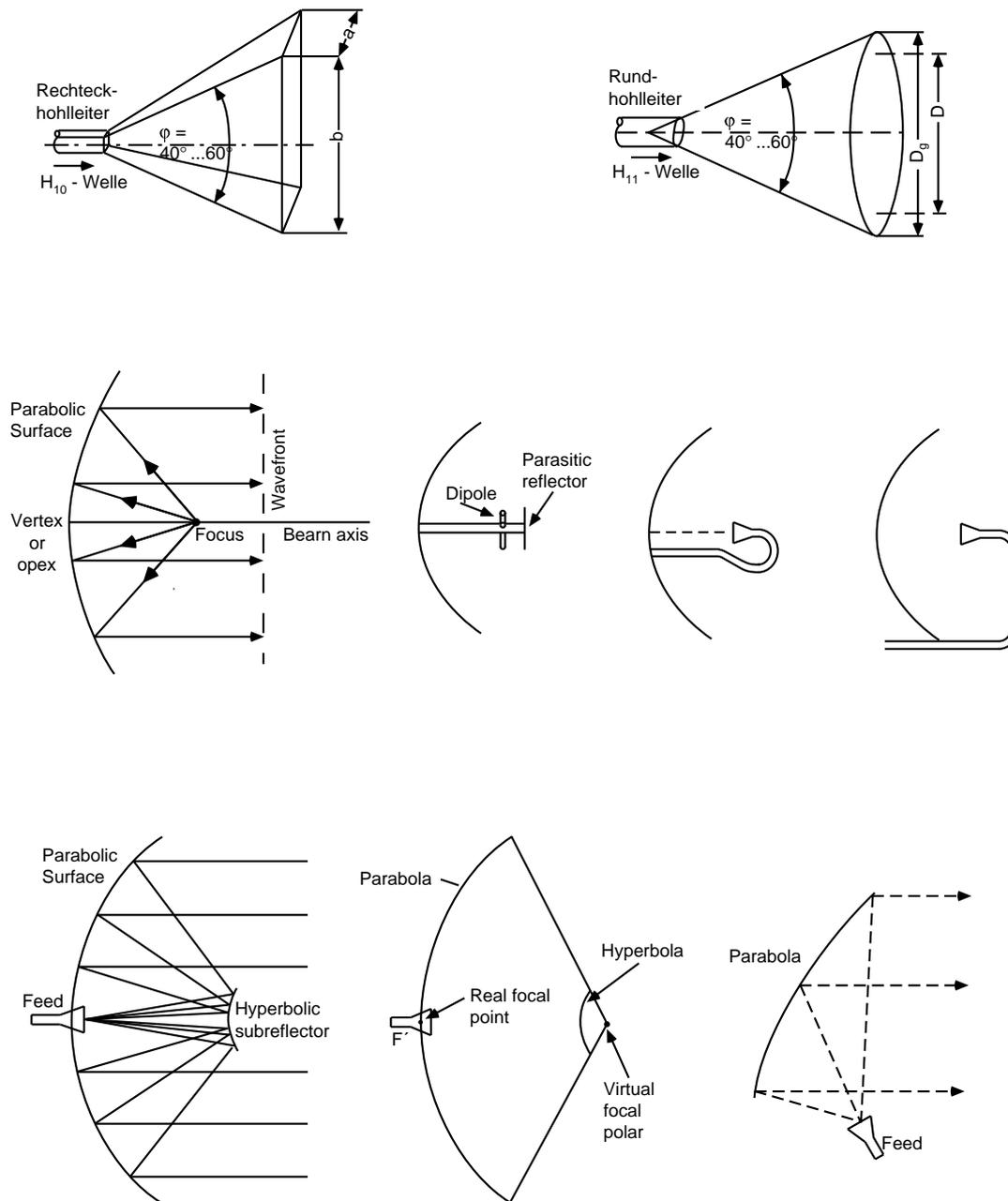


Abbildung 7.2.: Erzeugung ebener Phasenfronten

## 7.2. Rechteckige Aperturantenne

Die einfachste Form einer Aperturantenne ist die Rechteckantenne mit konstanter Belegung, die Bild 7.3 zeigt. Für eine homogene Stromverteilung

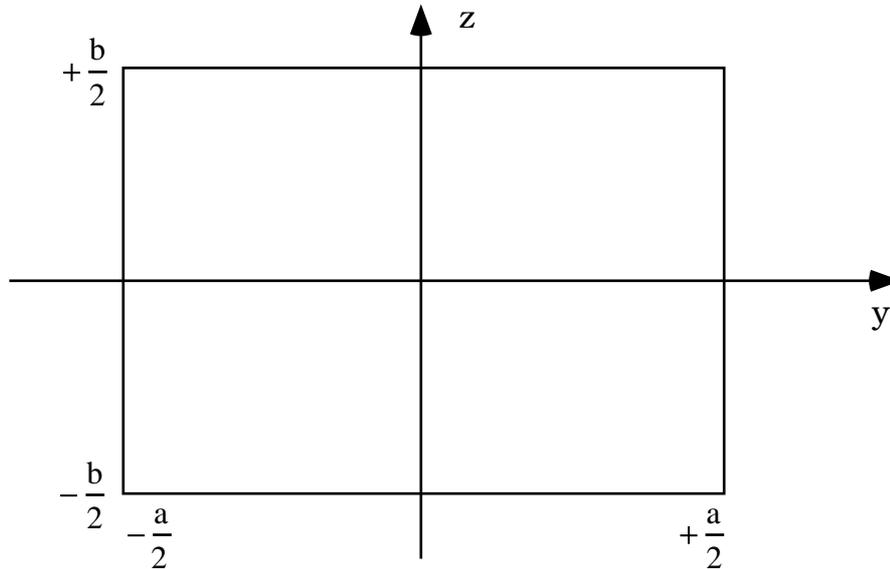


Abbildung 7.3.: Rechteckige Aperturantenne

$$d\underline{I} = \underline{J}_{F0} dy' dz' \quad \text{mit} \quad \underline{J}_{F0} \neq f(y', z') \quad (7.8)$$

ergibt sich

$$\underline{E}_{\theta S} = j \frac{Z_F \underline{J}_{F0}}{2r_0 \lambda_0} e^{-j\beta_0 r_0} \sin \theta \int_{y'=-a/2}^{y'=a/2} e^{j\beta_0 y' \sin \psi \sin \theta} dy' \int_{z'=-b/2}^{z'=-b/2} e^{j\beta_0 z' \cos \theta} dz' \quad (7.9)$$

$$= \underline{K} ab \frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda_0} \sin \psi \sin \theta\right)}{\frac{\pi a}{\lambda_0} \sin \psi \sin \theta} \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda_0} \cos \theta\right)}{\frac{\pi b}{\lambda_0} \cos \theta} \sin \theta \quad (7.10)$$

und daraus der (Apertur-)Gruppenfaktor zu

$$F_{GR}(\zeta_a, \zeta_b) = \underbrace{\frac{\sin \zeta_a}{\zeta_a}}_{\text{Horizontaldiagramm}} \cdot \underbrace{\frac{\sin \zeta_b}{\zeta_b}}_{\text{Vertikaldiagramm}}, \quad (7.11)$$

$$\zeta_a = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \psi \sin \theta$$

$$\zeta_b = \frac{\pi b}{\lambda} \cos \theta$$

Eine rechteckige Aperturantenne liefert als Richtdiagramm das Produkt zweier Spaltfunktionen. In Bild 7.4 ist  $F_{Gr}(\zeta_a, \zeta_b)$  perspektivisch dargestellt, Bild 7.5 zeigt die Verteilung der Orte gleicher Feldstärke.

Die Richtcharakteristik für die Dipolausrichtung in  $z$ -Richtung ergibt sich zu

$$C(\psi, \theta) = |F_{Gr}(\zeta_a, \zeta_b)| |\sin \theta| = \left| \frac{\sin \zeta_a}{\zeta_a} \right| \left| \frac{\sin \zeta_b}{\zeta_b} \right| |\sin \theta|. \quad (7.12)$$

Für eine Dipolausrichtung in  $x$ - oder  $y$ -Richtung ist der Elementfaktor richtig zu wählen. Die charakteristischen Merkmale des Antennendiagramms werden wie bei der Dipolzeile bzw. -spalte berechnet, d.h. für

$$\psi_{HW} = \arcsin(0,44\lambda_0/a) \rightarrow \psi_{HB} \approx 51^\circ \frac{\lambda_0}{a}, \quad (7.13)$$

und für

$$\theta_{HW} = \arcsin(0,44\lambda_0/b) \rightarrow \theta_{HB} \approx 51^\circ \frac{\lambda_0}{b}. \quad (7.14)$$

Der Gewinn einer verlustlosen Antenne errechnet sich gemäß Definition zu

$$G_i = \frac{|S_{\max}|}{|S_K|} = \frac{4\pi}{\int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} C^2(\psi, \theta) \sin \theta \, d\theta d\psi}. \quad (7.15)$$

Die direkte Berechnung des Integrals ist schwierig. Für den Fall, daß  $a/\lambda_0 \gg 1$  ist, sinkt  $F_{Gr}^2(\psi, \theta)$  mit wachsendem  $\psi$  und  $\theta$  so stark ab, daß bei einer einfacher durchzuführenden Integration für  $\psi$  und  $\theta$  von  $-\infty$  bis  $+\infty$  folgt:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2 \zeta}{\zeta^2} d\zeta = \pi. \quad (7.16)$$

Damit ergibt sich

$$G_i = ab \frac{4\pi}{\lambda_0^2}. \quad (7.17)$$

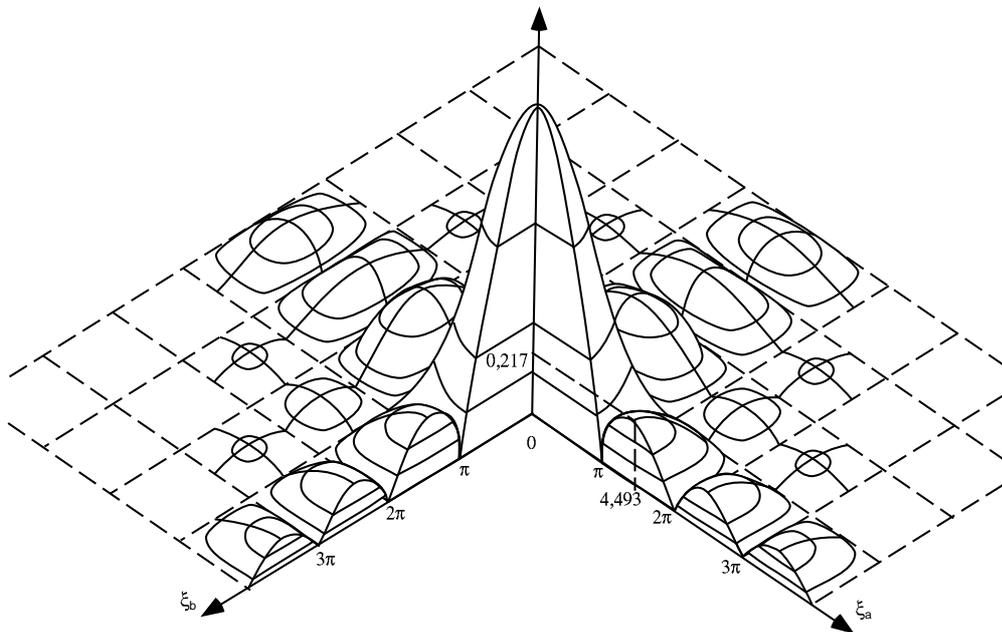


Abbildung 7.4.: Gruppenrichtcharakteristik einer quadratischen Aperturantenne mit konstanter Belegung

Die Wirkfläche  $A_W$  errechnet sich aus dem Gewinn  $G_i$  zu

$$A_w = \frac{\lambda_0^2}{4\pi} G_i = ab. \quad (7.18)$$

Sie ist aufgrund der homogenen Belegung identisch mit der physikalischen Fläche unter den weiteren Bedingungen, daß  $a/\lambda_0 \gg 1$  und die Phasenfront eben und parallel zur Fläche ist.

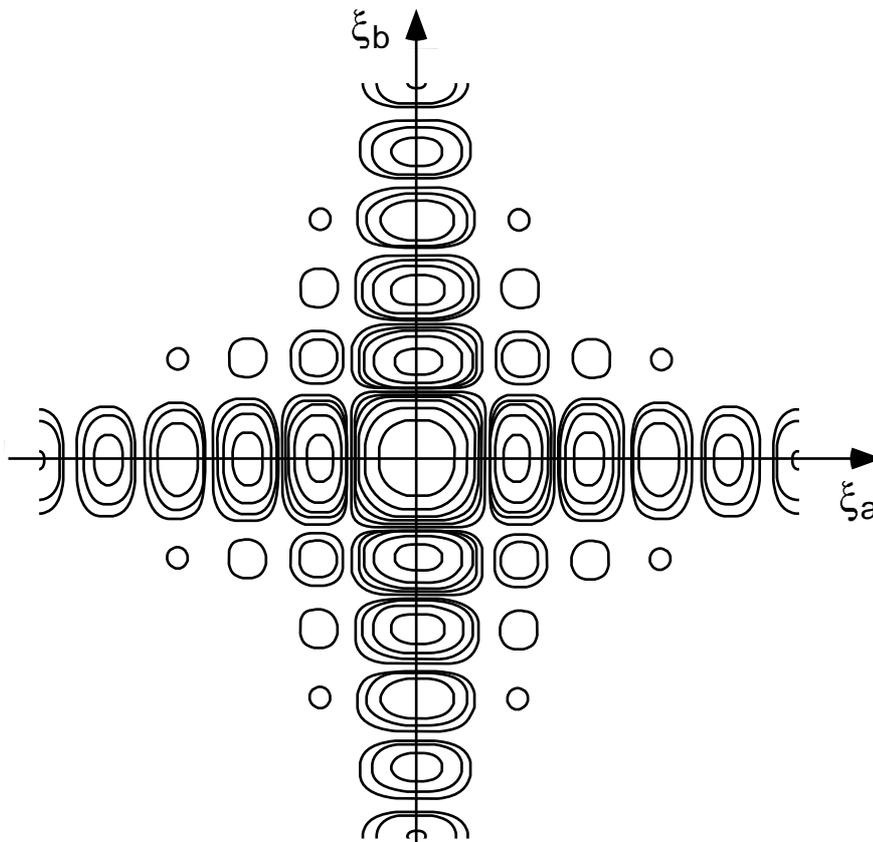


Abbildung 7.5.: Höhenlinien der Intensitätsverteilung einer quadratischen Apertur (Niveaustufung 5 dB)

### 7.3. Kreisförmige Aperturantenne

Für die Berechnung der Richtcharakteristik setzt man bei der kreisförmigen Aperturantenne wie bei der rechteckigen eine ebene Phasenfront voraus. Diese ebene Phasenfront wird bei kreisförmigen Aperturantennen wie in der Optik erzeugt.

In Bild 7.6 ist das Prinzip für eine parabolische Reflektorantenne dargestellt. Ein Strahler im Brennpunkt des Rotationsparaboloids sendet eine Kugelwelle aus, welche bei der Reflexion am Paraboloid in eine Welle mit ebener Phasenfront transformiert wird. Diese Wirkung des Parabolspiegels beruht darauf, daß die Abstände  $d_1$  und  $d_2$  in Bild 7.6 gleich groß sind. Ersetzt man den parabolischen Reflektor nun durch eine gedachte Fläche, so kann man eine von links kom-

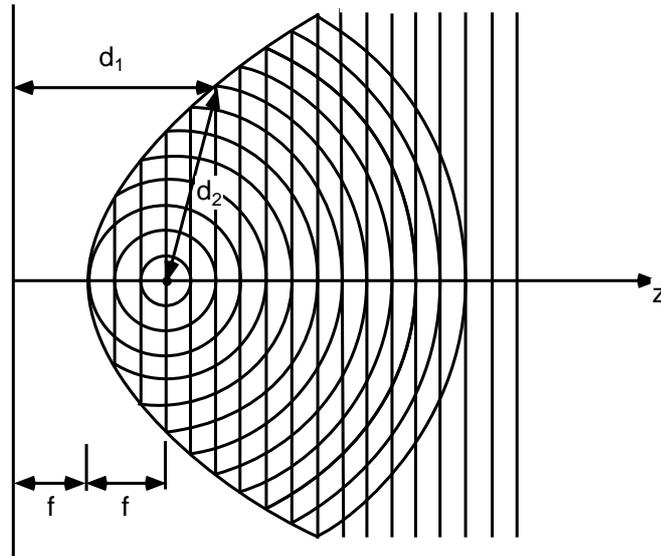


Abbildung 7.6.: Phasenfronten bei der parabolischen Reflektorantenne

mende ebene Welle der Kugelwelle so überlagern, daß die tangentielle elektrische Feldkomponente auf der gesamten Fläche verschwindet. Eine derartige Feldverteilung erfüllt jedoch auch die Randbedingungen bei vorhandenem metallischen Reflektor und ist eindeutig.

Für die folgenden Berechnungen geht man von einer ebenen Phasenfront der kreisförmigen Aperturantenne aus und nimmt weiter die Belegung als konstant an. Der Gruppenfaktor und das Richtdiagramm werden für das Fernfeld berechnet, d.h. die Apertur ist klein gegen den Fernfeldvektor. Für die kreisförmige Apertur ist es sinnvoll, in der Antennenebene Polarkoordinaten einzuführen. Die Antennenebene wird, wie in der Literatur üblich, in die  $x$ - $y$ -Ebene gelegt, Bild 7.7 zeigt die Anordnung. Die in der Aperturebene verwendeten Größen werden durch einen Strich gekennzeichnet. Für die Aufpunkte in der Apertur gilt

$$\begin{aligned}x' &= \rho' \cos \psi', \\y' &= \rho' \sin \psi', \\z' &= 0.\end{aligned}\tag{7.19}$$

Die Antenne sei durch die konstante Flächenstromdichte  $\underline{J}_{F0}$  erregt, woraus

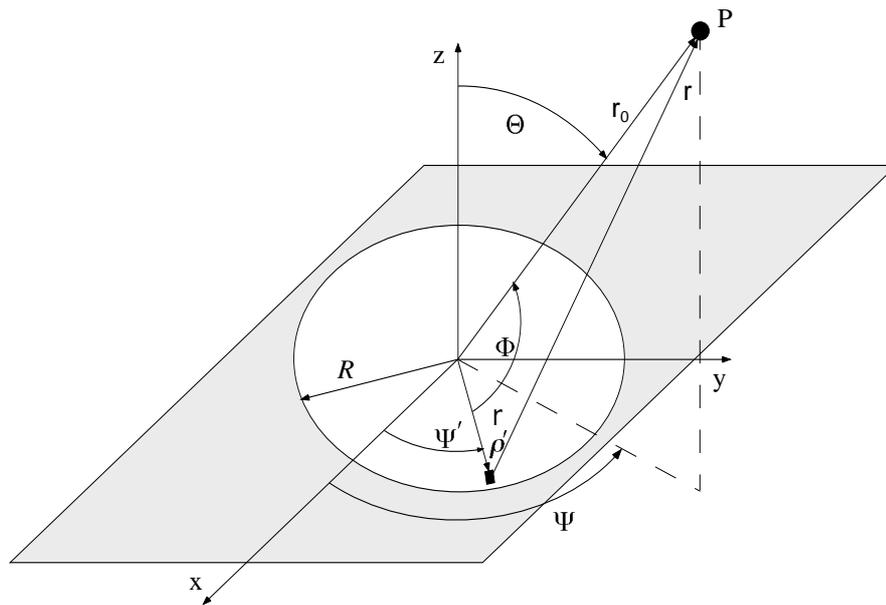


Abbildung 7.7.: Koordinatensystem zur Berechnung kreisförmiger Aperturantennen

sich der infinitesimale Strom

$$d\underline{I} = \underline{J}_{F0} \rho' d\rho' d\psi' \quad (7.20)$$

ergibt. Der Gangunterschied  $\Delta r$ , der von den einzelnen infinitesimalen Dipolen herrührenden E-Feldanteile, bestimmt sich mit Bild 7.7 zu

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \Phi\right) = \cos(\Phi) = \frac{\Delta r}{\rho'} \quad \rightarrow \quad \Delta r = \rho' \cos(\Phi).$$

Der Winkel  $\Phi$  soll nun mittels zirkular zylindrischer Koordinaten und Kugelkoordinaten beschrieben werden. Um diese Darstellung zu erhalten, bedient man sich der Definition des Skalarproduktes:

$$\begin{aligned} \rho' \vec{e}_{\rho'} \cdot \vec{e}_r &= \rho' \cos(\Phi) \cdot |\vec{e}_{\rho'}| \cdot |\vec{e}_r| = \rho' \cos(\Phi) \\ &= (x' \vec{e}_x + y' \vec{e}_y) (\sin(\theta) \cos(\psi) \vec{e}_x + \sin(\theta) \sin(\psi) \vec{e}_y + \vec{e}_z \cos(\theta)) \\ &= x' \sin(\theta) \cos(\psi) + y' \sin(\theta) \sin(\psi) \\ &= \rho' \sin(\theta) (\cos(\psi') \cos(\psi) + \sin(\psi') \sin(\psi)) \\ &= \rho' \sin(\theta) \cos(\psi - \psi') = \rho' \cos(\Phi) = \Delta r. \end{aligned} \quad (7.21)$$

Nachdem nun das Koordinatensystem gewählt und der Gangunterschied mit Gl.(7.21) allgemein bestimmt ist, müssen die Beiträge der einzelnen infinitesimalen Dipole im Fernfeld am Punkt  $P$  bestimmt werden. Hierzu setzt man

Dipole, die in der  $x$ - $y$ - Ebene liegen, an. Die Fernfeldgleichungen können ganz analog zu Kapitel 4 hergeleitet werden, wobei nun das magnetische Vektorpotential in  $x$ - und in  $y$ - Richtung ( $\vec{A} = A_x \vec{e}_x$ ,  $\vec{A} = A_y \vec{e}_y$ ) angesetzt ist. Es ergeben sich folgende Gleichungen:

Für eine Dipolausrichtung in  $x$ -Richtung erhält man für die Felder

$$d\underline{E}_{rx} = 0, \quad (7.22a)$$

$$d\underline{E}_{\theta x} = -j d\underline{I}_{x'} \frac{\omega \mu}{4\pi} \cos(\theta) \cos(\psi) \frac{e^{-j\beta_0 r}}{r}, \quad (7.22b)$$

$$d\underline{E}_{\psi x} = j d\underline{I}_{x'} \frac{\omega \mu}{4\pi} \sin(\psi) \frac{e^{-j\beta_0 r}}{r}, \quad (7.22c)$$

$$d\underline{H}_{rx} = 0, \quad (7.23a)$$

$$d\underline{H}_{\theta x} = -j d\underline{I}_{x'} \frac{\beta_0}{4\pi} \sin(\psi) \frac{e^{-j\beta_0 r}}{r}, \quad (7.23b)$$

$$d\underline{H}_{\psi x} = -j d\underline{I}_{x'} \frac{\beta_0}{4\pi} \cos(\theta) \cos(\psi) \frac{e^{-j\beta_0 r}}{r}. \quad (7.23c)$$

Für eine Dipolausrichtung in  $y$ -Richtung erhält man für die Felder

$$d\underline{E}_{ry} = 0, \quad (7.24a)$$

$$d\underline{E}_{\theta y} = -j d\underline{I}_{y'} \frac{\omega \mu}{4\pi} \cos(\theta) \sin(\psi) \frac{e^{-j\beta_0 r}}{r}, \quad (7.24b)$$

$$d\underline{E}_{\psi y} = -j d\underline{I}_{y'} \frac{\omega \mu}{4\pi} \cos(\psi) \frac{e^{-j\beta_0 r}}{r}, \quad (7.24c)$$

$$d\underline{H}_{ry} = 0, \quad (7.25a)$$

$$d\underline{H}_{\theta y} = j d\underline{I}_{y'} \frac{\beta_0}{4\pi} \cos(\psi) \frac{e^{-j\beta_0 r}}{r}, \quad (7.25b)$$

$$d\underline{H}_{\psi y} = -j d\underline{I}_{y'} \frac{\beta_0}{4\pi} \cos(\theta) \sin(\psi) \frac{e^{-j\beta_0 r}}{r}. \quad (7.25c)$$

Die Berechnungen sollen im weiteren auf das elektrische Feld beschränkt bleiben, da im Fernfeld ein eindeutiger Zusammenhang über den Wellenwiderstand zwischen dem elektrischen und magnetischen Feld besteht. Um das Gesamtfeld am Punkt  $P$  zu berechnen, nutzen wir nun die Linearität der Maxwellgleichungen, d.h. wir addieren die einzelnen Feldbeiträge der Gln. (7.22a)–(7.22c)

vektoriell in Kugelkoordinaten mit den Gln. (7.24a)–(7.24c). Die Stromdichte soll in kartesischer Form beibehalten werden. Es ergibt sich

$$d\underline{E}_r = d\underline{E}_{rx} + d\underline{E}_{ry} = 0, \quad (7.26a)$$

$$d\underline{E}_\theta = d\underline{E}_{\theta x} + d\underline{E}_{\theta y} = -j \frac{\omega \mu}{4\pi} \cos(\theta) \frac{e^{-j\beta_0 r}}{r} \left( \cos(\psi) d\underline{I}_{x'} + \sin(\psi) d\underline{I}_{y'} \right), \quad (7.26b)$$

$$d\underline{E}_\psi = d\underline{E}_{\psi x} + d\underline{E}_{\psi y} = j \frac{\omega \mu}{4\pi} \frac{e^{-j\beta_0 r}}{r} \left( \sin(\psi) d\underline{I}_{x'} - \cos(\psi) d\underline{I}_{y'} \right). \quad (7.26c)$$

Für den Fall, daß der Strom ausschließlich in  $x$ -Richtung fließt und konstant ist, ergeben sich aus den Gln. (7.26a)–(7.26c) die Gl. (7.27a) und (7.27b).

$$\underline{E}_\theta = -j \frac{Z_{F0}}{2\lambda_0} \cos(\theta) \frac{e^{-j\beta_0 r_0}}{r_0} \cos(\psi) \underline{I}_{x'} \iint_{\rho', \psi'} e^{j\beta_0 \rho' \sin(\theta) \cos(\psi - \psi')} \rho' d\rho' d\psi', \quad (7.27a)$$

$$\underline{E}_\psi = j \frac{Z_{F0}}{2\lambda_0} \frac{e^{-j\beta_0 r_0}}{r_0} \sin(\psi) \underline{I}_{x'} \iint_{\rho', \psi'} e^{j\beta_0 \rho' \sin(\theta) \cos(\psi - \psi')} \rho' d\rho' d\psi', \quad (7.27b)$$

Das Integral in den Gln. (7.27a), (7.27b) läßt sich mit Hilfe der Besselfunktion darstellen

$$J_0(\zeta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{j\zeta \cos(\tau)} d\tau. \quad (7.28)$$

Mit den Substitutionen  $\tau = \psi - \psi'$  und  $\zeta = \beta_0 \rho' \sin \theta$  erhält man für die Oberflächenintegrale, welche den Gruppenfaktor darstellen, aus den Gln. (7.27a), (7.27b) und aus der Gl.(7.28)

$$F_{GR}(\theta) = \iint_{\rho', \tau} e^{j\zeta(\rho') \cos(\tau)} d\tau \rho' d\rho' = \frac{2\pi}{\beta_0 \sin(\theta)} \int_0^R J_0(\beta_0 \rho' \sin(\theta)) \beta_0 \rho' \sin(\theta) d\rho'. \quad (7.29)$$

Das verbleibende Integral läßt sich mit der allgemeinen Beziehung

$$\int J_0(\zeta) \zeta d\zeta = \zeta J_1(\zeta) \quad (7.30)$$

lösen. Es ergibt sich mit Gl.(7.30) aus Gl.(7.29) für den Gruppenfaktor

$$F_{GR}(\theta) = \frac{2\pi \beta_0 R \sin(\theta)}{(\beta_0 \sin(\theta))^2} J_1(\beta_0 R \sin(\theta)) = 2\pi R^2 \frac{J_1(\beta_0 R \sin(\theta))}{\beta_0 R \sin(\theta)}. \quad (7.31)$$

Für das elektrische Feld gilt damit

$$\underline{E}_\theta = -j \frac{Z_{F0}}{\lambda_0} \pi R^2 \cos(\theta) \frac{e^{-j\beta_0 r_0}}{r_0} \cos(\psi) \underline{I}_{x'} \frac{J_1(\beta_0 R \sin(\theta))}{\beta_0 R \sin(\theta)}, \quad (7.32a)$$

$$\underline{E}_\psi = j \frac{Z_{F0}}{\lambda_0} \pi R^2 \frac{e^{-j\beta_0 r_0}}{r_0} \sin(\psi) \underline{I}_{x'} \frac{J_1(\beta_0 R \sin(\theta))}{\beta_0 R \sin(\theta)}. \quad (7.32b)$$

Die magnetischen Feldkomponenten berechnen sich daraus zu

$$\begin{aligned} \underline{H}_\theta &= -\frac{\underline{E}_\psi}{Z_{F0}}, \\ \underline{H}_\psi &= \frac{\underline{E}_\theta}{Z_{F0}}. \end{aligned} \quad (7.33)$$

Zur Berechnung des Beitrages des Gruppenfaktors zur Richtcharakteristik betrachtet man die radialsymmetrische Spaltfunktion

$$2J_1(\zeta)/\zeta. \quad (7.34)$$

Das Maximum liegt analog zur Rechteckapertur bei

$$\theta = 0 \quad (\zeta = 0). \quad (7.35)$$

Die Bildung des Grenzüberganges führt auf

$$\lim_{\zeta \rightarrow 0} \frac{J_1(\zeta)}{\zeta} = \frac{1}{2}. \quad (7.36)$$

Mit Gl.(7.31) und Gl.(7.36) läßt sich die Gruppenrichtcharakteristik bestimmen zu

$$C_{GR}(\theta) = 2 \left| \frac{J_1(\zeta)}{\zeta} \right| = 2 \left| \frac{J_1\left(2\pi \frac{R}{\lambda_0} \sin(\theta)\right)}{2\pi \frac{R}{\lambda_0} \sin(\theta)} \right|. \quad (7.37)$$

Bild 7.8 zeigt einen Vergleich der Funktionen  $|2J_1(\zeta)/\zeta|$  und  $|\sin(\zeta)/\zeta|$ .

Bild 7.9 zeigt die Gruppenrichtcharakteristik in der Nähe der Hauptkeule.

Für den einfachen Fall, daß die Aperturbelegung konstant ist, läßt sich der Richtfaktor, der bei verlustlosen Antennen gleich dem Gewinn ist, bestimmen zu

$$G_i = 4\pi^2 \frac{R^2}{\lambda_0^2}. \quad (7.38)$$

Wie bei rechteckigen Aperturen wird auch bei kreisförmigen Aperturen mit konstanter Belegung die Wirkfläche  $A_W$  gleich der geometrischen Fläche:

$$A_w = R^2\pi. \quad (7.39)$$

Das Verhältnis  $R/\lambda_0$  ist für die Richtcharakteristik und den Gewinn entscheidend, nicht jedoch für die Wirkfläche. Bei einer in Amplitude und Phase konstanten Strombelegung ist nach Gl. (7.28) — unabhängig vom Verhältnis  $R/\lambda_0$

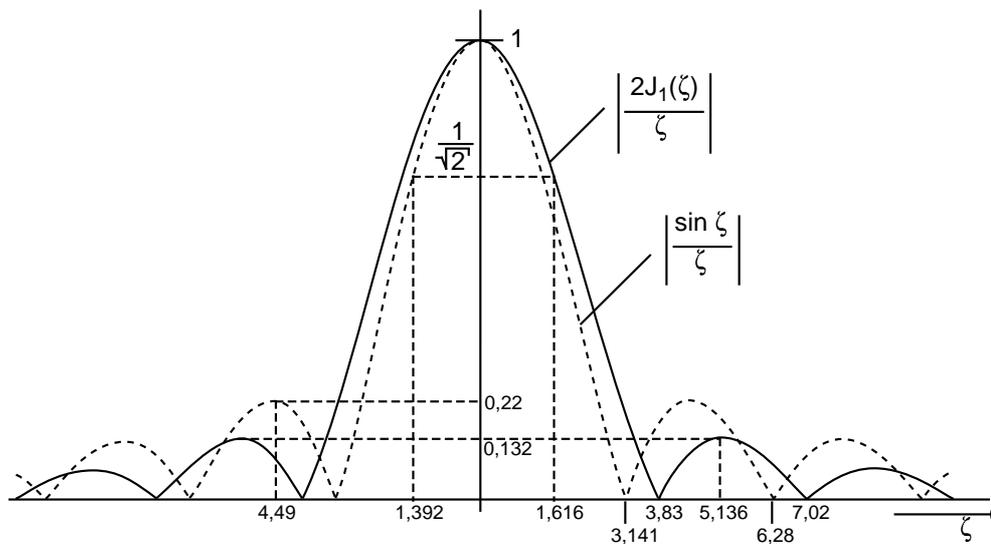


Abbildung 7.8.: Spaltfunktion und radialsymmetrische Spaltfunktion

— der Wert der Richtcharakteristik der 1. Nebenstrahlung gleich 0,132 entsprechend 17,6 dB Nebenkeulendämpfung, d.h. für

$$\theta_{N1} = \arcsin \left( \frac{5,136 \lambda_0}{2\pi R} \right). \quad (7.40)$$

Obwohl der Winkel  $\theta_{N1}$ , bei dem die erste Nebenstrahlung auftritt, vom Verhältnis  $\lambda_0/R$  abhängig ist, erhält man für diesen Winkel  $\theta_{N1}$  immer 0,132 als Wert der 1. Nebenstrahlung. An der Stelle

$$\theta = \arcsin \left( \frac{1,616 \lambda_0}{2\pi R} \right) \quad (7.41)$$

ist  $C_{HW} = 1/\sqrt{2}$ . Für  $R \gg \lambda_0$  und  $D = 2R$  berechnet sich die Halbwertsbreite zu

$$\theta_{HB} = 58,8^\circ \frac{\lambda_0}{D}. \quad (7.42)$$

Für Aperturbelegungen, welche zum Rand abfallen, lässt sich die Gruppenrichtcharakteristik für die Fälle

$$\underline{I}_F(\rho') = \underline{I}_{F0} \left( 1 - \left( \frac{\rho'}{R} \right)^2 \right)^p \quad (7.43)$$

einfach ermitteln. Die Richtdiagramme gehorchen hierbei den Funktionen

$$C(\theta) \sim 2 \left| \frac{J_{p+1}(\zeta)}{\zeta^{p+1}} \right| \quad (7.44)$$

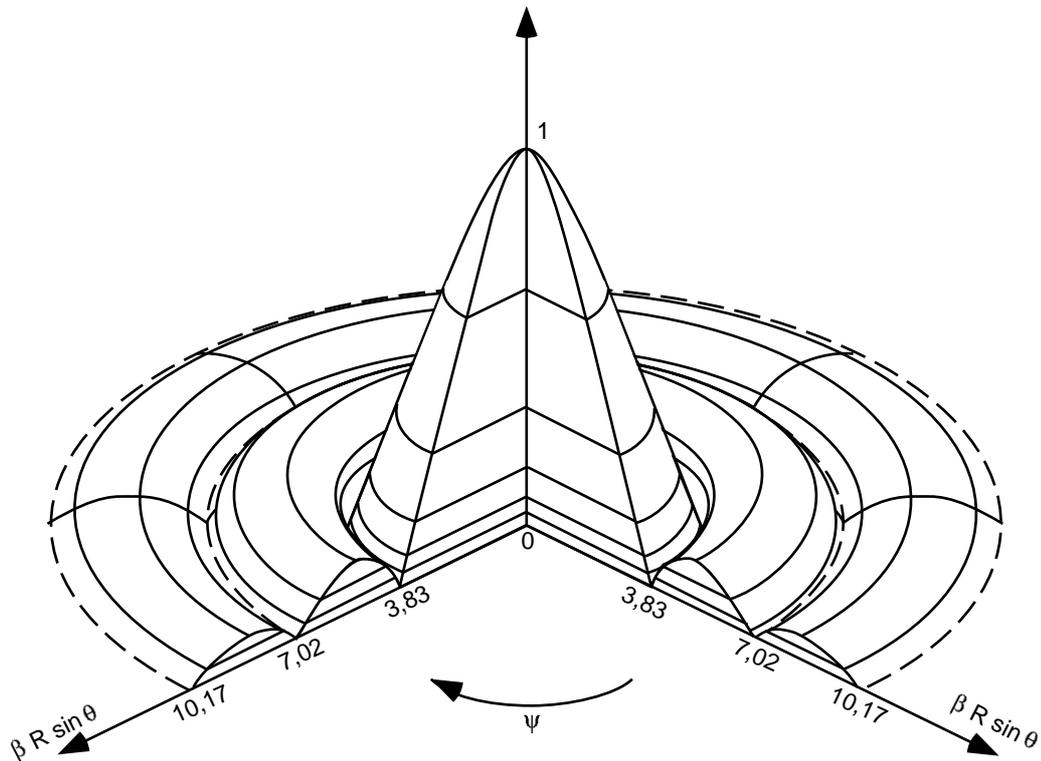


Abbildung 7.9.: Ausschnitt aus der Gruppenrichtcharakteristik einer kreisförmigen Apertur mit dem Radius  $R \gg \lambda_0$  und konstanter Strombelegung (räumliche Skizze, Höhenlinien im Bereich -4 dB ... -30 dB, etwa um 6 dB abgestuft)

mit

$$\zeta = 2\pi \frac{\lambda_0}{R} \sin(\theta).$$

## 7.4. Hornstrahler

In den letzten Kapiteln ging man jeweils von einer Kugelwelle aus, welche durch die zu berechnende Antenne in eine ebene Welle geformt wird. In der Praxis ist die am häufigsten verwendete Quelle für Kugelwellen der Hornstrahler (Bild 7.10) [Lov76]. Er wird überall dort eingesetzt, wo lineare Polarisierung gefordert wird.

Der am Ende offene Hohlleiter ist die einfachste degenerierte Form des Hornstrahlers. Seine Berechnung ist wegen der nachstehenden Einflüsse schwierig:

- Reflexion wegen  $Z_{FH}, Z_{FE} \neq Z_{F0}$ , d.h. hin- und rücklaufende Welle überlagern sich,
- Randströme und Ströme außen sind nicht zu vernachlässigen,
- Erzeugung von höheren Moden.

Für die folgenden Überlegungen wird der  $H_{10}$ -Mode im Hohlleiter vorausgesetzt. Die Feldlinienverteilung für den  $H_{10}$ -Mode zeigt Bild 7.11. Die Aperturebene liegt

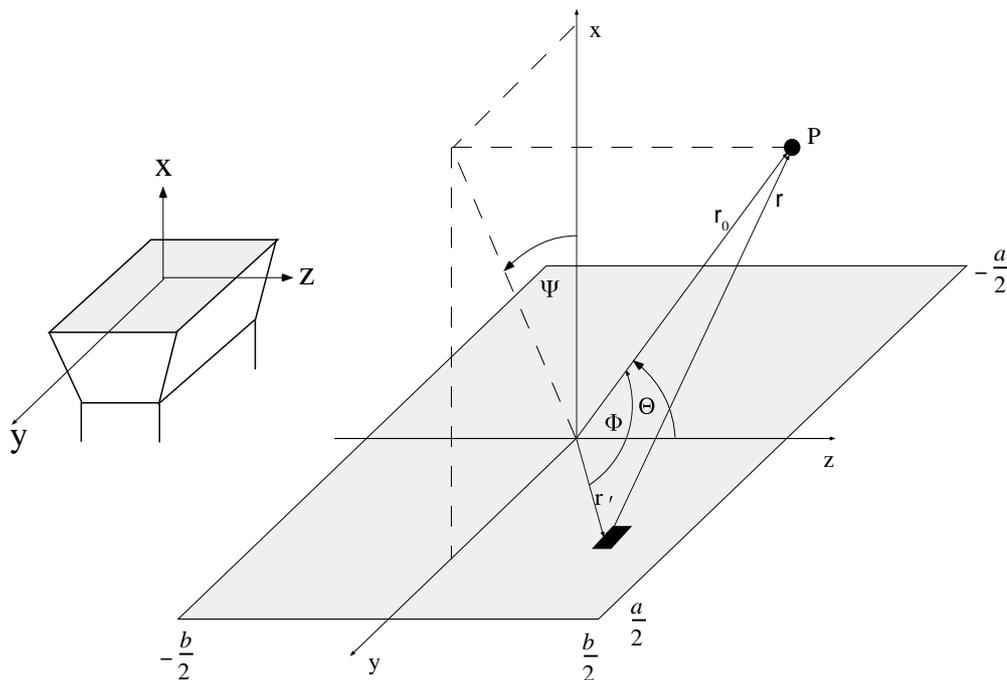


Abbildung 7.10.: Koordinatensystem zur Berechnung rechteckiger Aperturantennen

in der  $y$ - $z$ -Ebene. Die in der Aperturebene verwendeten Größen werden durch einen Strich gekennzeichnet. Die Verteilung des Feldes an der Stelle  $x = 0$  sei für den  $H_{10}$ -Mode

$$\vec{E} = \underline{E}_{z'} \vec{e}_z = \underline{E}_{z'0} \cos\left(\frac{\pi y'}{a}\right), \quad \underline{E}_{x'} \equiv 0, \quad \underline{E}_{y'} \equiv 0. \quad (7.45)$$

Statt mit den bisher verwendeten Leitungsströmen hat man es mit Verschiebungsströmen zu tun, welche zu  $\underline{E}_{z'0}$  direkt proportional sind. In der Literatur

werden zur Berechnung statt der Verschiebungsströme häufig sogenannte „Magnetische Dipole“ unter Anwendung des Dualitätsprinzips verwendet. Auch wird dort die Aperturebene in die  $x$ - $y$ -Ebene gelegt, was zu einem erhöhten mathematischen Aufwand führt.

Analog zu Gl.(7.21) bestimmt man wieder den Gangunterschied

$$\begin{aligned}\Delta r &= (y'\vec{e}_y + z'\vec{e}_z) (\sin(\theta) \cos(\psi) \vec{e}_x + \sin(\theta) \sin(\psi) \vec{e}_y + \vec{e}_z \cos(\theta)) \\ &= y' \sin(\theta) \sin(\psi) + z' \cos(\theta).\end{aligned}\quad (7.46)$$

Mit  $r = r_0 - \Delta r$  erhält man unter Verwendung der Fernfeldbedingung das Gesamtfeld an einem beliebigen Punkt P im Fernfeld

$$\underline{E}_\theta = j \frac{\beta_0}{4\pi} \sin(\theta) \underline{E}_{z'0} \frac{e^{-j\beta_0 r_0}}{r_0} \iint_{y', z'} \cos\left(\frac{\pi y'}{a}\right) e^{j\beta_0(y' \sin(\theta) \sin(\psi) + z' \cos(\theta))} dy' dz', \quad (7.47)$$

Aus dem Integral folgt der Gruppenfaktor

$$\begin{aligned}F_{GR}(\theta, \psi) &= \iint_{y', z'} \cos\left(\frac{\pi y'}{a}\right) e^{j\beta_0(y' \sin(\theta) \sin(\psi) + z' \cos(\theta))} dy' dz' \\ &= \frac{1}{2} ab \pi \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda_0} \cos(\theta)\right)}{\frac{\pi b}{\lambda_0} \cos(\theta)} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi a}{\lambda_0} \sin(\theta) \sin(\psi)\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - \left(\frac{\pi a}{\lambda_0} \sin(\theta) \sin(\psi)\right)^2}.\end{aligned}\quad (7.48)$$

Das Ergebnis für das Horizontaldiagramm zeigt die gleiche Abhängigkeit, wie man sie für stetig verteilte Dipole mit cosinusförmiger Belegung erhält, während wir vertikal die typische  $\sin(\zeta)/\zeta$ -Charakteristik vorfinden.

Bei den bisherigen Überlegungen wurde die Krümmung der Phasenfront in der Aperturebene vernachlässigt. An sich ist diese Vernachlässigung nur dann gerechtfertigt, wenn die Öffnungswinkel  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  des Hornstrahlers nach Bild 7.12 die Bedingungen  $a \cdot \alpha_1 \ll \lambda_0$ ,  $b \cdot \alpha_2 \ll \lambda_0$  erfüllen. Der tatsächliche oder scheinbare Ausgangspunkt einer Kugelwelle wird als Phasenzentrum bezeichnet. Der Gewinn eines verlustlosen Hornstrahlers errechnet sich zu

$$G = \frac{32ab}{\pi \lambda_0^2}, \quad (7.49)$$

woraus sich die Antennenwirkfläche (siehe Gl. (3.23) aus

$$A_W = G \cdot \lambda_0^2 / 4\pi \quad (7.50)$$

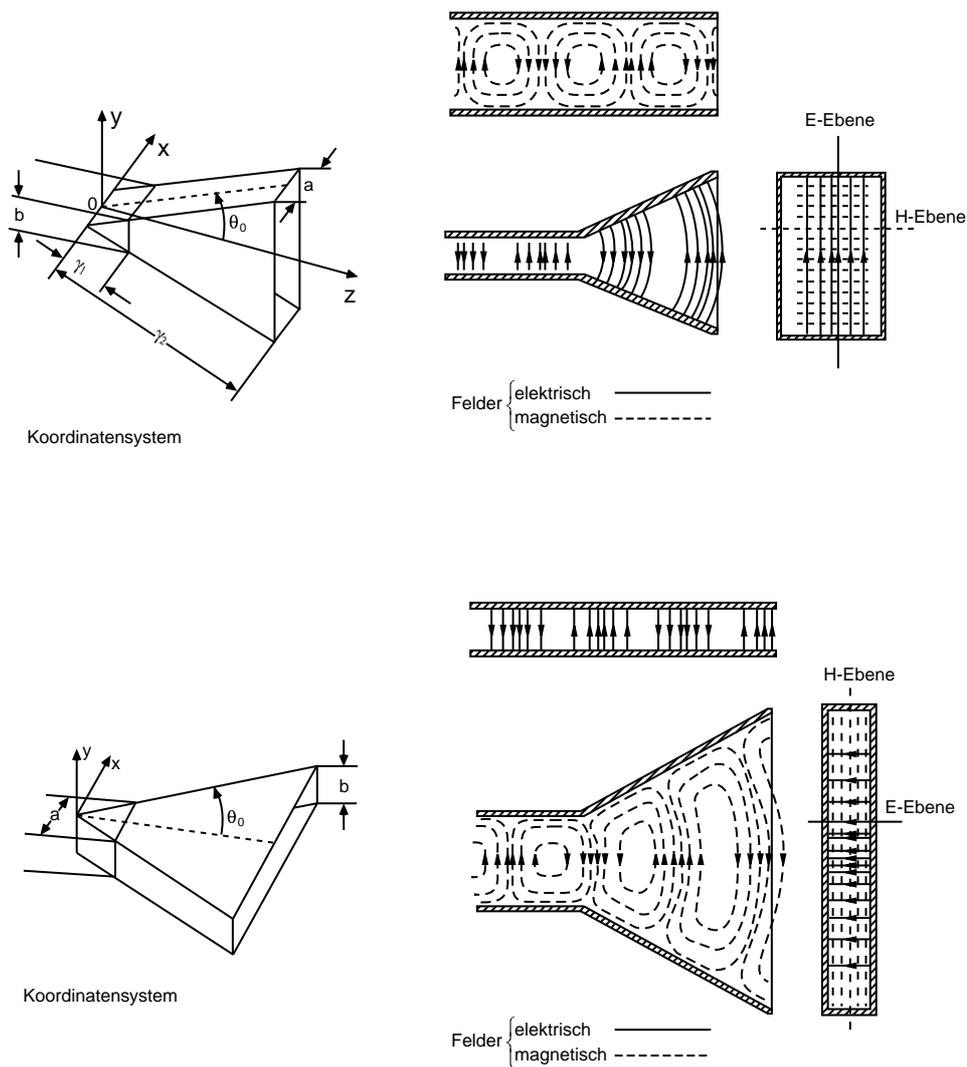


Abbildung 7.11.: Feldlinienbilder am Übergang Rechteckhohlleiter auf Hornstrahler ( $H_{10}$ -Mode)

ergibt zu

$$A_W = \frac{8}{\pi^2} ab = 0,81ab. \quad (7.51)$$

Die wirksame Antennenfläche beträgt also nur 81% der geometrischen Aperturfläche. Der hohe Gewinn bei großen Aperturen ist mit einer starken Richtwirkung verbunden. Für  $\beta_0 \cdot a \gg 1$  und  $\beta_0 \cdot b \gg 1$  hat die Hauptstrahlungskeule in

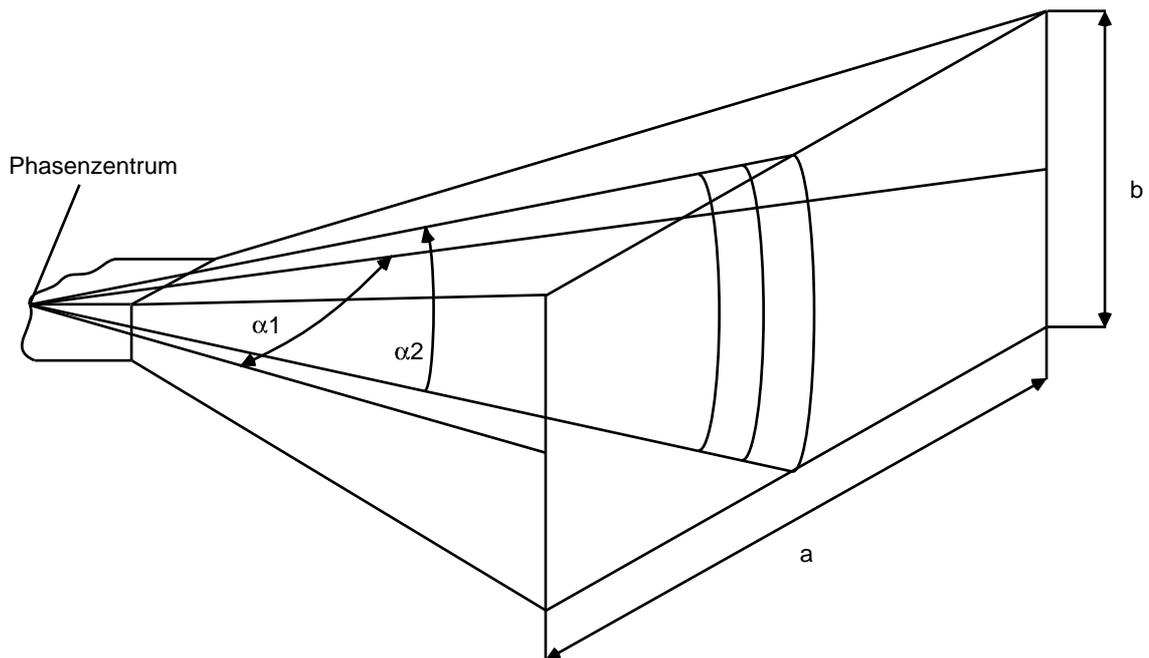


Abbildung 7.12.: Krümmung der Phasenfront eines Hornstrahlers

der Ebene  $\psi = 0$  die Breite

$$2\theta_N = 2\frac{\lambda_0}{b} \cong 114,6^\circ \frac{\lambda_0}{b} \quad (7.52)$$

und in der Ebene  $\theta = \pi/2$  die Breite

$$2\psi_N = 3\frac{\lambda_0}{a} \cong 172^\circ \frac{\lambda_0}{a}. \quad (7.53)$$

Die Nullwertsbreiten  $2\theta_N$  bzw.  $2\psi_N$  sind die Winkel zwischen den ersten Nullstellen der Hauptkeule. Die Halbwertsbreiten sind entsprechend der homogenen Erregung im Vertikaldiagramm

$$\theta_{HB} = 51^\circ \frac{\lambda_0}{b} \quad (7.54)$$

und entsprechend der cosinusförmigen Belegung im Horizontaldiagramm

$$\psi_{HB} = 69^\circ \frac{\lambda_0}{a}. \quad (7.55)$$

## 7.5. Linsenantennen

Linsenantennen sind wie Parabolantennen in der Lage, eine Kugelwelle in eine ebene Welle umzusetzen, als welche sie wieder nach dem bereits aus den vorangegangenen Kapiteln bekannten Verfahren berechnet werden können. Einige Beispiele für Linsenantennen zeigt Bild 7.13.

Nach dem Huygenschen Prinzip kann jeder Punkt einer Welle wieder als Ausgangspunkt für eine neue Kugelwelle betrachtet werden. Bezogen auf die Antennenberechnung heißt das, daß für die Erzeugung einer Richtcharakteristik nicht die Metallkonstruktion der Antenne, sondern die Geometrie und Belegung der von ihr erzeugten ebenen Welle die Basis ist. Das Huygensche Prinzip besagt nichts anderes, als daß man in die ebene Welle Hertzsche Dipole interpretiert und hieraus die Richtcharakteristik berechnet. Für die folgende Berechnung der Linsenantennen bedient man sich dieser Analogie.

In den Bildern 7.14 und 7.17 ist die Anwendung von Linsen zur Umwandlung einer Kugelwelle in eine Welle mit ebener Phasenfront schematisch dargestellt. Im Bereich der Linse weicht die Phasengeschwindigkeit  $v_\varphi$  der elektromagnetischen Welle von  $c_0$  ab. Der Brechungsindex  $n$  ist durch

$$n = \frac{c_0}{v_\varphi} \quad (7.56)$$

gegeben. Bei der Verzögerungslinse ist  $n > 1$ , während für die Beschleunigungslinse  $n < 1$  gilt. Eine Verzögerungslinse läßt sich mit dielektrischen Materialien realisieren, wobei der Brechungsindex durch

$$n = \sqrt{\varepsilon_r} \quad (7.57)$$

gegeben ist. Die Wellenlänge im Material ist  $\lambda_\varepsilon = \lambda_0/n$ . Für die Verzögerungslinse nach Bild 7.14 muß die Laufzeit des Mittelstrahls gleich der eines beliebigen Randstrahles sein, um eine ebene Phasenfront zu erzeugen, so daß

$$d + nz = \sqrt{(d+z)^2 + x^2} \quad (7.58)$$

gilt. Daraus folgt, daß die Berandung der Linse durch die Hyperbel

$$z^2 (n^2 + 1) + 2dz (n - 1) - x^2 = 0 \quad (7.59)$$

gegeben ist. Zur Material- und Gewichtersparnis wird eine dielektrische Verzögerungslinse als Stufenlinse entsprechend Bild 7.15 ausgebildet. Eine Be-

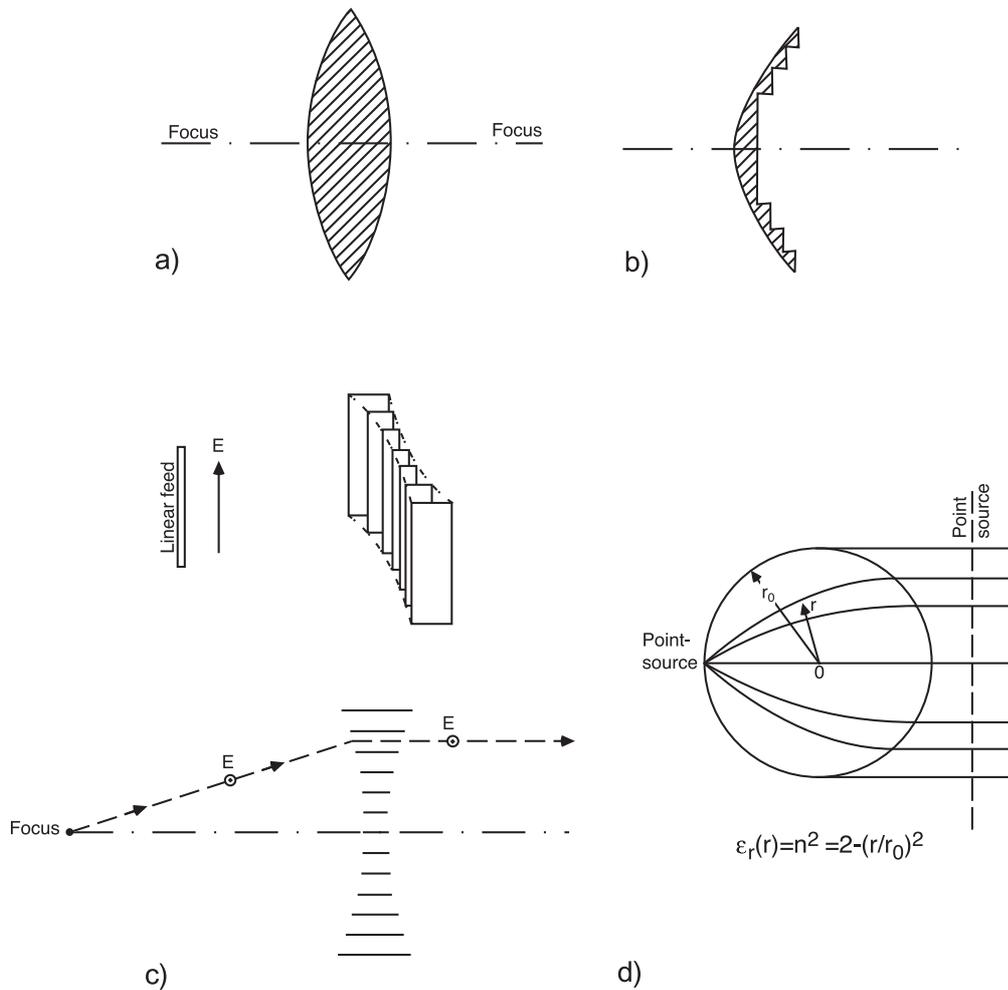


Abbildung 7.13.: Verschiedene Ausführungen von Linsenantennen.

a) Bikonvex Verzögerungslinse, b) Stufenlinse, c) Bikonkav Beschleunigungslinse, d) Luneburg Linse

schleunigungslinse (Bild 7.17) kann als Hohlleiterlinse mit äquidistanten parallelen Metallplatten entsprechend Bild 7.16 realisiert werden. Fällt auf die Linse eine parallel zu den Metallplatten polarisierte elektromagnetische Welle ein, so werden zwischen den Metallplatten die  $H_{10}$ -Moden des Rechteckhohlleiters angeregt. Die Phasengeschwindigkeit der  $H_{10}$ -Wellen zwischen den Metallplatten ist durch

$$v_\varphi = \frac{c_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a}\right)^2}} \quad (7.60)$$

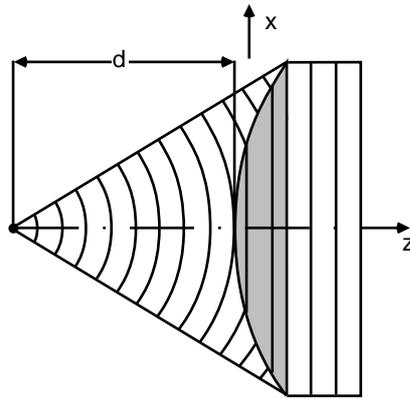


Abbildung 7.14.: Linsen zur Transformation von Kugelwellen: Verzögerungslinse (Hyperbel)

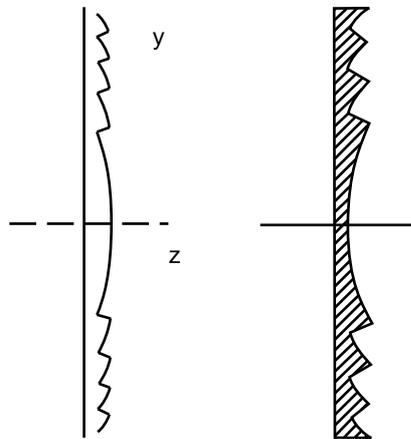


Abbildung 7.15.: Stufenlinse

gegeben.

Man kann wieder wie bei der Verzögerungslinse die Phasenbedingungen für eine ebene Welle ansetzen, d.h. der Phasengang muß für alle Wege von der Quelle durch die Linse gleich sein. Insbesondere muß der Mittelstrahl gleichen Phasengang wie jeder andere Strahl haben.

Der Ansatz führt zu dem Ergebnis, daß die Berandung der Beschleunigungslinse durch die Ellipse

$$\sqrt{(d-z)^2 + x^2} + nz = d, \quad (7.61)$$

$$\Leftrightarrow z^2(1-n^2) - 2dz(1-n) + x^2 = 0. \quad (7.62)$$

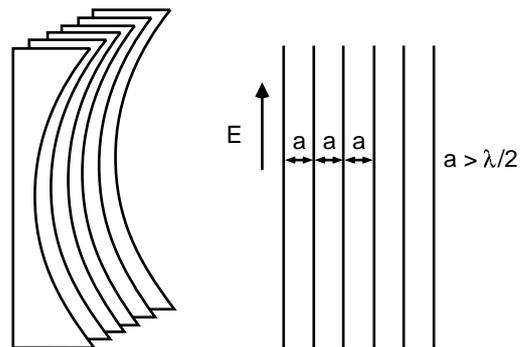


Abbildung 7.16.: Hohlleiterlinse

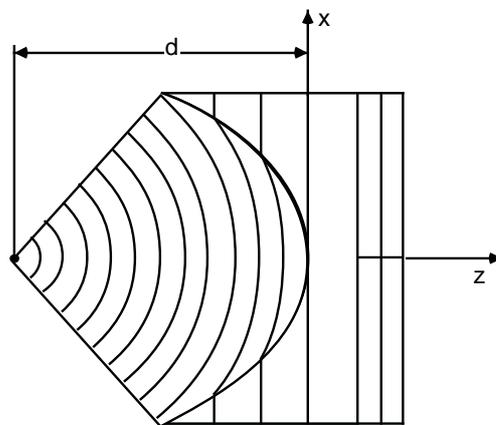


Abbildung 7.17.: Linsen zur Transformation von Kugelwellen: Beschleunigungslinse (Ellipse)

gegeben ist. Die Berechnung der Richtcharakteristik kann nun wie in dem vorangegangenen Kapitel erfolgen.

## 8. Dualitätsprinzip, duale Antennen, Schlitzantennen

Das Dualitätsprinzip besagt, dass im strom- und ladungsfreien Raum folgende Substitutionen möglich sind:

$$\begin{array}{l} \text{el. Dipol} \\ \vec{E}^D = Z_{F0} \vec{H}^P, \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{magn. Dipol} \\ \vec{H}^D = -\frac{1}{Z_{F0}} \vec{E}^P, \end{array} \quad (8.1)$$

$$(8.2)$$

$$\begin{array}{l} D = \text{duales Feld} \\ P = \text{primäres Feld} \end{array} \quad (8.3)$$

Anhand der Maxwellgleichungen soll dies bewiesen werden. Für sinusförmige Zeitabhängigkeit gilt:

$$\text{rot } \vec{H}^D = j\omega \varepsilon \vec{E}^D, \quad (8.4)$$

$$\text{rot } \vec{E}^D = -j\omega \mu \vec{H}^D. \quad (8.5)$$

Setzen wir Gln. (8.1) und (8.2) ein, so erhalten wir, wenn zusätzlich

$$Z_{F0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \quad (8.6)$$

gesetzt wird,

$$-\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \text{rot } \vec{E}^P = j\omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \vec{H}^P, \quad (8.7)$$

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \text{rot } \vec{H}^P = j\omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \vec{E}^P \quad (8.8)$$

woraus sich wieder die Ausgangsgleichungen (8.4) und (8.5) ergeben, jedoch jetzt für die primären Feldkomponenten. Die Maxwell'schen Gleichungen gehen mit den Transformationsgleichungen (8.1) und (8.2) in sich selbst über.

Man nennt dies das *Babinet'sche Prinzip*. Es besagt, dass man aus jedem möglichen primären Strahlungsfeld  $E^P$ ,  $H^P$  das duale Strahlungsfeld  $E^D$ ,  $H^D$  ableiten kann. Dies genügt, wie bewiesen, den Maxwellgleichungen. Es hat somit gleiches Ausbreitungsverhalten und auch gleiche Poyntingvektoren. Aufgabe ist es, für das duale Feld die entsprechenden Strom- und Ladungsverteilungen als Feldquellen darzustellen.

## 8.1. Magnetischer Dipol als dualer elektrischer Hertzscher Dipol

Als Beispiel des Dualitätsprinzips wird im folgenden der Hertzsche Dipol verwendet, in dessen Feldgleichungen die Transformationsgleichungen (8.1) und (8.2) nachfolgend eingesetzt werden:

$$\vec{E}_r^D = - \frac{A_0 e^{-j\beta_0 r}}{\beta_0 r} j\omega \left( \frac{2j}{\beta_0 r} + \frac{2}{(\beta_0 r)^2} \right) \cos \theta, \quad (8.9)$$

$$\vec{E}_\theta^D = \frac{A_0 e^{-j\beta_0 r}}{\beta_0 r} j\omega \left( 1 - \frac{j}{\beta_0 r} - \frac{1}{(\beta_0 r)^2} \right) \sin \theta, \quad (8.10)$$

$$\vec{H}_\psi^D = \frac{A_0 e^{-j\beta_0 r}}{\beta_0 r} \frac{j\beta_0}{\mu} \left( 1 - \frac{j}{\beta_0 r} \right) \sin \theta. \quad (8.11)$$

Mit  $Z_{F0} = \omega\mu/\beta_0$  erhält man hieraus

$$\vec{H}_r^P = - \frac{A_0 e^{-j\beta_0 r}}{\beta_0 r} \frac{j\beta_0}{\mu} \left( \frac{2j}{\beta_0 r} + \frac{2}{(\beta_0 r)^2} \right) \cos \theta, \quad (8.12)$$

$$\vec{H}_\theta^P = \frac{A_0 e^{-j\beta_0 r}}{\beta_0 r} \frac{j\beta_0}{\mu} \left( 1 - \frac{j}{\beta_0 r} - \frac{1}{(\beta_0 r)^2} \right) \sin \theta, \quad (8.13)$$

$$\vec{E}_\psi^P = - \frac{A_0 e^{-j\beta_0 r}}{\beta_0 r} j\omega \left( 1 - \frac{j}{\beta_0 r} \right) \sin \theta. \quad (8.14)$$

Einen Strahler, der dieses Feld erzeugt, nennt man einen magnetischen (Hertzschen) Dipol.

Um die Quelle dieses Feldes zu beschreiben, beschränkt man sich auf die unmittelbare Nähe des Ursprungs und damit auf die höchste Potenz von  $1/\beta_0 r$  in den Gln. (8.12) und (8.13). Dann erhält man näherungsweise

$$\vec{H}^P(r, \theta, \psi) \approx \frac{-jA_0 e^{-j\beta_0 r}}{\mu \beta_0^2 r^3} (2 \cos \theta \vec{e}_r + \sin \theta \vec{e}_\theta). \quad (8.15)$$

Bei den Randbedingungen versagt im allgemeinen das Dualitätsprinzip. Man kann nicht wie beim elektrischen Hertzschen Dipol das Feld (Gl. (8.15)) als von zwei Punktladungen herrührend beschreiben, da es keine magnetischen Ladungen gibt. Wir vergleichen jedoch Gl. (8.15) mit der bekannten Formel für das Magnetfeld einer kleinen Spule der Windungsfläche  $A$  und der Windungszahl  $n$ , die von einem Strom  $\underline{I}$  durchflossen wird:

$$\vec{H}(r, \theta, \psi) \approx \frac{n \underline{I} A}{4\pi r^3} (2 \cos \theta \vec{e}_r + \sin \theta \vec{e}_\theta). \quad (8.16)$$

Beide Felder stimmen überein, wenn man setzt (unterscheide Windungsfläche  $A$  und magnetisches Vektorpotential  $\underline{A}_0$ ):

$$\frac{n \underline{I} A}{4\pi} = \frac{-j \underline{A}_0}{\mu \beta_0^2}, \quad (8.17)$$

$$\underline{A}_0 = j \frac{n \underline{I} A \mu \beta_0^2}{4\pi}. \quad (8.18)$$

Der magnetische Dipol läßt sich also mit einer von Wechselstrom durchflossenen unendlich kleinen Spule vergleichen, wobei  $n \cdot \underline{I} \cdot A$  einen endlichen Wert hat. Die elektrischen Feldlinien nach Gl. (8.14) sind konzentrische Kreise um die Dipolachse, die magnetischen Feldlinien nach Gl. (8.12) und (8.13) verlaufen wie die elektrischen Feldlinien des elektrischen Hertzschen Dipols. Das elektrische Feld eines elektrischen Dipols ist parallel, das elektrische Feld eines magnetischen Dipols senkrecht zur Dipolachse polarisiert.

### 8.1.1. Strahlungskenngrößen des magnetischen Dipols

Weil das durch die Gln. (8.12) bis (8.14) dargestellte Feld im Fernfeld denselben Poynting-Vektor liefert wie das Feld des Hertzschen Dipols, erhält man aus Gl. (8.18) die Strahlungsleistung

$$P_s = \frac{4\pi}{3} \frac{Z_{F0}}{\mu^2} |\underline{A}_0|^2 = \frac{(n |\underline{I}| A)^2 Z_{F0} \beta_0^4}{12 \pi} \quad (8.19)$$

und damit den Strahlungswiderstand

$$R_S = \frac{2P_S}{|\underline{I}|^2} = \frac{8 \pi^3}{3} Z_{F0} \left( \frac{n A}{\lambda_0^2} \right)^2. \quad (8.20)$$

Das Richtdiagramm und damit der theoretisch mögliche Gewinn (Richtfaktor) sind dieselben wie beim elektrischen Dipol. Der praktische Gewinn ist auch hier wegen der Verluste viel kleiner.

Die in einer kleinen Spule durch eine ebene Welle induzierte Leerlaufspannung beträgt

$$\underline{U}_A = n A j \omega \mu \underline{H}. \quad (8.21)$$

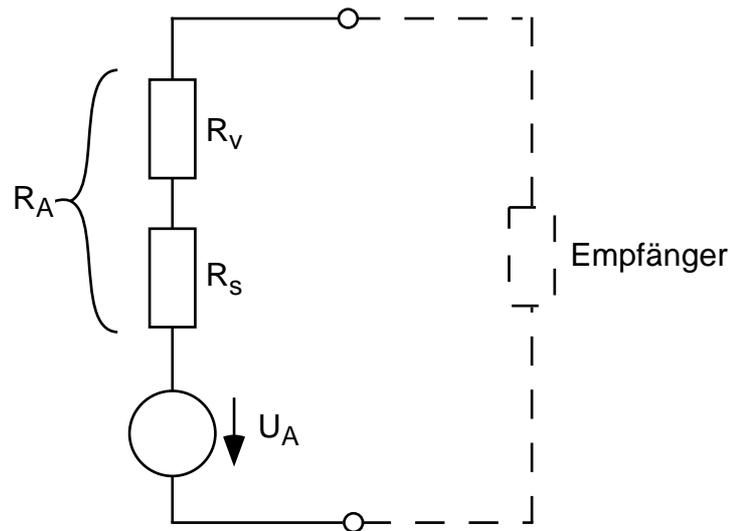


Abbildung 8.1.: Ersatzschaltbild einer Empfangsantenne

Die praktisch verfügbare Leistung beträgt dann (vgl. Gl. (4.80))

$$P_E = \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{|\underline{U}_A|}{2}\right)^2}{R_A} = \frac{|\underline{U}_A|^2}{8 R_A}. \quad (8.22)$$

Da der Verlustwiderstand  $R_V$  der Antennenspule immer groß gegen den Strahlungswiderstand  $R_S$  der nach Definition gegen die Wellenlänge kleinen Antenne ist ( $R_A \approx R_V$ ), kann man die Leerlaufspannung als eingepreßt ansehen. Mit

$$|\underline{H}|^2 = \frac{2 |\vec{S}|}{Z_{F0}} \quad (8.23)$$

und  $A \vec{e}_z \parallel \vec{H}$  erhalten wir

$$|\underline{U}_A|^2 = (\omega \mu n A)^2 \frac{2 |\vec{S}|}{Z_{F0}}. \quad (8.24)$$

Aus der Definition für die Wirkfläche ergibt sich nach Einsetzen der Gln. (8.20) und (8.24) für die Wirkfläche eines verlustlosen ( $R_A = R_S$ ) magnetischen Dipols

$$A_W = \frac{P_{E \max}}{|\vec{S}|}, \quad (8.25)$$

$$A_W = \frac{|U_A|^2}{8 |\vec{S}| R_S} = \frac{(\omega \mu n A)^2 \frac{2 |\vec{S}|}{Z_{F0}}}{8 |\vec{S}| \frac{8\pi^3}{3} Z_{F0} \left(\frac{nA}{\lambda}\right)^2}, \quad (8.26)$$

$$A_W = \frac{3}{8\pi} \lambda^2. \quad (8.27)$$

Die Wirkfläche ist dieselbe wie beim elektrischen Hertzschen Dipol, ebenso der theoretische Gewinn (Richtfaktor).

$$G_i = 1,5. \quad (8.28)$$

Dieser Wert hat wegen des hohen Verlustwiderstandes nur theoretische Bedeutung.

### 8.1.2. Praktische Ausführungen und Verwendung magnetischer Dipole

Aufgrund des beim magnetischen Dipol unvermeidlichen Spulenwiderstands ist der Wirkungsgrad des magnetischen Dipols außerordentlich gering, weshalb er als Sendeantenne kaum benutzt wird. Für die Verwendung als Empfangsantenne spielt der Wirkungsgrad nur eine untergeordnete Rolle, da er durch Verstärkung ausgeglichen werden kann, solange der Störpegel hinter der ersten Verstärkerstufe im wesentlichen aus dem Strahlungsfeld und nicht etwa vom Rauschen dieser Stufe selbst herrührt. Dies trifft i.a. bei Verwendung magnetischer Antennen im Lang- und Mittelwellenbereich zu.

Für lange, mittlere und kurze Wellenlängen  $f < 50$  MHz wird ausschliesslich die vertikale Polarisation des elektrischen Feldes benutzt, da eine horizontal polarisierte Welle durch den schwach leitenden Erdboden zu stark gedämpft würde. Bei vertikaler Polarisation verlaufen die magnetischen Feldlinien annähernd parallel zum Erdboden. Empfängt man also mit einer Antenne die magnetische Komponente des Feldes, so kann man aus der Richtung dieses Feldes auf die Richtung schliessen, in der sich die Sendeantenne befindet. Die magnetische

Dipolantenne wird daher in ihren beiden Ausführungsformen als Rahmenantenne und als Ferritstabantenne (siehe unten) für Richtungspeilungen benutzt.

Die Rahmenantenne besteht aus einer oder mehreren Windungen isolierten Drahtes, die, wenn sie zu Peilzwecken verwendet wird, mit einem ringförmigen Rohr zur Abschirmung der elektrischen Feldkomponente versehen wird (Bild 8.2). Die Abschirmung muss an der Anschlussstelle eine Unterbrechung haben, da sonst auch das magnetische Feld in der Spule abgeschirmt würde. Die Ferritstabantenne besteht aus einer Spule, die um einen langgestreck-

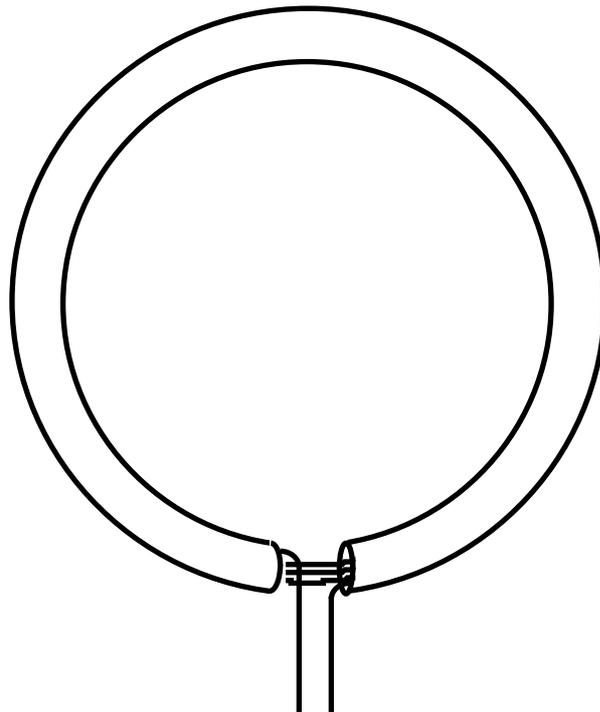


Abbildung 8.2.: Rahmenantenne

ten, stabförmigen Ferritkern gewickelt ist (Bild 8.3). Sie wird zum Empfang von Mittel- und Langwellen direkt in Rundfunkempfänger eingebaut. Ihre Wicklung bildet dabei die Induktivität des Empfänger-Eingangskreises. Die hohe Permeabilität des Ferritstabes bietet den magnetischen Feldlinien einen kleinen magnetischen Widerstand und führt zu einer erhöhten Induktion im Ferrit.

Die Erhöhung der Induktion kann durch eine effektive Permeabilität  $\mu_{\text{eff}}$  beschrieben werden.

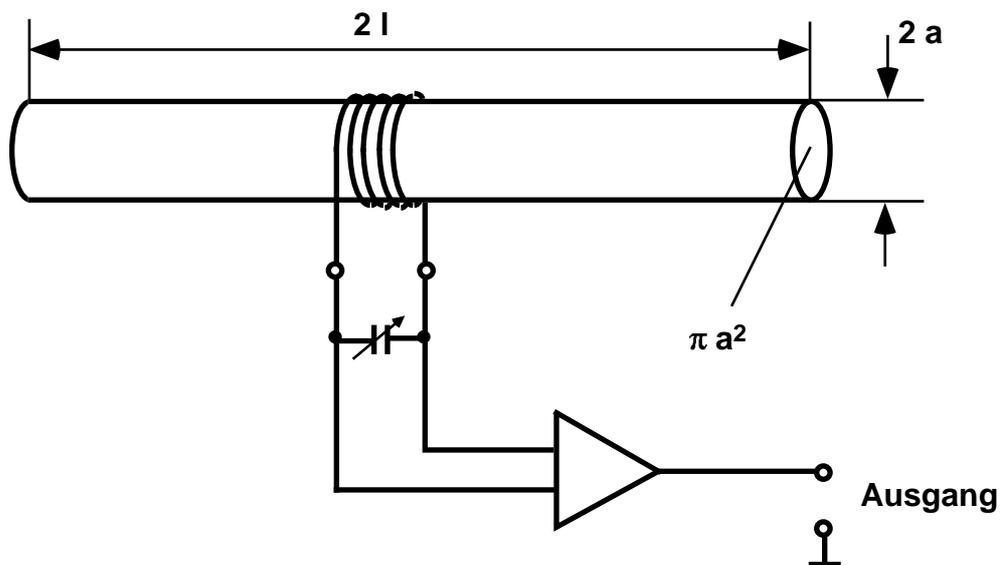


Abbildung 8.3.: Ferritstabantenne mit Empfänger-Eingangskreis

## 8.2. Schlitzantennen

Als für die Praxis wichtigstes Beispiel dualer Antennen zu den bisher behandelten Antennen wird im folgenden die Schlitzantenne untersucht. Die Dualität der Schlitzantenne (Bild 8.4 b) zum Dipol wird anhand eines Streifendipols (Bild 8.4 a) gezeigt. Wenn man davon ausgeht, daß sich beide komplementär in einer Ebene befinden, so sind sowohl von den Feldstärken des Dipols als auch des Schlitzstrahlers die Randbedingungen unter Berücksichtigung der Transformationsgleichungen zu erfüllen. Dies kann durch Aufstellen der Randbedingungen und Verwendung der Transformationsgleichungen (8.1) und (8.2) bewiesen werden.

An dem Beispiel Streifendipol des Bildes 8.4a und dessen Feldbildern in der Projektion, Bild 8.5, wird diese Dualität gezeigt.

Die magnetischen Feldlinien um einen stromdurchflossenen Streifen sind im stationären Fall (Nahfeld) konfokale Ellipsen, deren Brennpunkte in den Kanten des Streifens liegen. Die elektrischen Feldlinien sind konfokale Hyperbeln mit denselben Brennpunkten.

Anhand von Bild 8.4 und 8.5 erkennt man, daß sowohl die angegebenen Symmetrieverhältnisse und die Bedingungen für die Stetigkeit als auch die dua-

len Transformationen erfüllt sind. Die Transformation vom Streifendipol ( $D$ ) zur Schlitzantenne ( $S$ ) erfolgt über die Gln. (8.1) und (8.2) nach:

$$\vec{H}^S = \frac{1}{Z_{F0}} \vec{E}^D, \quad (8.29)$$

$$\vec{E}^S = -Z_{F0} \vec{H}^D, \quad (8.30)$$

die Transformation von der Schlitzantenne zum Streifendipol über die Transformationsgleichungen mit umgekehrten Vorzeichen

$$\vec{H}^D = -\frac{1}{Z_{F0}} \vec{E}^S, \quad (8.31)$$

$$\vec{E}^D = Z_{F0} \vec{H}^S. \quad (8.32)$$

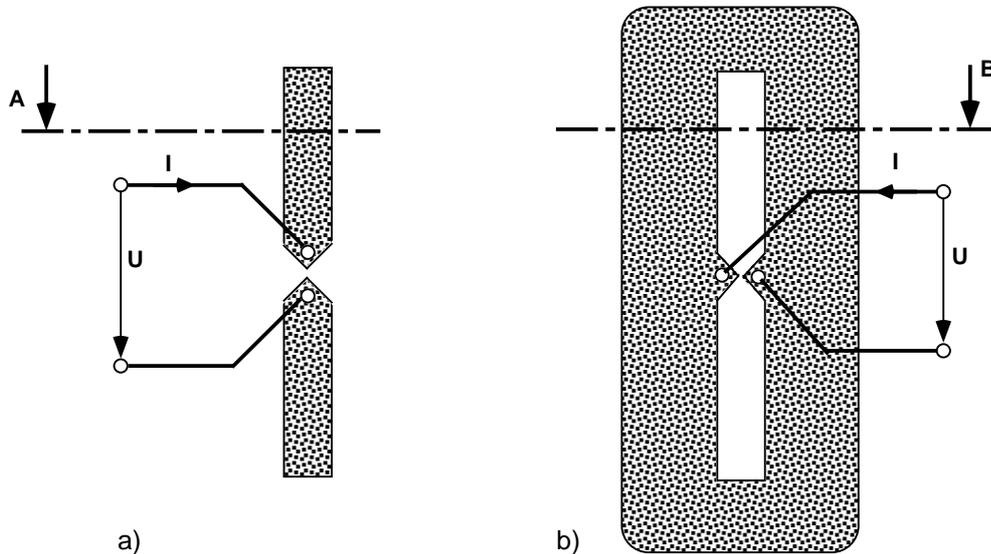


Abbildung 8.4.: a) Streifendipol und b) hierzu duale Schlitzantenne mit Anschluß der Speiseleitungen.

Im Unterschied zu den Flächenstrahlern ist bei der Schlitzantenne die Aperturdimension in einer Richtung klein gegen die Wellenlänge  $\lambda_0$ . Schlitzantennen können entweder über einen Hohlleiter (Bild 8.6 a), eine Koaxialleitung (Bild 8.6 b) oder eine Streifenleitung eingespeist werden.

Der Schlitz verhält sich wie eine an beiden Enden kurzgeschlossene Leitung. Über die koaxiale Speiseleitung in Bild 8.6b wird eine stehende Leitungswelle angeregt mit Spannungsknoten an den beiden Schlitzenden.

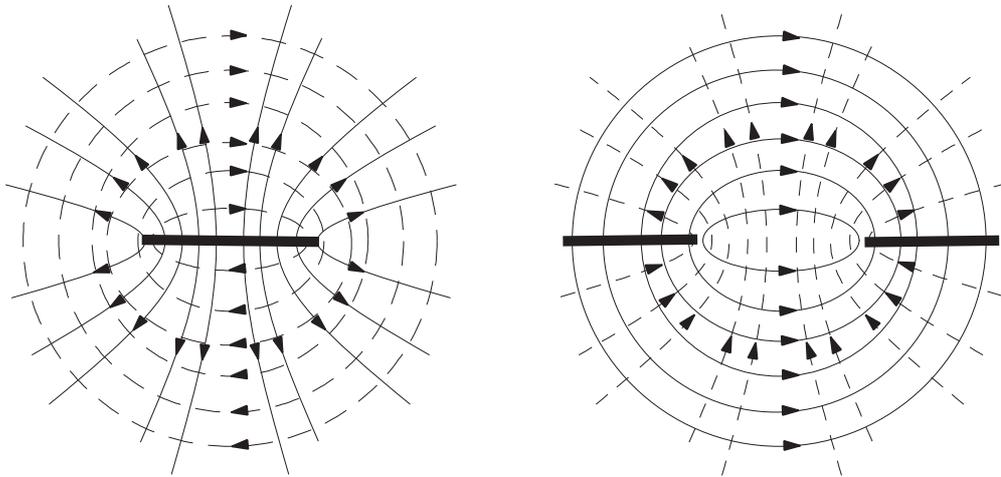


Abbildung 8.5.: Elektrisches (durchgezogen) und magnetisches (gestrichelt) Nahfeld a) des Streifendipols und b) der Schlitzantenne in der Ebene  $A-B$  (siehe Bild 8.4).

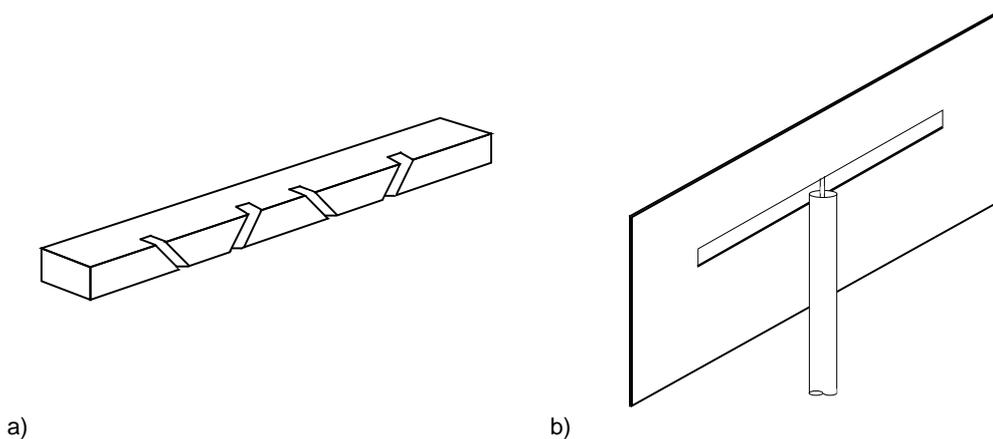


Abbildung 8.6.: Schlitzantennen: a) Hohlleiterschlitzzantenne, b) koaxial gespeiste Schlitzantenne.

In Bild 8.7 ist die entlang des Schlitzes auftretende Spannung  $U(z)$  dargestellt. Die Schlitzbreite ist  $s$ . Üblicherweise ist der Schlitzstrahler auf der Rückseite so abgeschirmt, daß der Schlitz nur nach einer Seite strahlt. Der Abstand des Schirms zum Schlitz kann günstigstenfalls so gewählt werden, daß sich die Feldstärke im Fernfeld verdoppelt.

Das Richtdiagramm ergibt sich aus der Integration über alle Feldlinien im Schlitz

zu

$$\underline{H}_\theta = -\frac{\underline{E}_\theta}{Z_{F0}} = \frac{j\omega \varepsilon_0 e^{-j\beta_0 r_0}}{2\pi r} \sin\theta \int_{-l}^{+l} \underline{U}(z) e^{+j\beta_0 z \cos\theta} dz. \quad (8.33)$$

Die Gl. (8.33) ist dual zu der für den linearen Strahler abgeleiteten Gl. (5.5),

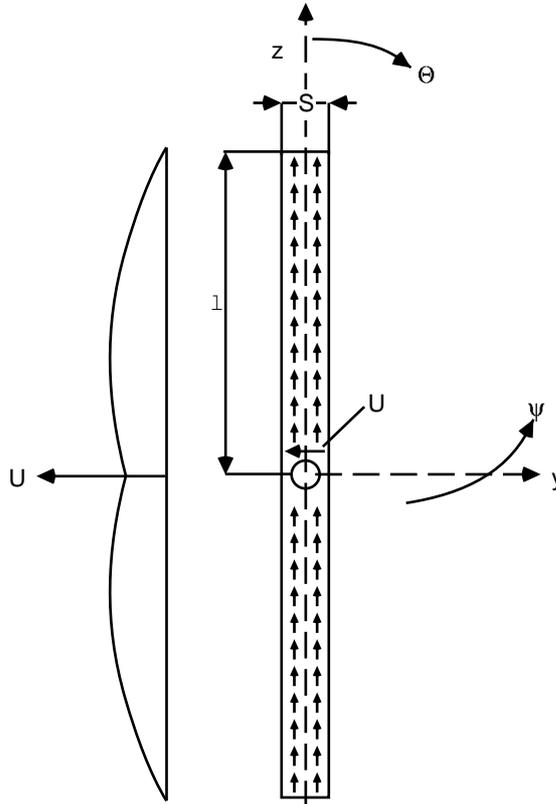


Abbildung 8.7.: Schlitzantenne, Belegung.

wenn man berücksichtigt, daß der Strahler nur in einen Halbraum strahlt und deshalb im Halbraum die doppelte Feldstärke hervorruft. Die Dualität erkennt man, wenn man in Gl. (5.5) folgende Substitutionen vornimmt:

$$\underline{I}(z)^D = \frac{2}{Z_{F0}} \underline{U}(z)^S, \quad (8.34)$$

$$\underline{E}_\Theta^D = Z_{F0} \underline{H}_\theta^S, \quad (8.35)$$

$$\underline{H}_\psi^D = -\frac{1}{Z_{F0}} \underline{E}_\psi^S. \quad (8.36)$$

(Superskript  $D$  für Dipol,  $S$  für Schlitzstrahler)

Ist  $P$  die vom Schlitzstrahler abgestrahlte Leistung und definiert man einen auf das Spannungsmaximum  $U_m$  bezogenen Strahlungswiderstand  $R_{Sm}^S$  des Schlitzstrahlers durch

$$P = \frac{1}{2} \frac{|U_m^S|^2}{R_{Sm}^S}, \quad (8.37)$$

so erhält man aus der Definition des Strahlungswiderstandes für den Dipol

$$P = \frac{1}{2} R_{Sm}^D |I_m^D|^2 \quad (8.38)$$

und Gl. (8.34) den folgenden Zusammenhang zwischen dem Strahlungswiderstand  $R_{Sm}^D$  des Stabstrahlers und dem Strahlungswiderstand  $R_{Sm}^S$  des Schlitzstrahlers:

$$R_{Sm}^S = \frac{Z_{F0}^2}{4 R_{Sm}^D}. \quad (8.39)$$

Für einen  $\lambda/2$ -Dipol mit  $R_{Sm}^D = 73 \Omega$  folgt  $R_{Sm}^S = 486 \Omega$ .

## 9. Mikrostreifenantennen

Eine weitere Antennenart, die häufig für höhere Frequenzen (ab ca. 1 GHz) verwendet wird, ist die Mikrostreifenantenne (auch Patchantenne genannt). Der Vorteil dieser Antennenart ist, dass sie lediglich aus einer flachen, metallischen Struktur besteht, die auf die Oberseite eines dielektrischen Substrats aufgebracht wird. Dadurch lässt sie sich sehr einfach zusammen mit anderen Komponenten auf einer Platine (Printed Circuit Board) realisieren.

### 9.1. Funktionsweise

Eine Mikrostreifenantenne besteht grundsätzlich aus einer Mikrostreifenleitung, also einem Substrat mit einem Leiter auf der Ober- und einer Massefläche auf der Unterseite. Um eine Abstrahlung bei einer bestimmten Frequenz zu erreichen, muss ein Teil der Leitung gezielt in Resonanz versetzt werden. Die Grundschwingung eines Stücks Mikrostreifenleitung entspricht dabei einer stehenden Welle auf einem offenen,  $\lambda/2$  langen Leitungsstück (dem  $TM_{010}$ -Mode). Abbildung 9.1 zeigt eine Patchantenne mit der Breite  $W$  und der Länge  $L$  auf einem Substrat mit der Permittivität  $\epsilon_r$ , sowie den prinzipiellen Verlauf der elektrischen Feldlinien dieses Grundmodes auf der Antenne.

Das elektrische Feld kann entlang der Breite der Patchantenne als konstant angenommen werden. An den entsprechenden Ecken findet keine Abstrahlung statt (engl.: „non-radiating edge“). An den Ecken entlang der Länge des Patches werden die Feldlinien gestört (engl.: „fringing fields“) und es findet eine Abstrahlung statt (engl.: „radiating edge“). Die Feldlinien an den offenen Enden lassen sich in eine Normalkomponente entlang des Substrats und eine Tangentialkomponente orthogonal zum Substrat zerlegen. Hierbei löschen sich die Tangentialkomponenten aus, während sich die Normalkomponenten addieren. Der elektrische Feldlinienverlauf der Patchantenne an den beiden abstrahlenden Enden entspricht damit in etwa dem von zwei Schlitzantennen, die  $\lambda/2$

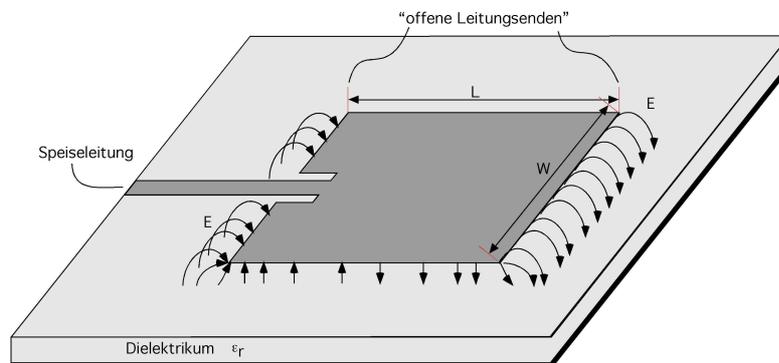


Abbildung 9.1.: Patchantenne auf einem dielektrischen Substrat. Die Anregung erfolgt mittels einer Mikrostreifenleitung

voneinander entfernt liegen und einen Reflektor auf der Unterseite besitzen, sodass sie nur in die obere Halbebene strahlen. Mit dieser Näherung lässt sich auch der Gewinn einer Patchantenne abschätzen:

Schlitzantenne	1,76 dBi
Reflektor	+3 dBi
Array aus 2 Antennen	+3 dBi
Gesamt	7,76 dBi

Tabelle 9.1.: Gewinnabschätzung Patchantenne

In der Praxis wird dieser Wert aufgrund der vereinfachten Annahmen (konstantes E-Feld entlang der Breite, keine Verluste, etc.) aber natürlich niedriger ausfallen. Aufgrund der „fringing fields“ erscheint die Patchantenne elektrisch länger und die Resonanzfrequenz niedriger, weshalb man der Antenne eine effektive Länge  $L_{\text{eff}}$  zuweist, die dieser Resonanzfrequenz entspricht. Nach Abbildung 9.2 gilt:

$$L_{\text{eff}} = L + 2\Delta L = \frac{\lambda_0}{2\sqrt{\epsilon_{r,\text{eff}}}} + 2\Delta L \quad (9.1)$$

Für die Berechnung der effektiven Länge gibt es verschiedene Näherungsformeln, etwa nach [Bal05]:

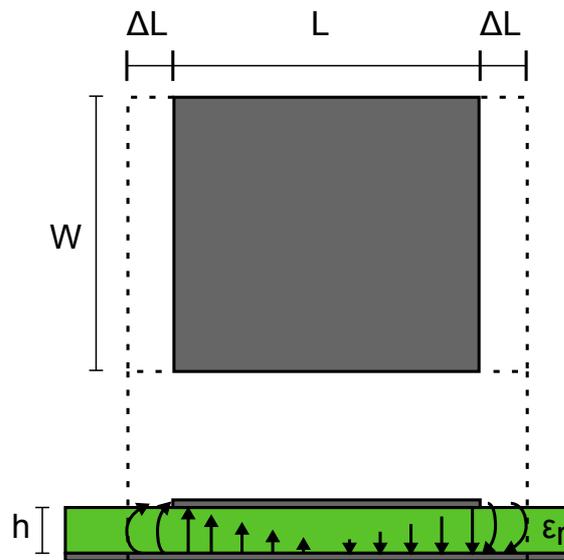


Abbildung 9.2.: Physische und effektive Länge einer Patchantenne

$$\Delta L = 0,412h \frac{(\varepsilon_{r,\text{eff}} + 0,3)\left(\frac{W}{h} + 0,264\right)}{(\varepsilon_{r,\text{eff}} - 0,258)\left(\frac{W}{h} + 0,8\right)} \quad (9.2)$$

sowie für die Breite der Patchantenne:

$$W = \frac{\lambda_0}{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{\varepsilon_{r,\text{eff}} + 1}} \quad (9.3)$$

Es sei allerdings angemerkt, dass diese Näherungsformeln allenfalls Ausgangswerte für ein Antennendesign darstellen. In der Praxis werden diese Antennen mit Feldsimulationsprogrammen numerisch simuliert und optimiert.

## 9.2. Höhere Moden

Neben dem Grundmode können auf einer Patchantenne noch beliebig viele höhere Moden angeregt werden. Abbildung 9.3 zeigt beispielhaft den Grundmode  $\text{TM}_{010}$  einer Patchantenne sowie die nächst höheren 3 Moden. In der Regel wird die Patchantenne nur in ihrem Grundmode betrieben, da die höheren Moden eine unerwünschte Richtcharakteristik aufweisen.

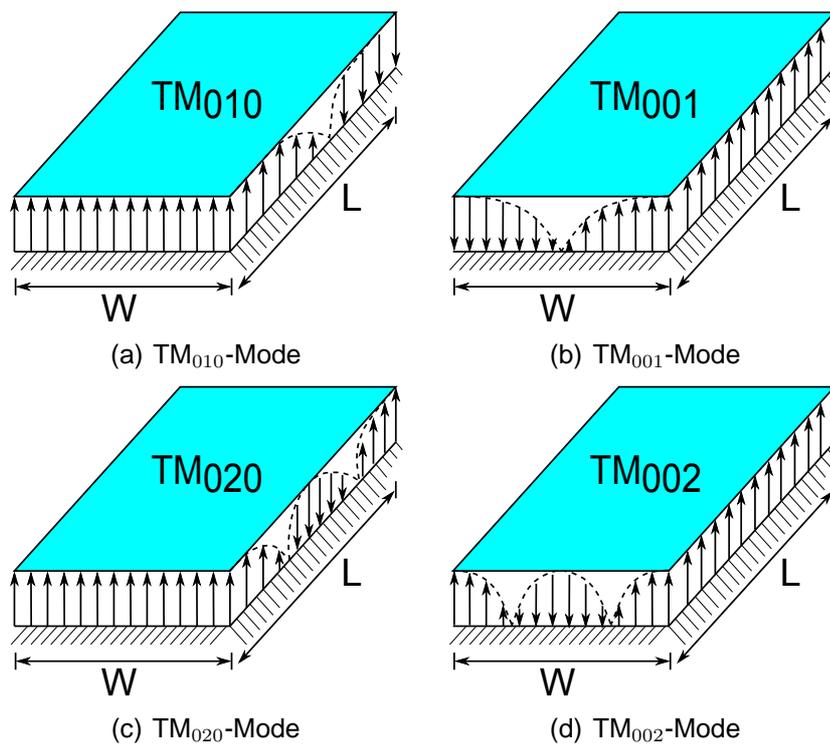


Abbildung 9.3.: Der Feldlinienverlauf der Moden  $TM_{010}$ ,  $TM_{001}$ ,  $TM_{020}$  und  $TM_{002}$

Darüber hinaus wird durch das Verhältnis von Breite zu Länge der Antenne in der Regel so gewählt, dass die beiden Grundmoden  $TM_{010}$  und  $TM_{001}$  nicht auf der gleichen Frequenz liegen, da die Patchantenne sonst eine hohe Kreuzpolarisation besitzt. Es gibt auch die Möglichkeit durch einsetzen von Vias Moden gezielt zu unterdrücken.

### 9.3. Speisung einer Patchantenne

Es gibt verschiedenste Möglichkeiten eine Patchantenne zu speisen, also Energie zuzuführen. Um Eingangsreflexionen zu minimieren, wird hierbei darauf geachtet, dass die Impedanz der Antenne ungefähr der der Speiseleitung entspricht. Da diese aber nicht konstant ist, sondern über der Antennenlänge variiert, soll zunächst die Feldverteilung auf der Patchantenne noch einmal betrachtet werden. Abbildung 9.4 zeigt hierfür den Feldlinienverlauf des E- und H-Felds auf einer im Grundmode betriebenen Patchantenne.

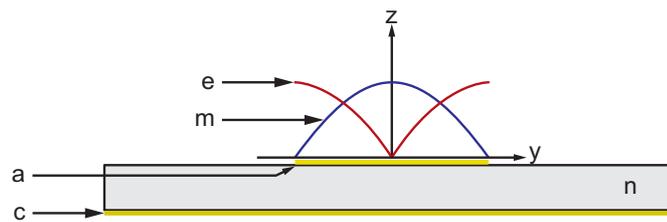


Abbildung 9.4.: Feldverteilung einer Patchantenne

Der Betrag des E-Feldes auf der Patchantenne ist (analog zu einem offenen,  $\lambda/2$  langen Leitungsstück) an den Enden maximal, während der des H-Felds an den Enden ein Minimum aufweist und in der Mitte der Patchantenne ein Maximum aufweist. Für die Eingangsimpedanz  $Z_{in}$  der Antenne, für die

$$Z_{in} \propto \frac{E}{H} \quad (9.4)$$

gilt, bedeutet dies, dass sie an den abstrahlenden Enden maximal ist und zur Mitte hin stetig bis auf den Wert  $Z_{in} = 0 \Omega$  abnimmt. Durch eine geeignete Positionierung des Einspeisepunktes kann die Antenne also über einen weiten Bereich an ihre Speiseleitung angepasst werden.

Eine Übersicht, über die gängigsten Speisearten zeigt Abbildung 9.5. Bei der Speisung über die abstrahlende Seite handelt es sich um die weitverbreitetste Art der Einspeisung. Hierbei wird dem Patch die Leistung über die orthogonal zum sich aufbauenden E Feld stehende Seite zugeführt. In der einfachsten Form erfolgt dabei der direkte Anschluss der speisenden Mikrostreifenleitung an der Außenseite der Antenne (direkte Speisung). Durch das Hineinversetzen des Speisepunktes in das Innere des Patches (Inset-Speisung) und/oder eine rein kapazitive Einkopplung der Leistung (indirekte Kopplung) kann die Eingangsimpedanz gemäß einleitender Überlegungen in Betrag und/oder Phase variiert und so an die spezifischen Gegebenheiten angepasst werden. Der Vorteil dieser Speisungsart besteht in ihrer sehr einfachen und somit günstigen Realisierbarkeit mit einem klassischen zweilagigen Substrat. Nachteilig wirken sich dagegen die auf der Platinenvorderseite geführten Zuleitungen aus, welche zu einer negativen Beeinflussung der Richtcharakteristik sowie einer Verringerung der Effizienz der Antenne führen können. Darüber hinaus besitzt die Speisung über die abstrahlende Seite im Vergleich zu anderen Speisungsarten eine relativ geringe Bandbreite.

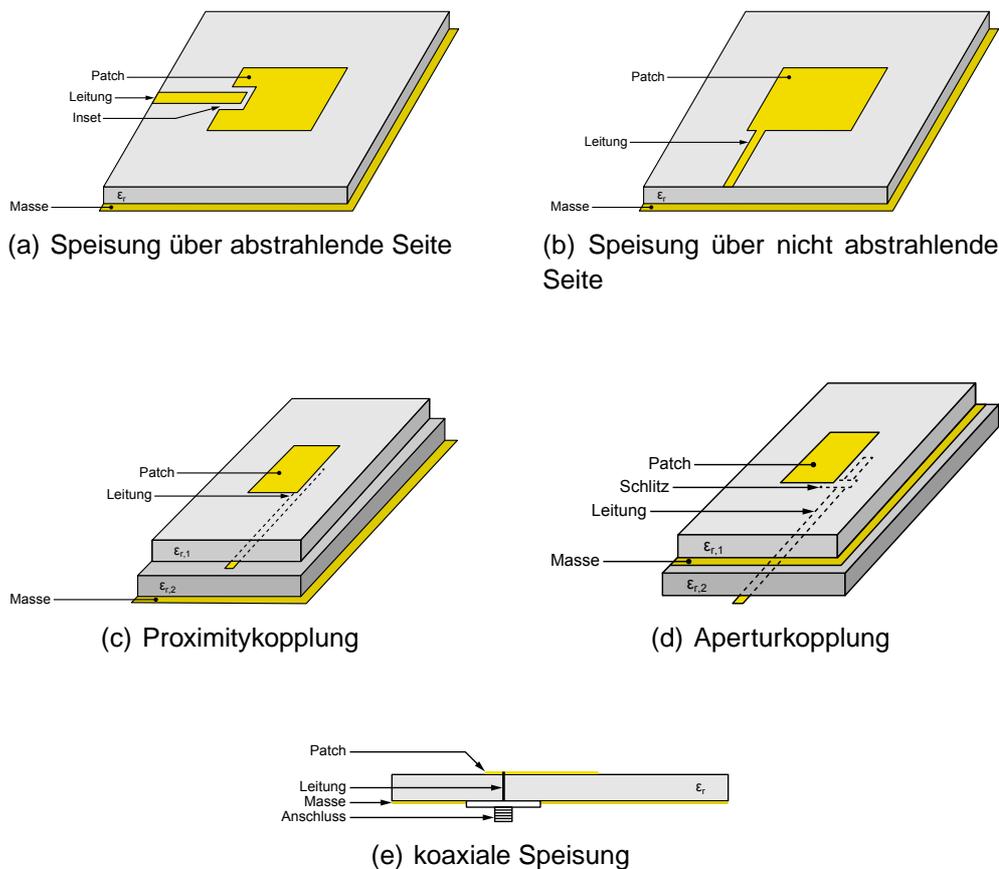


Abbildung 9.5.: Übersicht über Speisungsarten

Bei der Speisung über die nicht abstrahlende Seite erfolgt die Zuführung der Leistung im Gegensatz zur zuvor genannten Methode über die parallel zum sich aufbauenden E-Feld stehende Seite. Auch dabei kann die Eingangsimpedanz durch die Verschiebung des Speisepunkts in E-Feld-Richtung in einem weiten Bereich angepasst werden. Diese Speisungsart wird besonders für die Verbindung von einzelnen Antennen zu einem Array genutzt und bietet dort den Vorteil einer stark vereinfachten Leitungsführung. Durch den Anschluss der Zuleitung an der nicht abstrahlenden Seite neigt diese Form der Speisung jedoch vermehrt zur Anregung der Kreuzpolarisation und folglich zu einer schlechteren Abstrahlcharakteristik der Antenne.

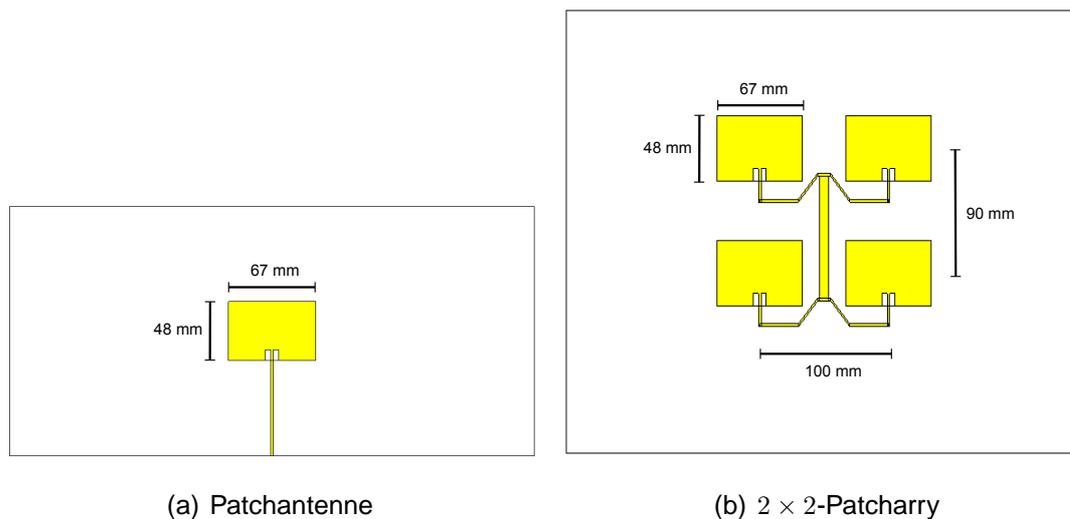
Die Proximitykopplung und die Aperturkopplung sind zwei sehr ähnliche Einspeisungstypen, die nicht wie die beiden erstgenannten Verfahren auf einem zweilagigen, sondern auf einem aufwendiger zu prozessierenden und damit

teureren dreilagigen Substrat basieren. Wie der Name bereits erkennen lässt, wird die Leistung hierbei allein durch eine Feldkopplung in den eigentlichen Strahler eingespeist, anstatt diesem über eine direkt angeschlossene Zuleitung zugeführt zu werden. Die beiden Speisungsmethoden unterscheiden sich lediglich in der Anordnung der drei Lagen, wobei die Massefläche bei der Proximitykopplung auf der Unterseite liegt, während sie bei der Aperturkopplung in der Mitte verläuft. Bei Letzterer ist daher ein zusätzlicher Schlitz in der Masselage, die sogenannte Apertur, notwendig, um eine Überkopplung des Felds zu ermöglichen. Die Vorteile dieser zwei Verfahren sind zum einen eine für Patchantennen relativ große Bandbreite und zum anderen eine deutlich vergrößerte Anzahl an Entwurfsvorteilen. So erlaubt beispielsweise die Aufteilung der Patches und der Zuleitungen auf zwei verschiedene Lagen eine wesentlich flexiblere Anordnung aller Strukturen und der Einsatz zweier verschiedener Dielektrika mit unterschiedlichen Materialstärken und/oder unterschiedlichen relativen Permittivitäten bietet die Möglichkeit einer Anpassung der Antennenkonstruktionen über einen weiten Bereich. Bei der Aperturkopplung führt die Abschirmung der Zuleitungsseite von der Strahlerseite durch die innen liegende Massefläche zudem zu einer sehr guten Abstrahlcharakteristik und einer leichten Erhöhung der Effizienz der Antenne. Der einzige Nachteil der Proximitykopplung und der Aperturkopplung ist die eingangs bereits erwähnte aufwendigere und infolgedessen teurere Fertigung.

Die koaxiale Speisung ist die einfachste Form der Einspeisung. Bei ihr wird ein Koaxialanschluss auf der rückseitigen Massefläche der Antenne angebracht und der Innenleiter des Koaxialsystems mithilfe einer Durchführung mit dem vorderseitigen Patch verbunden. Dieses Verfahren ermöglicht eine nahezu freie Positionierung des Speisepunkts in beiden Achsen der Substratebene und wird vorwiegend für die Speisung vom Gesamtsystem abgesetzter Antennen über Koaxialleitungen im Bereich niedrigerer Frequenzen eingesetzt. In höheren Frequenzbereichen kommt es aufgrund seiner im Vergleich zu anderen Verfahren größeren Fertigungstoleranzen, sehr hoher Verluste langer Koaxialleitungen sowie einer zunehmenden Integration von Hochfrequenzteil und Antenne jedoch kaum zum Einsatz.

## 9.4. Patchantennenarrays

Der große Vorteil von Patchantennen ist die Möglichkeit, sie relativ einfache zu Antennengruppen (engl.: „Arrays“) zusammenzufassen. Wie bereits in Kapitel 6 erwähnt, lässt sich durch Zusammenfassen von identischen Antennen der Gewinn erhöhen (3 dB pro Verdopplung), sowie durch Speisen der Einzelemente mit unterschiedlichen Phasen die Hauptstrahlrichtung variieren (engl.: „Phased Arrays“). Eine Schwierigkeit, die sich bei Arrays aus vielen Einzelementen ergibt, stellt die Speisung dar. Es wird mit zunehmender Elementanzahl immer schwieriger, alle Elemente mit der gewünschten Phase und der gewünschten Amplitude anzuregen. Dies kann sich in einer Ablenkung des Hauptstrahls von der ursprünglichen Richtung auswirken. In den Abbildungen 9.6 a) und b) ist eine Patchantenne für eine Frequenz von 2 GHz auf einem Substrat mit  $\epsilon_r = 2,2$  ( $\lambda_0 = 150 \text{ mm}$ ,  $\lambda_\epsilon = 101 \text{ mm}$ ) einmal als Einzelement und einmal als  $2 \times 2$ -Array dargestellt.



(a) Patchantenne

(b)  $2 \times 2$ -Patcharray

Abbildung 9.6.: Vergleich von Einzelantenne und Antennenarray am Beispiel einer 2 GHz Patchantenne

In Abbildung 9.7 ist die zugehörige Richtcharakteristik in der E- und H-Ebene gezeigt. Die Antenne wird deutlich direkter, der Gewinn steigt wie von 7 dBi auf ca. 13 dBi an. Die zusätzlichen Nebenstrahlrichtungen treten auf, da der Elementabstand in den einzelnen Richtungen mit 100 mm  $\lambda/2$  übersteigt (75 mm).

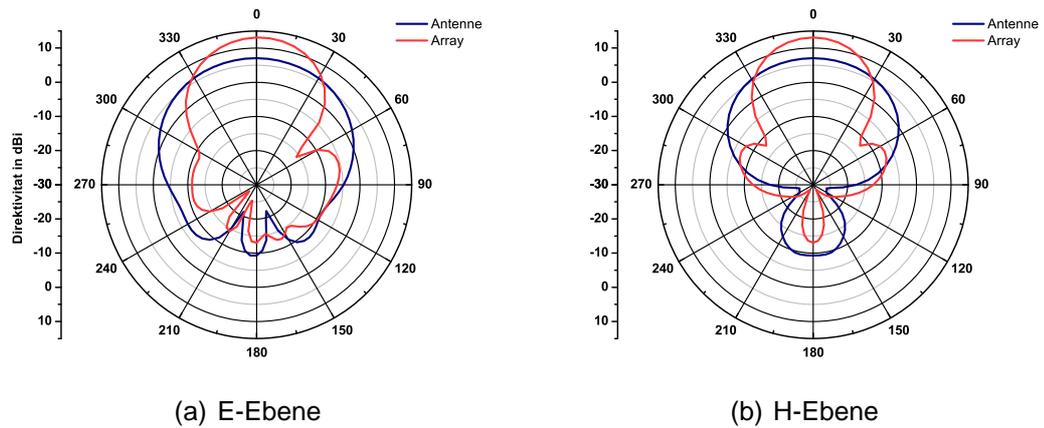
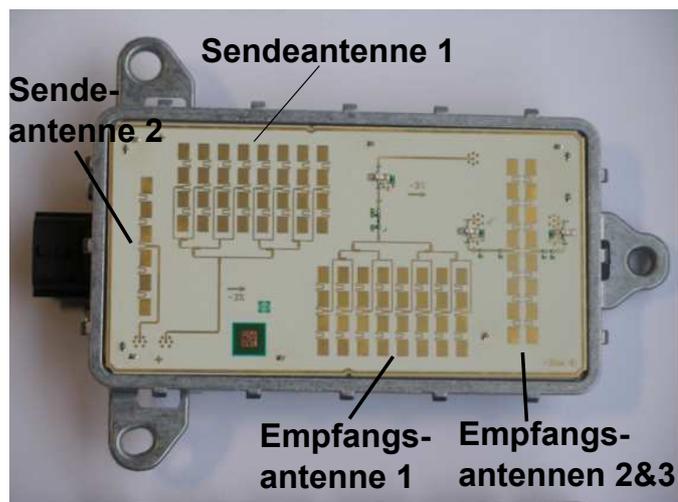
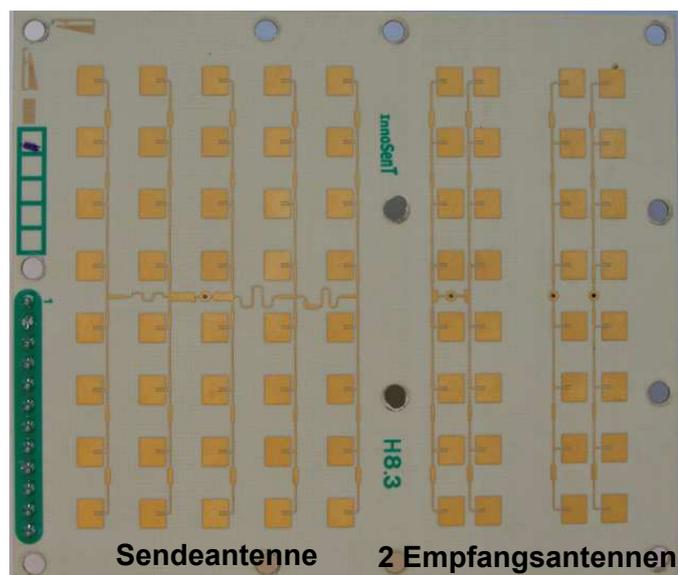


Abbildung 9.7.: Vergleich der Richtcharakteristik von Einzelantenne und Antennenarray

Abbildung 9.8 zeigt Patchantennenarrays, wie sie in der Praxis in KFZ Radarsystemen zum Einsatz kommen. Bei Abbildung 9.8 a) handelt es sich um ein Blind Spot Detection Radar von Siemens VDO bei 24 GHz, das aus zwei Empfangs- und drei Sendeantennenarrays besteht.



(a) 24 GHz Blind Spot Detection Radar



(b) 24 GHz Spurwechselassistent

Abbildung 9.8.: Übersicht über Speisungsarten

Die Speisung erfolgt bei allen Antennen über die nicht abstrahlende Seite. Gut zu erkennen sind die Umwegleitungen in Form von Schleifen zwischen den Antennen. Dies sind notwendig, um alle Einzelelemente mit der gleichen Phase zu speisen. Darüber hinaus sind die Spalten des Sendeantenne 1 und der Emp-

fangsantenne 1 nicht mit identischen Phasen gespeist, wodurch ein kippen der Hauptstrahlrichtung erzielt wird. Bei Abbildung 9.8 b) handelt es sich um einen Spurwechselassistenten von Hella, ebenfalls bei 24 GHz. Er besteht aus zwei Sendeantennen und einer Empfangsantenne. Die Speisung der Einzelelemente erfolgt hier über eine Inset-Speisung.

# 10. Reflektoren, Direktoren, YAGI-Antennen

Unter diesem Kapitel sollen Antennen, welche sich aus Kombinationen von linearen Antennen (z.B. Dipolantennen) ergeben, zusammengefaßt werden. Da das Gebiet sehr weit ist, weil der Kombinationsmöglichkeit keine Grenzen gesetzt sind, werden einige ausgewählte Antennen behandelt.

## 10.1. Halbwellen-Faltdipol

Die Grundform des Faltdipols besteht aus zwei eng benachbarten parallelen etwa  $\lambda_0/2$  langen Leitern, die an den Enden miteinander verbunden sind und von denen der eine in der Mitte gespeist wird. In Bild 10.1 ist ein Faltdipol dargestellt. Die Leiterdicken  $d_1$  und  $d_2$  sowie der Leiterabstand  $a$  können in weiten Grenzen variiert werden. Dementsprechend ist sein Eingangswiderstand in weiten Grenzen wählbar. In der Grundform des Faltdipols werden die Größen

$$d_1 = d_2, \quad (10.1)$$

$$a < 0,01 \lambda_0$$

gesetzt. In den beiden Zweigen des Faltdipols fließen, bedingt durch den sehr kleinen Abstand und die dadurch verursachte starke Kopplung der Zweige, die gleichen Ströme. Für eine gegebene Speiseleistung ist damit der Strom in jedem der beiden Leiter nur halb so groß wie beim Einzeldipol. Aus der Leistungsbilanz

$$P_{SFD} = P_{SD} = \frac{1}{2} I_D^2 R_D = \frac{1}{2} I_{FD}^2 R_{FD} = \frac{1}{2} \left( \frac{I_D}{2} \right)^2 R_{FD} \quad (10.2)$$

folgt, daß

$$R_{FD} = 4 R_D. \quad (10.3)$$

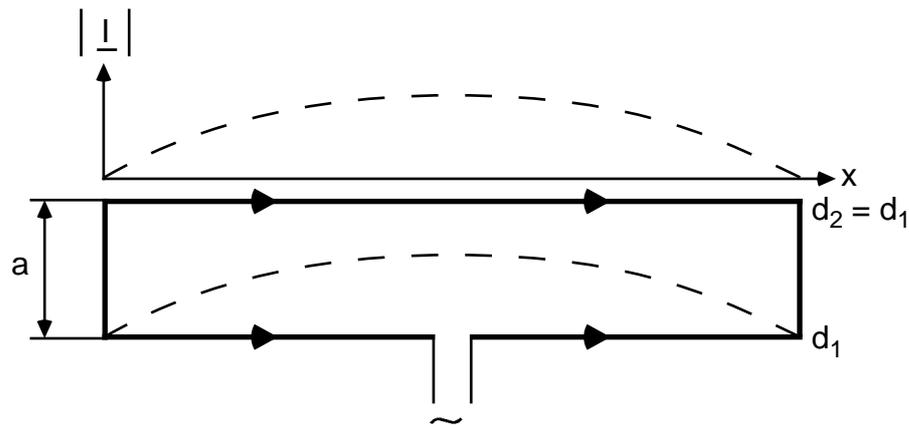


Abbildung 10.1.: Faltdipol, Strombelegung

Der Eingangswiderstand des idealen, unendlich dünnen Dipols ist

$$R_D = 73 \Omega. \quad (10.4)$$

Bei realen Dipolen liegt der Eingangswiderstand niedriger, in der Praxis ergeben sich

$$55 \Omega < R_D < 73 \Omega. \quad (10.5)$$

Insbesondere kann ein Eingangswiderstand von  $60 \Omega$  erreicht werden; dies ermöglicht eine Speisung mit  $60 \Omega$ -Kabel und Symmetrierglied. Der daraus resultierende Faltdipol hat einen Eingangswiderstand von

$$R_{FD} = 240 \Omega. \quad (10.6)$$

was eine Speisung mit der früher häufig verwendeten symmetrischen  $240 \Omega$ -Bandleitung ohne weitere Anpassung ermöglicht.

Aufgrund der endlichen Leiterdicke sind sowohl der  $\lambda_0/2$ -Dipol als auch der Faltdipol kürzer als  $\lambda_0/2$ . Das Richtdiagramm und der Gewinn des Faltdipols sind identisch mit dem des  $\lambda_0/2$ -Dipols. Der Unterschied zwischen beiden liegt somit nur im höheren Eingangswiderstand und in der größeren mechanischen Stabilität.

Zur Erzielung anderer Eingangswiderstände als

$$R_{FD} = 4 R_D \quad (10.7)$$

werden die Konstruktionsparameter  $d_1$ ,  $d_2$  und  $a$  variiert. Der Eingangswiderstand gehorcht dann der Gleichung

$$R_{FD} = \ddot{u} R_D \quad (10.8)$$

mit

$$\ddot{u} = \left( \frac{\ln 2 a/d_1}{\ln 2 a/d_2} + 1 \right)^2 . \quad (10.9)$$

In Bild 10.2 sind zwei Varianten dargestellt. Die Gl. (10.9) ist in Bild 10.3 ausgewertet.

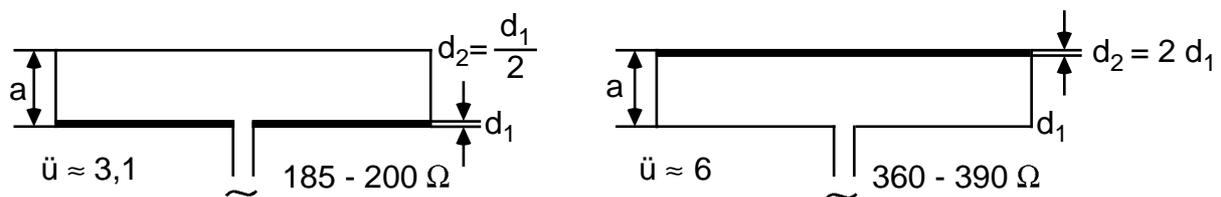


Abbildung 10.2.: Faltdipole  $a/d_1 = 5$

In der Praxis gibt es noch zahlreiche weitere Varianten wie

- Dreidraht Faltdipole (Bild 10.4 a) und
- Unsymmetrische Faltdipole (Bild 10.4 b).

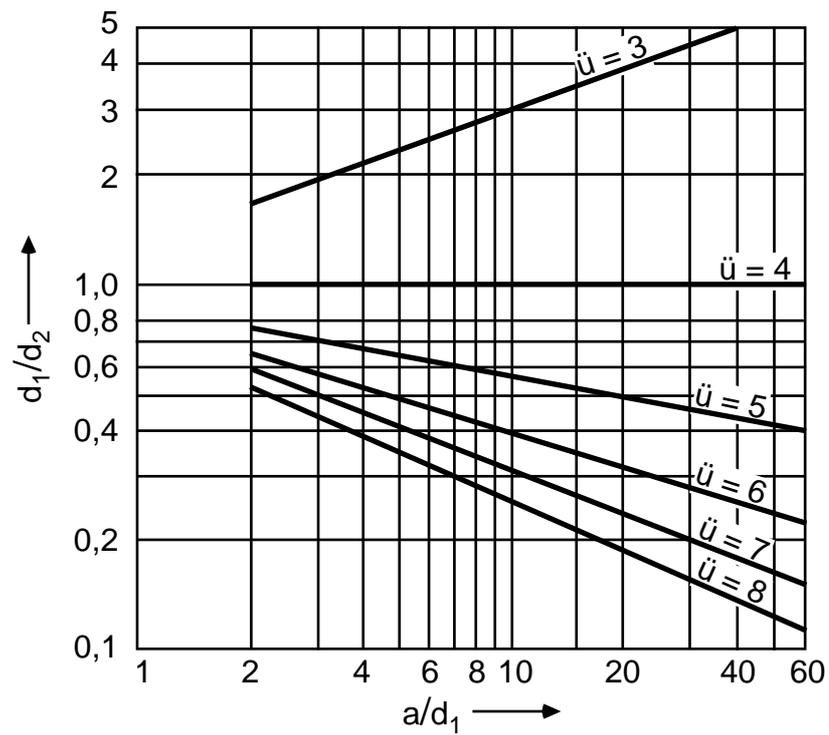


Abbildung 10.3.: Transformationsverhältnis  $\ddot{u}$  des Faltdipols

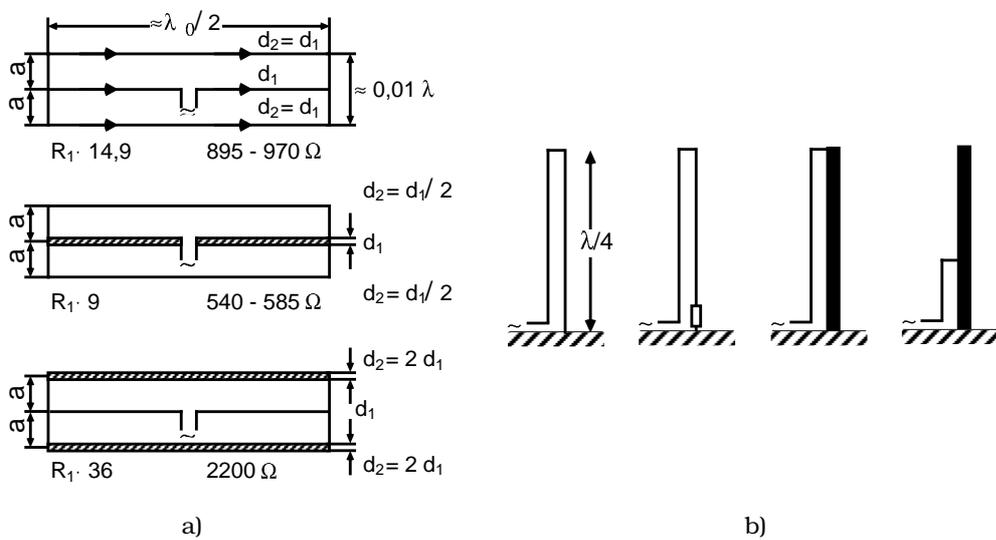


Abbildung 10.4.: a) Dreidraht Faltdipole b) Unsymmetrische Faltdipole (Vertikalantennen)

## 10.2. Längsstrahler mit strahlungserregten Elementen (YAGI-Antennen)

Die in den Elementen eines Längsstrahlers für das Zustandekommen einer Richtcharakteristik erforderlichen Ströme und Stromphasen können auch durch Strahlungskopplung erzeugt werden.

Ein kurzgeschlossener elektrischer Dipol, der etwa  $\lambda_0/2$  lang ist, kann in einem elektromagnetischen Strahlungsfeld als Reihenresonanzkreis (schmalbandiges äquivalent zu Bild 3.4) betrachtet werden, in dem durch das Strahlungsfeld eine Spannung  $\underline{U}$  induziert wird (Bild 10.5).

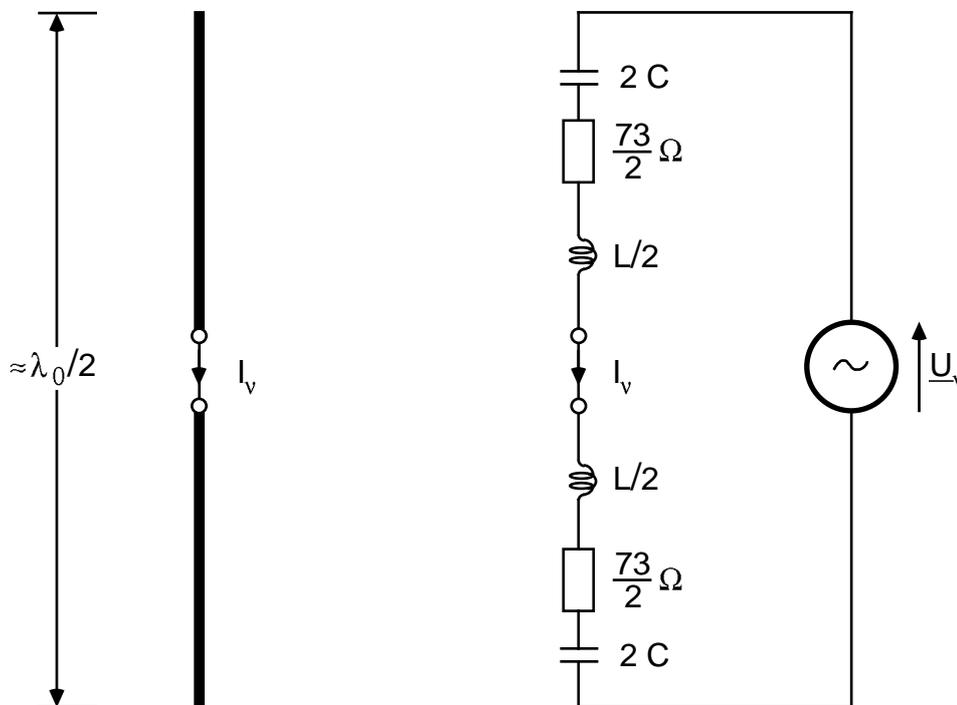


Abbildung 10.5.: Schmalbandige Ersatzschaltung eines Dipols im Strahlungsfeld

Ist der Dipol etwas kürzer als die halbe Wellenlänge des Strahlungsfeldes, so wird er unterhalb seiner Resonanzfrequenz betrieben, der Widerstand ist kapazitiv und der Strom  $\underline{I}$  um etwa  $\pi/2$  der Spannung  $\underline{U}$  voreilend.

Umgekehrt wird der Strom der induzierten Spannung und damit der elektrischen Feldstärke um ca.  $\pi/2$  nacheilend, wenn der Dipol etwas länger als  $\lambda_0/2$  ist.

Besteht das Antennensystem nur aus zwei Leitern (0) und (1), von denen der Leiter (0) gespeist wird, so gilt das Gleichungspaar

$$\underline{U}_0 = \underline{I}_{00} Z_{00} + \underline{I}_{01} Z_{01}, \quad (10.10)$$

$$0 = \underline{I}_{00} Z_{01} + \underline{I}_{01} Z_{11}. \quad (10.11)$$

Hierin sind  $Z_{00}$  und  $Z_{11}$  die Impedanzen der Leiter 0 bzw. 1 und  $Z_{01} = Z_{10}$  der Kopplungswiderstand zwischen den beiden Leitern. Es folgt daraus für das Verhältnis der Ströme

$$\frac{\underline{I}_{01}}{\underline{I}_{00}} = - \frac{Z_{01}}{Z_{11}}. \quad (10.12)$$

In  $Z_{01}$  ist der Einfluß des Abstands und der Abmessungen beider Leiter, in  $Z_{11}$  der Einfluß der Abstimmung und der Abmessungen des strahlungsgekoppelten Leiters (1) enthalten. Durch Änderung des Abstands zwischen den Leitern und der Impedanz  $Z_{11}$  kann man Größe und Phase des Stromverhältnisses und damit das Richtdiagramm beeinflussen. Amplitudengleichheit ist nur bei kleinen Abständen zu erreichen.

Für die Berechnung der Phasenlagen geht man vom gespeisten Dipol  $D_0$  aus, der ein Fernfeld erzeugt gemäß

$$\underline{E}_{\theta 0} = j \frac{Z_{F0}}{2 \pi r} \frac{\underline{I}_0}{\sin \beta_0 l} e^{-j \beta_0 r} \frac{\cos(\beta_0 l \cos \theta) - \cos \beta_0 l}{\sin \theta} \quad (10.13)$$

Auf der  $x$ -Achse erhält man bei  $\theta = \pi/2$  für den  $\lambda_0/2$ -Dipol mit  $\beta_0 l = \pi/2$  und  $r = |x|$  die Feldstärken

$$\begin{aligned} \underline{E}_{\theta 0} &= j \underline{I}_0 \frac{Z_{F0}}{2 \pi |x|} e^{-j \beta_0 |x|} \\ &= - \underline{I}_0 \frac{Z_{F0}}{2 \pi |x|} e^{-j(\beta_0 |x| + \frac{\pi}{2})}. \end{aligned} \quad (10.14)$$

Die Phase des elektrischen Primärfeldes  $\underline{E}_{\theta 0}$  ist gegenüber dem Primärstrom  $\underline{I}_0$  um  $(\beta_0 |x| + \pi/2)$  verzögert. Die erregte Spannung  $\underline{U}_\nu$  in einem Stab  $\nu$  an der Stelle  $x_\nu$  ist proportional der Feldstärke  $-\underline{E}_{\theta 0}$ :

$$\underline{U}_\nu \sim - \underline{E}_{\theta 0} \sim + \underline{I}_0 e^{-j(\beta_0 |x_\nu| + \frac{\pi}{2})}. \quad (10.15)$$

Die Spannung  $\underline{U}_\nu$  treibt im Strahler einen Kurzschlußstrom  $\underline{I}_\nu$ . Dieser eilt bei kapazitiven Strahlern, d.h. Strahlern, die kürzer als  $\lambda_0/2$  sind, dem Primärfeld  $\underline{E}_{\theta 0}$  um  $\pi/2$  voraus:

$$\underline{I}_\nu \sim + \underline{U}_\nu e^{+j \frac{\pi}{2}} \sim + \underline{I}_0 e^{-j \beta_0 |x_\nu|}, \quad (10.16)$$

Die Phasenverschiebung von  $\underline{I}_\nu$  gegenüber dem Primärstrom beträgt also  $-\beta_0|x_\nu|$ . Durch  $\underline{I}_\nu$  werden die Dipole selbst zu Strahlern. Für das von ihnen erzeugte Feld gilt

$$\underline{E}_{\theta\nu} \sim -\underline{I}_\nu e^{-j(\beta_0|x-x_\nu|+\frac{\pi}{2})} \quad (10.17)$$

und mit Gl. (10.16) für  $x > x_\nu$

$$\underline{E}_{\theta\nu}(x) \sim -\underline{I}_0 e^{-j(\beta_0 x + \frac{\pi}{2})} . \quad (10.18)$$

Ihr Fernfeld in positiver  $x$ -Richtung ist mit dem Fernfeld des erregenden Dipols in Phase und verstärkt dieses. Diese kapazitiven Dipole werden deshalb *Direktoren* genannt. In negativer  $x$ -Richtung ( $x < 0$ ) überlagert sich das Feld der Direktoren ( $\nu > 0$ ) verstärkend oder vermindern zum Primärfeld, abhängig von  $x_\nu$ . Die Geometrie ist in Bild 10.6 dargestellt.

Entgegen dem Voreilen bei kapazitiven Strahlern erhält man bei induktiven, d.h. Strahlern länger als  $\lambda_0/2$  ein Nacheilen des induzierten Stromes  $\underline{I}_\nu$ :

$$\underline{I}_\nu \sim +\underline{U}_\nu e^{-j\frac{\pi}{2}} \sim +\underline{I}_0 e^{-j\beta_0|x_\nu|-j\pi} , \quad (10.19)$$

Für das aus dem induzierten Strom hervorgerufene Feld ergibt sich für  $x > x_\nu$ :

$$\underline{E}_{\theta\nu}(x) \sim -\underline{I}_0 e^{-j(\beta_0 x - \frac{\pi}{2})} , \quad (10.20)$$

$$\underline{E}_{\theta\nu}(x) \approx -\underline{E}_{\theta 0} . \quad (10.21)$$

Die Gln. (10.20) bzw. (10.21) zeigen, daß sich bei induktiven, strahlungsgekoppelten Stäben das Feld in Richtung des gekoppelten Stabes gegenphasig zum Primärfeld aufbaut. Induktive strahlungsgekoppelte Elemente werden daher als *Reflektoren* bezeichnet.

Die Ergebnisse der vorangegangenen Berechnungen macht man sich bei den nach ihrem Erfinder benannten YAGI-Antennen zu Nutze. Dabei werden Direktoren und Reflektoren mit einem gespeisten Dipol oder Faltdipol so kombiniert, dass in einer Richtung maximale Strahlung und in der anderen eine Unterdrückung der Abstrahlung auftritt.

Durch Kombinieren einer gespeisten Antenne mit einem Direktor und einem Reflektor erhält man die einfachste Form der YAGI-Antenne (Bild 10.7). Sie ergibt einen Gewinn von 3 bis 4 dBi, wenn der Abstand zwischen Strahler und Reflektor zwischen  $0,1$  und  $0,15 \lambda_0$  und zwischen Strahler und Direktor etwa  $0,1 \lambda_0$  beträgt.

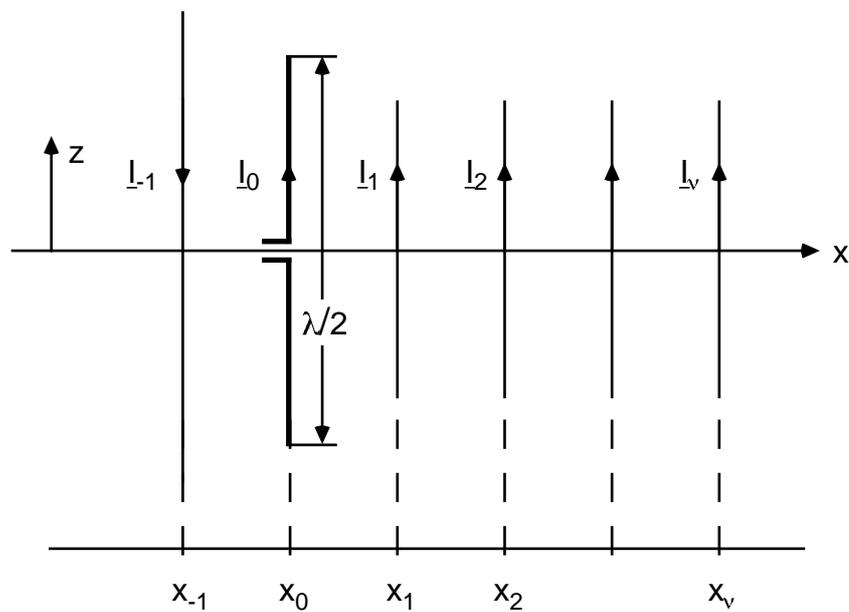


Abbildung 10.6.: Prinzipschaltbild zur Strahlungskopplung

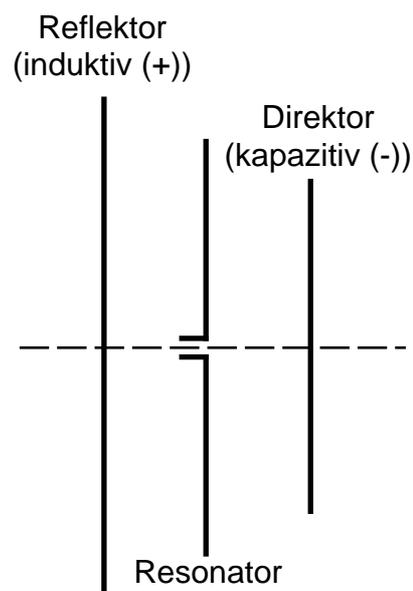


Abbildung 10.7.: Einfachste YAGI -Antenne

Ordnet man mehrere Direktoren hintereinander an, dann können Richtschärfe und Gewinn noch wesentlich gesteigert werden. Für die praktische Dimensionierung von YAGI-Antennen existieren Kurvendarstellungen, welche die bisher

nicht berücksichtigten Einflüsse

- Nahfeld
- sekundäre Kopplungen und
- die geänderte Phasengeschwindigkeit längs der Antenne bezogen auf die Phasengeschwindigkeit im freien Raum

berücksichtigen. In Bild 10.8 sind derartige Kurven gezeigt.

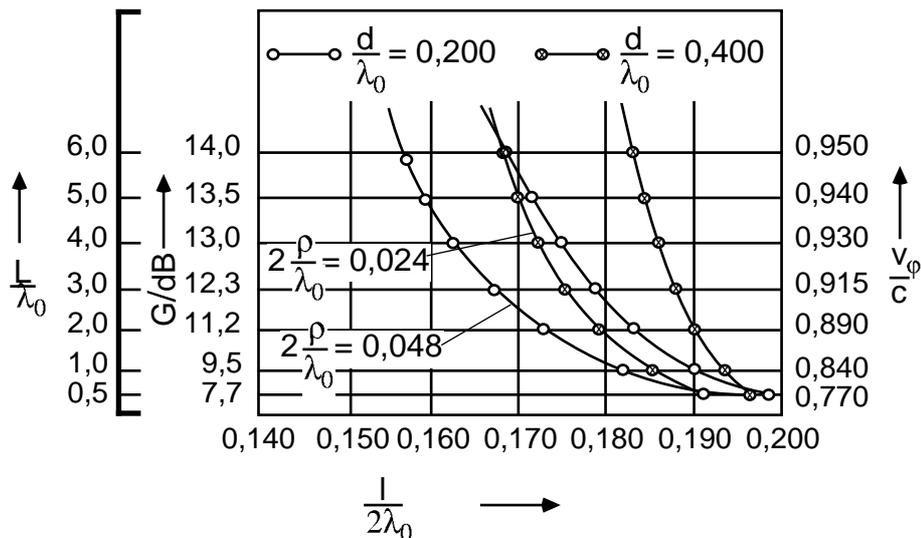


Abbildung 10.8.: Dimensionierung von YAGI -Antennen:

$l$  = Länge der Direktoren

$d$  = Abstand der Direktoren

$2\rho$  = Durchmesser der Direktoren

$L$  = Gesamtlänge der Antenne (ohne Reflektor)

$G$  = Gewinn

$v_\phi/c$  = rel. Phasengeschwindigkeit

# 11. Breitbandantennen

Da im folgenden wiederholt die Bandbreite verschiedener Antennen diskutiert wird, soll dieser Begriff zunächst kurz erläutert werden. Die Bandbreite kann definiert werden als der Frequenzbereich, für den die Antenne im Hinblick auf eine bestimmte Eigenschaft einen vorgegebenen Standard einhält [Bal05]. Üblicherweise wird die Eingangsanpassung der Antenne als Kriterium herangezogen (z.B. weniger als -14 dB reflektierte Leistung), wobei auch Richtcharakteristik, Keulenbreite, Polarisation oder Gewinn, abhängig von der Anwendung, in die Bandbreitenbestimmung einbezogen werden können. Für schmalbandige Antennen gibt man die Bandbreite anhand der unteren und oberen Grenzfrequenz  $f_u$ ,  $f_o$  als Prozentwert an:

$$BB_s = \frac{f_o - f_u}{f_m} \cdot 100\%, \quad (11.1)$$

$$f_m = \frac{f_u + f_o}{2} \quad (\text{Mittenfrequenz}). \quad (11.2)$$

Werte im Bereich 0–200% sind möglich, in der Praxis verwendet man diese Definition für Antennen mit ca. 0–100% Bandbreite. Für breitbandigere Antennen wird die Bandbreite als Verhältnis der oberen zur unteren Grenzfrequenz angegeben (für eine Antenne mit Frequenzbereich 2–18 GHz demnach 9:1). Für Verhältnisse 2:1 bzw. 10:1 werden oft die Begriffe Oktave bzw. Dekade verwendet.

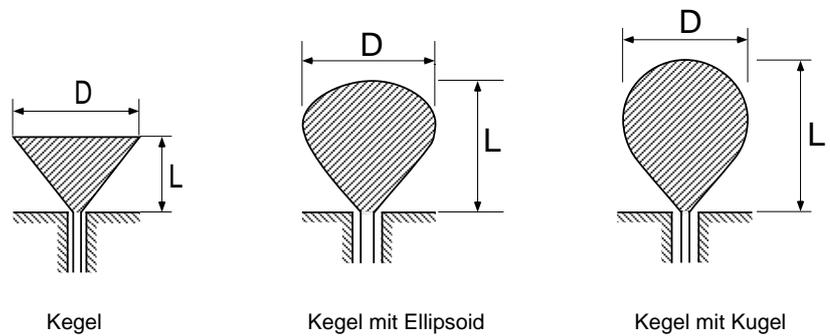
Die bisher behandelten Antennen waren in der Regel schmalbandige Antennen. Alle Drahtantennen, wie  $\lambda/2$ -Dipol, Faltdipol oder YAGI-Antenne, ebenso deren duale Antennen, sind in ihrem Richtdiagramm, der Anpassung und in ihrem Gewinn, da sie üblicherweise in Resonanz arbeiten, sehr schmalbandig. Ihre Bandbreite beträgt einige Prozent bis ca. 25%. Etwas breitbandiger sind Hornantennen und Reflektorantennen. Hornstrahler decken in der Regel ein Hohlleiterband ab, bei Reflektorantennen wird die Bandbreite meistens durch die Speiseantenne bestimmt. In der Praxis werden in zunehmendem Maße auch Antennen mit Bandbreiten von 10 : 1 und mehr gefordert. Anwendungen liegen

in der Breitband-Nachrichtenübertragung, Messtechnik, Funküberwachung und ähnlichen Arbeitsgebieten. In der Regel geht die Breitbandigkeit zu Lasten des Gewinns und des Wirkungsgrades.

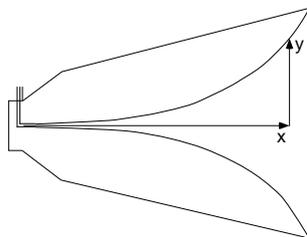
Die Breitbandigkeit kann durch folgende Maßnahmen erzielt werden:

- Logarithmische Strukturen,
- Logarithmisch periodische Strukturen,
- Wanderfeldstrukturen.

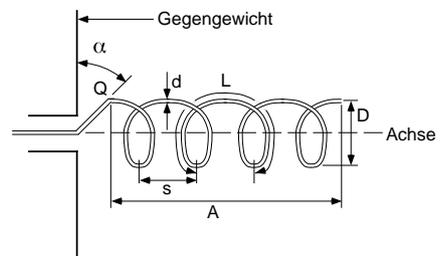
Die Bilder 11.1 und 11.2 zeigen einen Überblick über verschiedene Ausführungen von Breitbandantennen.



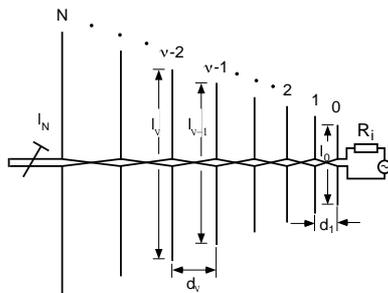
a) Kegelantennen



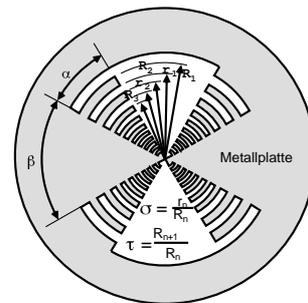
b) Exponentialhornantenne



c) Wendelantenne (Helix)

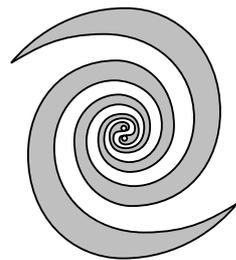


d) Logarithmisch periodische Antenne

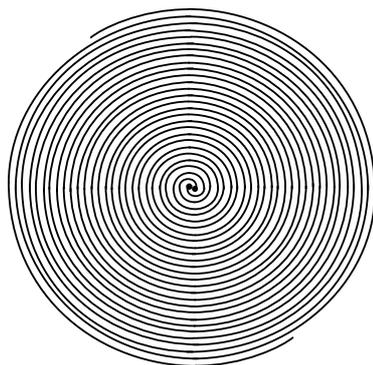


e) selbst komplementäre Yagi Antenne

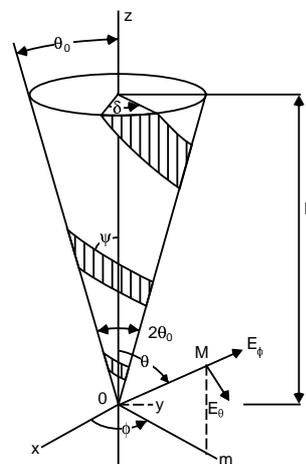
Abbildung 11.1.: Breitbandantennen



Logarithmische Spirale



Archimedische Spirale



Konische Spiralantenne

Abbildung 11.2.: Breitbandantennen

## 11.1. Frequenzunabhängige Antennen (Selbstduale Antennen)

Die für eine Antenne charakteristischen Eigenschaften Eingangsimpedanz, Richtcharakteristik, Gewinn und Polarisation sind durch Form und Abmessungen bezogen auf die Wellenlänge gegeben. Wenn nun die Antenne so aufgebaut ist, daß sie für alle Wellenlängen dieselben relativen Antennenabmessungen aufweist, bleiben die charakteristischen Eigenschaften erhalten. Die Theorie zu diesen Antennen wurde erst seit 1957 entwickelt. Zwei Gruppen sind hier vorrangig zu nennen und werden im weiteren kurz beschrieben:

- Spiralantennen und
- periodische Antennen.

Diese Antennen gehen durch Drehen oder Verschieben in sich selbst über, d.h. sie sind selbstdual.

Damit gilt für den Eingangswiderstand

$$Z^D = Z^P, \quad (11.3)$$

woraus mit Gl. (8.39)

$$Z = \frac{Z_{F0}}{2} = 188 \Omega = R_S \quad (11.4)$$

folgt. Der Eingangswiderstand ist frequenzunabhängig, reell und gleich dem Strahlungswiderstand  $R_S$ .

### 11.1.1. Spiralantennen

Spiralantennen (Bild 11.2) bestehen aus  $2N$  Armen ( $N$  gerade), die entweder

- winkelkonstant sind = logarithmische Spirale, oder
- querschnittskonstant sind = archimedische Spirale.

Beide Antennentypen gehen durch Vertauschen der Leiterflächen mit den Freiflächen in sich selbst über, womit sie, wie vorher gesagt, selbstdual sind. Die Spiralen sind entweder

- räumlich angeordnet = konische Spiralantenne, oder
- eben angeordnet = ebene Spiralantenne,

wobei die eine aus der anderen durch Projektion zwischen Kegel und zur Kege-  
lache orthogonaler Ebene hervorgeht.

Betrachtet man den Winkel zwischen einer Verbindungsstrecke vom Mittelpunkt  
der Spirale zu einem Punkt auf ihrem Rand sowie einer Tangente in diesem  
Punkt, so ist er bei der winkelkonstanten Spirale immer gleich. Auf der winkel-  
konstanten Spiralantenne läuft die symmetrisch eingespeiste Welle entlang der  
Antennenarme rotierend nach außen und strahlt dort, wo der Armabstand  $\lambda/2$   
ist, nahezu vollständig ab. Die weiterführenden Arme sind deshalb fast stromlos.  
Die Richtcharakteristik hat eine Halbwertsbreite von etwa

$$80^\circ < \theta_{HB} < 120^\circ \quad (11.5)$$

und einen Gewinn von 2 bis 3 dBi. Die Polarisation ist zirkular. Spiralantennen  
werden primär in Antennengruppen, sowie zur Speisung von Aperturantennen  
eingesetzt.

In Kugelkoordinaten  $r, \theta, \psi$  ausgedrückt, läßt sich die Berandung einer Leiter-  
fläche einer Spiralantenne darstellen durch

$$r = f(\theta, \psi), \quad (11.6)$$

d.h. alle Größen der Antenne können durch Winkelgrößen beschrieben werden.  
Wenn die durch Gl. (11.6) beschriebene Antenne selbstdual sein soll, dann  
muss eine Maßstabsänderung um den Faktor  $C$  identisch sein mit einer Dre-  
hung um einen Winkel  $\psi'$ :

$$C \cdot f(\theta, \psi) = f(\theta, \psi + \psi'). \quad (11.7)$$

Im allgemeinsten Fall ergibt die Lösung der Gl. (11.7)

$$r = e^{a(\psi - \psi_0)} \cdot g(\theta). \quad (11.8)$$

Für eine ebene Spirale kann  $g(\theta) = 1$  gesetzt werden, da  $r \neq g(\theta)$  ist. In  
Bild 11.3 ist die Geometrie dargestellt.

Danach beschreibt die Berandung folgende Kurven:

$$r = r_0 e^{a\psi}, \quad (11.9)$$

$$r_0 = e^{-a\psi_0}, \quad (11.10)$$

$$r_1 = r_0 e^{a\psi}, \quad (11.11)$$

$$r_2 = C r_1 = r_0 e^{a(\psi - \psi')}, \quad (11.12)$$

$$r_3 = r_0 e^{a(\psi - \pi)}, \quad (11.13)$$

$$r_4 = C r_3 = r_0 e^{a(\psi - \pi - \psi')}. \quad (11.14)$$

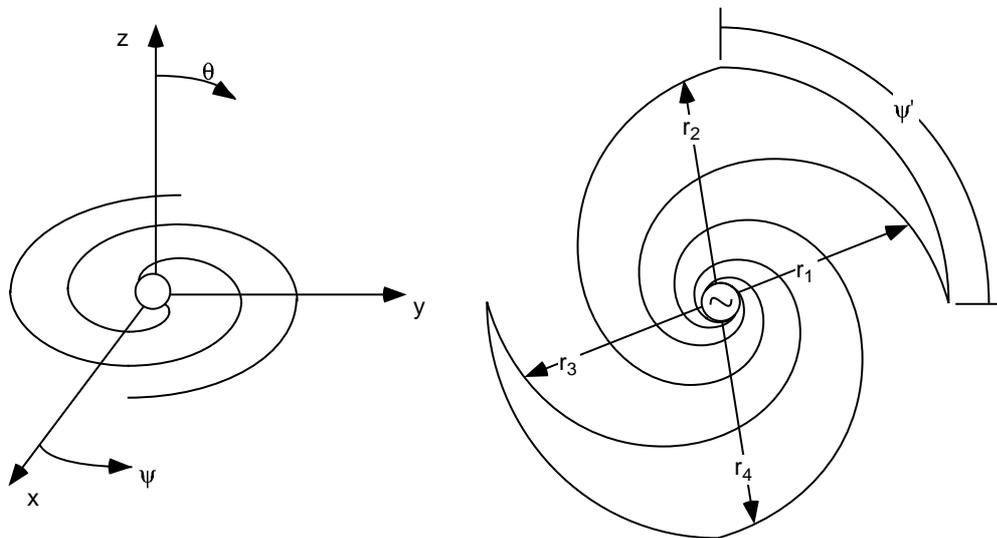


Abbildung 11.3.: Winkelkonstante, ebene Spiralantenne

In den Gln. (11.11)–(11.14) ergibt sich  $\psi$  aus Bild 11.3. Die untere Frequenzgrenze ist gegeben durch

$$r_{1 \max} + r_{3 \max} \geq \frac{\lambda_{\max}}{2}, \quad (11.15)$$

die obere Frequenzgrenze erhält man aus

$$r_{1 \min} + r_{3 \min} \leq \frac{\lambda_{\min}}{2}. \quad (11.16)$$

Mit steigender Frequenz dreht sich das Richtdiagramm, wobei die Änderung des Radius hier maßgebend ist:

$$\frac{r - r_0}{\lambda_0} = \frac{r_0 e^{a\psi} - r_0}{\lambda_0} = \frac{r_0}{\lambda_0} (e^{a\psi} - 1). \quad (11.17)$$

Neben den winkelkonstanten Spiralantennen sind noch die archimedischen Spiralantennen bekannt, die durch die Gleichung

$$r = r_0 \psi e^{\psi_0} \quad (11.18)$$

beschrieben werden, wobei  $\psi_0 = 0$  oder  $\pi$  ist für eine zweiarmige Spirale, wie sie in Bild 11.4 gezeichnet ist.



Abbildung 11.4.: Archimedische Spiralanterie

Untersuchungen haben gezeigt, dass die Strahlung dort, wo die Ströme in Phase sind, erfolgt. Dies ist an der Stelle der Fall, wo der Umfang gleich einer Wellenlänge ist. Die charakteristischen Merkmale der archimedischen Spiralanterie entsprechen denen der winkelkonstanten Spiralanterie. Die archimedische Spiralanterie zeigt jedoch größere Verluste aufgrund der langen Leitungen.

### 11.1.2. Logarithmisch-periodische Antennen

ändert man die Abmessungen einer Antenne proportional mit der Wellenlänge, so ändern sich ihre elektrischen Eigenschaften nicht. Diese Tatsache, die bei den behandelten Spiralanterien gilt, macht man sich auch bei den sogenannten logarithmisch-periodischen Antennen zu Nutze, wie eine in Bild 11.5 dargestellt ist. Diese Antenne besteht aus einer Dipolzeile, bei der die Abstände  $d_\nu$  und Dipollängen  $l_\nu$  ein konstantes Verhältnis haben:

$$\frac{d_\nu}{l_\nu} = \text{konst.} \quad (11.19)$$

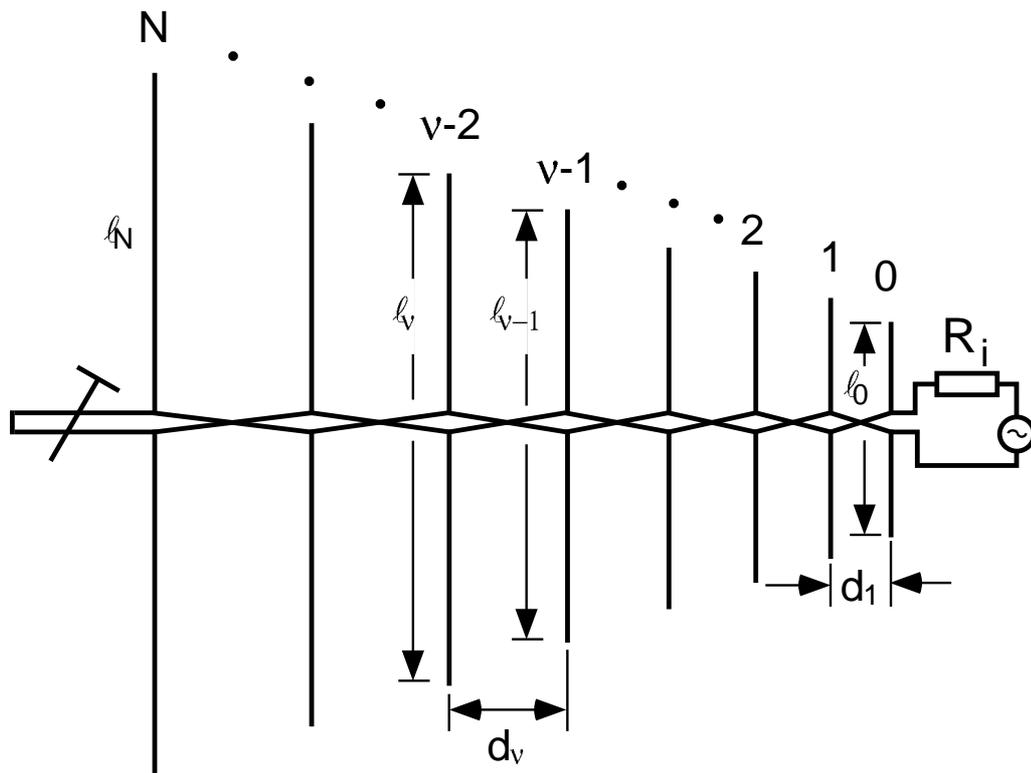


Abbildung 11.5.: Logarithmisch-periodische Antenne

Das Verhältnis  $C$  der Längen (oder Abstände) benachbarter Elemente ist konstant:

$$\frac{l_\nu}{l_{\nu-1}} = C \quad \Rightarrow \quad \frac{l_\nu}{l_0} = C^\nu, \quad (11.20)$$

$$\log \frac{l_\nu}{l_0} = \nu \log C \quad (11.21)$$

$$\text{(daher der Name „logarithmisch-periodisch“).} \quad (11.22)$$

Die Elemente werden mit abwechselnder Polarität über eine Zweidrahtleitung gespeist. Die Speiseleitung wird nach dem längsten Dipol reaktiv abgeschlossen.

Drei Abschnitte werden auf der Antenne unterschieden:

- übertragungsabschnitt: logarithmisch-periodisch kapazitiv belastet durch Dipole unterhalb ihrer Resonanzfrequenz, reichend vom 0-ten Dipol bis an die Dipole mit  $l_\nu \approx \lambda/2$ ,

- Strahlungsabschnitt mit  $l_v \approx \lambda/2$  und maximalen Speiseströmen in die Dipole, deren Eingangswiderstand einen geringen Blindanteil hat. Das Strahlungsverhalten dieses Abschnitts kann mit dem einer kurzen YAGI-Antenne (etwa 4 Elemente, Gewinn  $G_{\text{Yagi,kurz}} = 3 \dots 6$  dB verglichen werden,
- Reaktiver Abschnitt: er trägt im wesentlichen nur zur Anpassung der Antenne an den Sender bei.

Die auf der Speise-Zweidrahtleitung laufende Welle ist also der Abstrahlungsrichtung entgegengesetzt.

Die Halbwertsbreite dieser Antenne liegt zwischen  $50^\circ$  und  $80^\circ$ . Sie ist in der  $H$ -Ebene stets größer als in der  $E$ -Ebene. Der Gewinn ist um so höher, je dichter die Dipole stehen, d.h. je näher  $C$  bei 1 liegt. Die Bandbreiten können durchaus Werte von 10 : 1 erreichen.

## 11.2. Wanderfeldantennen

Die einfachste Wanderfeldantenne stellt ein am Ende offener Rechteckhohlleiter dar. Bei einem Seitenverhältnis von 2:1 beträgt die technisch nutzbare Bandbreite aber nur 58%. Beim Einzug von einem oder zwei Stegen in den Hohlleiter, wie in Bild 11.6 zu erkennen, lässt sich die Bandbreite auf Werte von 6:1 erhöhen. Diese große Bandbreite beruht auf einer Absenkung der Grenzfrequenz (cut-off-frequency) des Grundmodes durch die Stege. Um den Eingangsrefle-

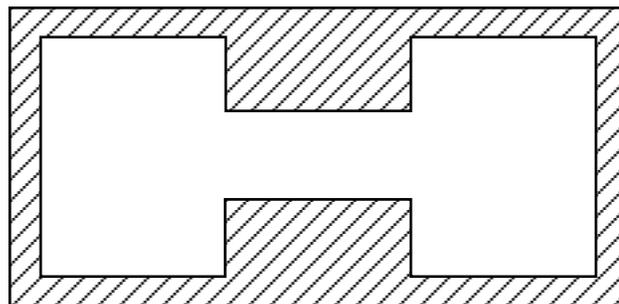


Abbildung 11.6.: Querschnitt eines Steghohlleiters

xionsfaktor über die ganze Bandbreite möglichst gering zu halten, verwendet man Hohlleiterhörner mit exponentiell getaperten Stegen, die einen möglichst

reflexionsarmen Übergang der Speiseleitungsimpedanz  $Z_L$  in die Freiraumimpedanz  $Z_{F0}$  erlauben. Diese Exponentialhörner, wie in Bild 11.1b und Bild 11.7 im Querschnitt zu sehen, sind auch in dual linear polarisierter Ausführung verfügbar. Exponentialhörner besitzen aber den Nachteil sehr großer geometrischer Abmessungen, so daß die Elementabstände in einem Array-Verband zu groß würden. Außerdem ist ihre Herstellung aufwendig und kostenintensiv. Eine zu

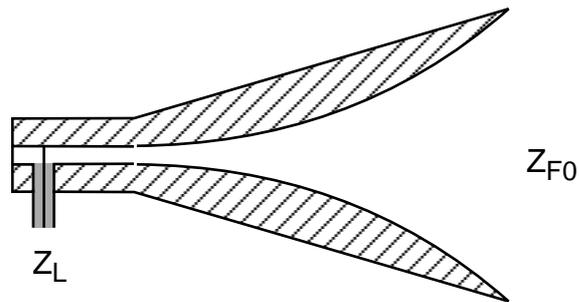


Abbildung 11.7.: Querschnitt eines Exponentialhorns

dem Querschnitt eines Exponentialhorns ähnliche Struktur, die exponentiell getaperte Schlitzantenne nach Bild 11.8, hat sich für breitbandige Array-Antennen in vielen Anwendungen durchgesetzt. Seit Anfang der achtziger Jahre erfreuen

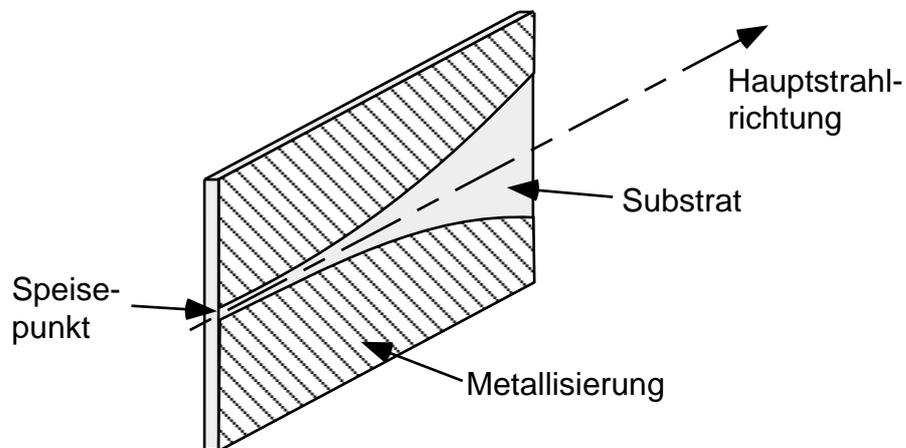


Abbildung 11.8.: Exponentiell getaperte Schlitzantenne

sich diese getaperten Schlitzantennen (kurz TSA für Tapered Slot Antennas) aufgrund ihrer einfachen Herstellung und vielseitigen Verwendbarkeit wachsender Beliebtheit. Eine TSA besteht im wesentlichen aus einem getaperten (sich

kontinuierlich verbreiternden) Schlitz, der in die Metallisierungsschicht eines dielektrischen Substrats eingätzt wurde. Die andere Substratseite bleibt dabei frei. Das schmale Schlitzende erlaubt eine Speisung der Antenne, der sich aufweitende Schlitz zeigt in die Hauptabstrahlrichtung. Bedingt durch den einfachen Herstellungsprozess einer solchen Struktur, sind die Produktionskosten sehr gering. Bild 11.9 zeigt eine Auswahl dieser planaren Antennen, die sich in ihren Schlitzformen unterscheiden. Die Abstrahlung eines Wellenfeldes beruht

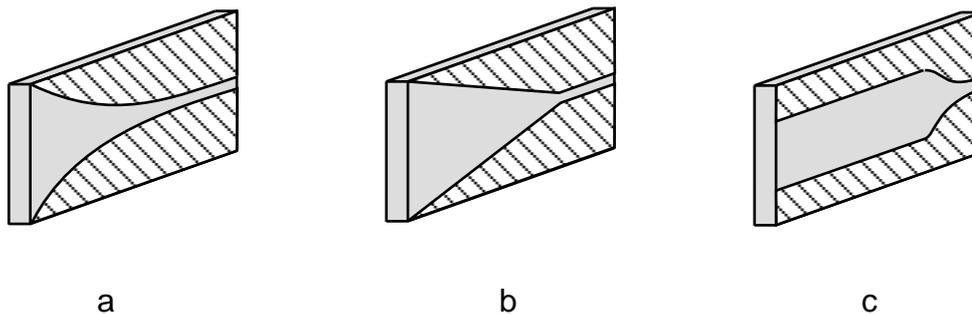


Abbildung 11.9.: Auswahl verschiedener getaperte Schlitzantennen: (a) Vivaldi-Antenne, (b) linear getaperte Schlitzantenne, (c) Schlitzantenne mit konstanter Schlitzbreite

bei getaperten Schlitzantennen auf der Ausbreitung von Wanderwellen auf der Antennenstruktur. Diese Wanderwellen besitzen eine Phasengeschwindigkeit  $v_{ph}$ , die unterhalb der Vakuumlichtgeschwindigkeit liegt. Da die Hauptabstrahlrichtung in der Substratebene liegt und in Vorwärtsrichtung der sich auf der Struktur ausbreitenden Wanderwelle zeigt, gehören diese Antennen zur Klasse der endfire-Wanderwellenantennen. Die  $E$ -Ebene (Ebene der elektrischen Feldvektoren im Fernfeld) des Strahlungsfeldes fällt dabei mit der Substrat- bzw. Metallisierungsebene zusammen, die  $H$ -Ebene (Ebene der magnetischen Feldvektoren im Fernfeld) steht dazu senkrecht. Aufgrund der planaren Geometrie könnte man vermuten, daß sich die Richtdiagramme in  $E$ - und  $H$ -Ebene stark unterscheiden. Es kann aber gezeigt werden, daß bei geschickter Wahl der Designparameter nahezu identische Richtdiagramme in  $E$ - und  $H$ -Ebene erzeugt werden können. Generell lässt sich feststellen, dass die Keulenbreite der Richtcharakteristik mit ansteigender Antennenlänge abnimmt. Das Richtdiagramm in der  $E$ -Ebene wird dabei durch die Wahl der Taperkontur beeinflusst, während das Richtdiagramm in der  $H$ -Ebene durch die Phasengeschwindigkeit  $v_{ph}$  der sich auf der Antennenstruktur ausbreitenden Wanderwelle bestimmt wird. Diese

Phasengeschwindigkeit lässt sich zum einen durch die Taperkontur, zum anderen durch die relative Permittivität des Substrats und dessen Dicke beeinflussen. Um eine effiziente Abstrahlung zu erreichen, sollte die maximale Schlitzbreite an der Antennenvorderkante mindestens eine halbe Freiraumwellenlänge betragen.

### 11.2.1. Vivaldi-Antenne

Die Vivaldi-Antenne nach Bild 11.9a hat sich aufgrund ihrer exponentiell getaperten Struktur als besonders breitbandige TSA herausgestellt. Mit Hilfe der drei Designgrößen

- $S_{\min}$  - Schlitzbreite der Speiseleitung,
- $S_{\max}$  - maximale Schlitzbreite am Ende der Antenne,
- $L_{\text{taper}}$  - Länge der getaperten Region

lässt sich die Taperkontur (Bild 11.10) nach Gl. (11.23) eindeutig festlegen:

$$y = \pm \frac{W_{\min}}{2} e^{px} \quad \text{mit } p = \frac{1}{L_{\text{taper}}} \ln \frac{S_{\max}}{S_{\min}}. \quad (11.23)$$

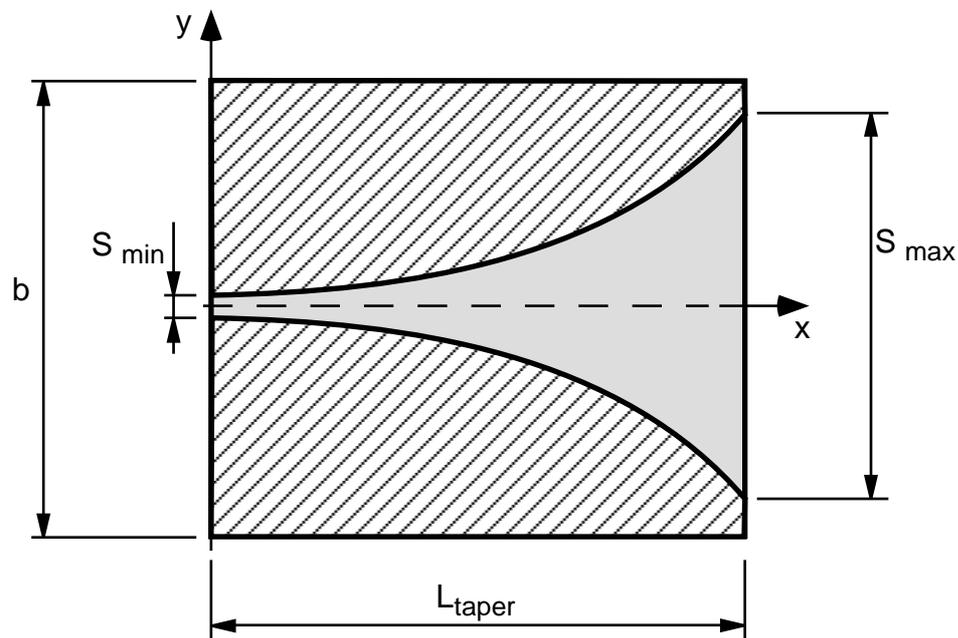


Abbildung 11.10.: Taperkontur der Vivaldi-Antenne

# 12. Antennenmesstechnik

Die Entwicklung von Antennen geht in drei prinzipiellen Schritten vor sich:

- Berechnung, Skalierung,
- Herstellung (mechanisch, technologisch),
- Vermessung.

Sehr häufig sind diese Schritte zur Optimierung iterativ zu durchlaufen.

Bisher wurde primär der erste Schritt dargestellt. Im folgenden soll nun die Antennenmesstechnik vorgestellt werden. Die Messtechnik der Antennen befasst sich vornehmlich mit dem Messen der elektrischen Eigenschaften der Antennen. Es sind dies Messungen von:

- Richtcharakteristik
  - Azimuth
  - Elevation
  - schräge Schnitte
  - räumliche Darstellung
- Gewinn
- Wirkungsgrad
- Impedanz
- Polarisierung
  - linear
    - \* horizontal
    - \* vertikal
  - zirkular
    - \* rechtsdrehend
    - \* linksdrehend
  - elliptisch

- \* rechtsdrehend
- \* linksdrehend

Weil die Antenne in Wechselwirkung zu dem sie umgebenden Raum steht, ist die Antennenmesstechnik — im Gegensatz zur allgemeinen elektrischen Messtechnik — zur Berücksichtigung des die Antenne umgebenden Raumes gezwungen.

Die daraus resultierenden Probleme für die Antennenmessstrecken, die mit „Freiraumbedingungen“ reproduzierbare Messergebnisse erbringen sollen, werden in den ersten Abschnitten dieses Kapitels besprochen.

In der Praxis eingesetzte Antennen müssen außer den Anforderungen an ihre elektrischen Eigenschaften auch noch eine ganze Reihe nichtelektrischer Forderungen erfüllen, ohne deren Berücksichtigung die Antennen nicht entwickelt werden können. So müssen z.B. kleine Antennen an Flugzeugen größten mechanischen und thermischen Belastungen widerstehen. Fernseh- und UKW-Antennen, die häufig auf hohen Bergen stehen, müssen Vereisung und Sturm aushalten. Diese unvollständigen Beispiele zeigen, daß die elektrische Meßtechnik der Antennen eigentlich noch ergänzt werden muß durch Messungen z.B. der Materialfestigkeit, Schock- und Vibrationsfestigkeit, Temperaturfestigkeit, Korrosionsfestigkeit etc., was jedoch hier nicht weiter betrachtet werden soll.

## 12.1. Die Antennenmeßstrecke

Bild 12.1 zeigt den prinzipiellen Aufbau eines Antennenmessplatzes. Zur Ausrüstung eines solchen Antennenmessplatzes gehören neben leistungsstarken Sendern hoher Frequenzkonstanz empfindliche selektive Empfänger mit automatischer Frequenznachstimmung.

Die Antennendrehstände müssen so ausgelegt sein, dass sie die zu messende Antenne tragen können und dazu die Forderungen an die Einstellgenauigkeit erfüllen.

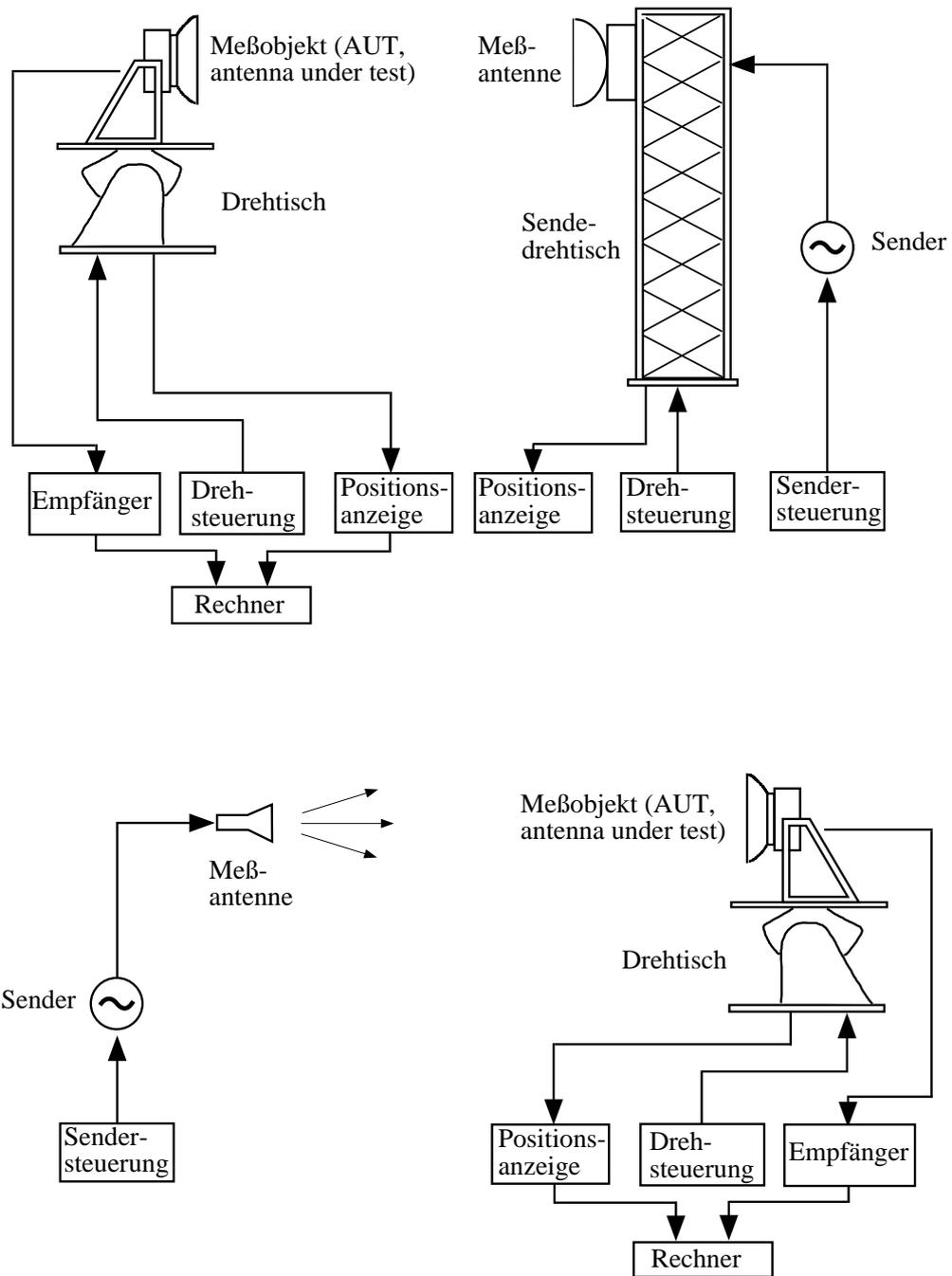


Abbildung 12.1.: Aufbau eines Antennenmeßplatzes

### 12.1.1. Fernfeldbedingung

Für die Anlage der Antennenmessstrecken ist es nun von größter Bedeutung in welchem Abstand von der zu vermessenden Antenne die Fernfeldcharakteristik mit der geforderten Genauigkeit gemessen werden kann.

Bild 12.2 zeigt, dass man das von einer Antenne abgestrahlte Wellenfeld in mehrere Regionen unterteilen kann. Man unterscheidet dabei zwischen dem

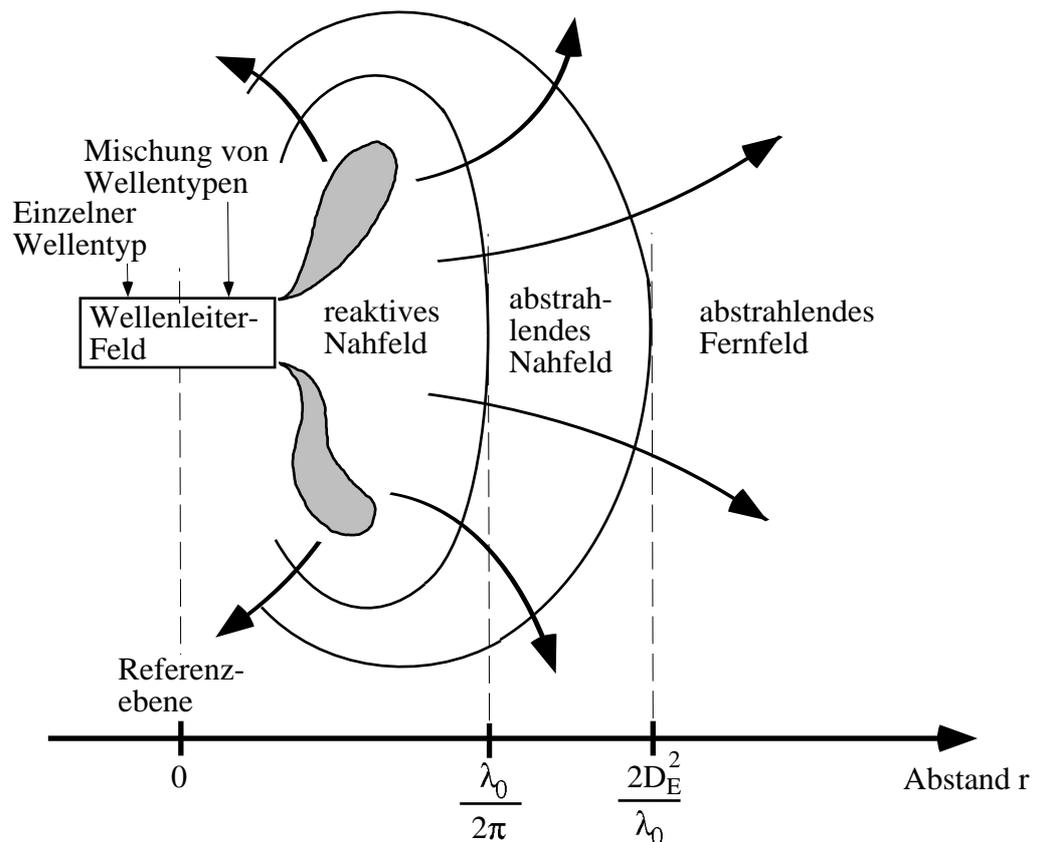


Abbildung 12.2.: Feldregionen einer Antenne

*reaktiven Nahfeld*, dem *abstrahlenden Nahfeld* und dem *abstrahlenden Fernfeld*. Je nachdem, in welchem Abstand man misst, erhält man verschiedene Messergebnisse z.B. für die Richtcharakteristik, wie Bild 12.3 zeigt. In den meisten Fällen interessiert nur das Strahlungsverhalten der Antennen im Fernfeld. Hierzu muss die zu vermessende Antenne bei der Messung im Bereich einer ebenen Welle der Sendeantenne stehen.

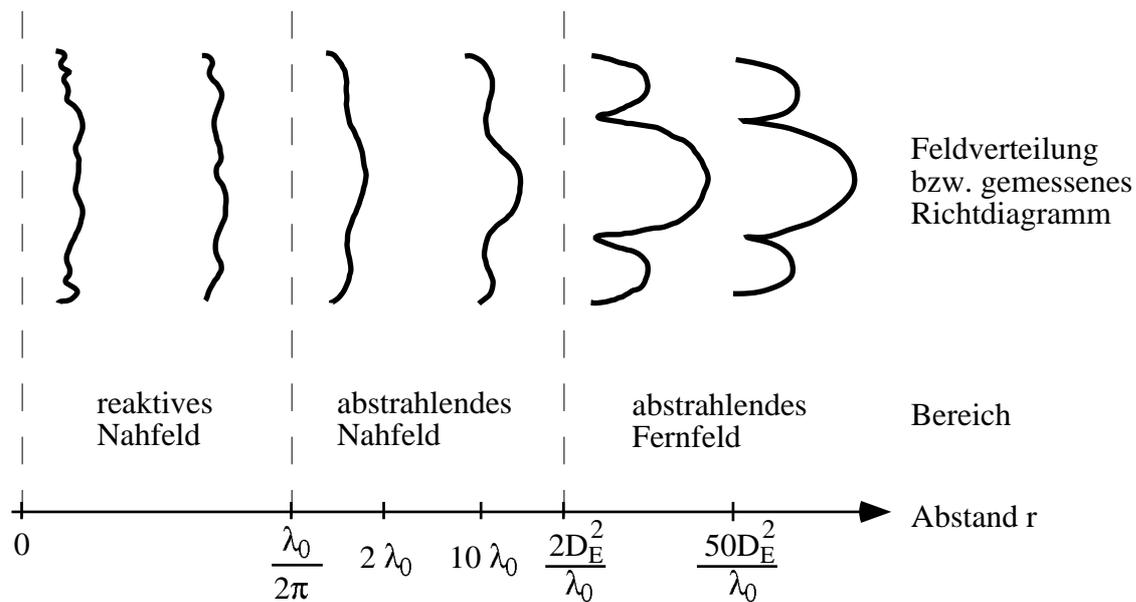


Abbildung 12.3.: Abhängigkeit der Feldverteilung von den Feldregionen

Betrachtet man die Sendeantenne zunächst idealisiert als Punktquelle und die Testantenne mit einer maximalen Ausdehnung  $D_E$  (z.B. Durchmesser der Antennenapertur bzw. der Antennenwirkfläche) in Bild 12.4, so ergibt sich ein Wegunterschied  $\Delta l$  des Weges zwischen Sendeantenne und Antennenschwerpunkt (Phasenzentrum) der Testantenne, sowie des Weges zwischen Sendeantenne und dem Randbereich der Testantenne.

In der Praxis sind Wegunterschiede von  $\Delta l = \lambda_0/16$  zulässig, was einer Phasendifferenz von

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta l = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{\lambda_0}{16} = \frac{\pi}{8} = 22,5^\circ \quad (12.1)$$

entspricht. Nach dem Satz des Pythagoras ergibt sich so als Grenzfall

$$r_{SE}^2 + \left(\frac{D_E}{2}\right)^2 = (r_{SE} + \Delta l)^2. \quad (12.2)$$

Daraus ergibt sich unter Vernachlässigung von  $\Delta l^2$  die Fernfeldbedingung für den Abstand zwischen den beiden Antennen:

$$r_{SE} \geq \frac{2 D_E^2}{\lambda_0}. \quad (12.3)$$

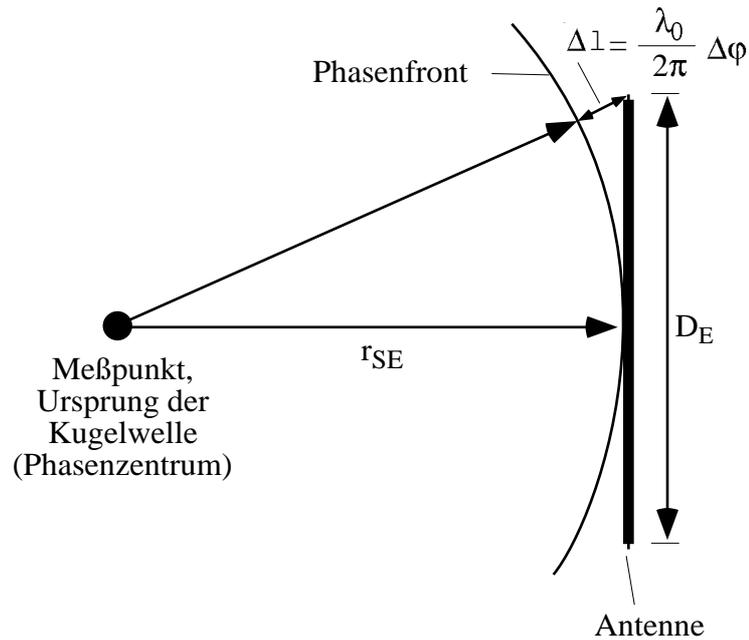


Abbildung 12.4.: Phasenfehler als Funktion der Entfernung und Apertur  $D_E$

Neben der Phasenvariation über der Apertur der Testantenne darf auch die Amplitudenvariation über der Apertur einen von der erforderlichen Meßgenauigkeit abhängigen Wert nicht überschreiten. In der Praxis sollte der Unterschied in der Strahlungsdichte im Zentrum und am Rand der Testantenne

$$\Delta S \leq 1 \text{ dB} \quad (12.4)$$

sein, woraus für die Apertur der Sendeantenne

$$D_S \leq \frac{\lambda_0 r_{SE}}{4 D_E} \quad (12.5)$$

folgt. Da die Aperturgröße der Sendeantenne  $D_S$  quadratisch in den Gewinn eingeht, sind die Grenzen für  $D_S$  nach unten durch die verfügbare Leistung gesetzt.

Die Gleichungen (12.4) und (12.5) wurden aus der Betrachtung einer idealisiert als Punktquelle angenommenen Sendeantenne und einer räumlich ausgedehnten Testantenne gewonnen. Trotzdem sind diese Gleichungen auch für ausgedehnte Sendeantennen gültig. Dies soll nachfolgend gezeigt werden.

In Bild 12.5 ist eine Sendeantenne mit dem Durchmesser  $D_S$  und eine Emp-

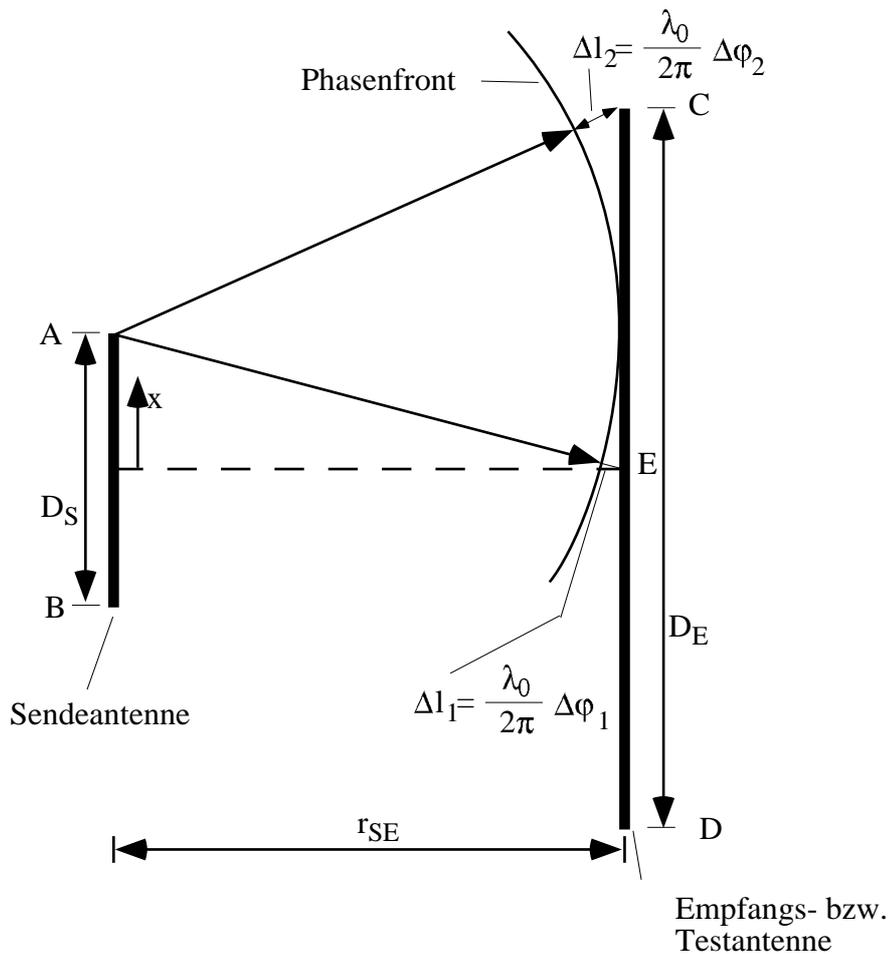


Abbildung 12.5.: Phasenfehler bei endlich großer Sendeantenne und endlich großer Testantenne

fangsantenne mit Durchmesser  $D_E$  skizziert. Ihr Abstand betrage, wie bereits in Bild 12.4  $r_{SE}$ . Die Aufgabe ist nun, die Beiträge aller Quellen auf der Sendeantenne, die zur Amplitude und Phase der Stromdichte an der oberen Kante der Empfangsantenne ( $C$ ) führen, mit der Stromdichte in der Mitte der Empfangsantenne ( $E$ ) zu vergleichen. Dies ist dann der maximale, tatsächlich auftretende Fehler.

$$(r_{SE} + \Delta l_2)^2 = r_{SE}^2 + \left(\frac{D_E}{2} - x\right)^2. \quad (12.6)$$

Hierzu wird die Länge eines Strahls zwischen einer beliebigen Position  $x$  auf der Sendeantenne und der Ecke  $C$  der Empfangsantenne nach (12.6) bestimmt.

Unter Vernachlässigung von  $\Delta l_2^2$ , wie bereits bei (12.3) geschehen, erhält man aus (12.6) den Phasenfehler  $\Delta l_2$  zu

$$\Delta l_2 = -r_{SE} \pm \sqrt{r_{SE}^2 + \left(\frac{D_E}{2} - x\right)^2}. \quad (12.7)$$

Damit läßt sich die Stromdichte  $j_E(D_E/2)$  an der Ecke  $C$  der Empfangsantenne durch Integration über alle Quellen auf der Sendeantenne  $j_s(x)$ , zu (12.8) bestimmen, wobei  $K$  eine Konstante ist, die alle festen Größen beinhaltet.

$$\begin{aligned} j_E\left(\frac{D_E}{2}\right) &= K \int_{-D_S/2}^{D_S/2} \frac{j_s(x) e^{j\beta\Delta l_2}}{\sqrt{r_{SE}^2 + \left(\frac{D_E}{2} - x\right)^2}} dx \\ &= K \int_{-D_S/2}^{D_S/2} \frac{j_s(x) e^{j\beta\left(-r_{SE} \pm \sqrt{r_{SE}^2 + \left(\frac{D_E}{2} - x\right)^2}\right)}}{\sqrt{r_{SE}^2 + \left(\frac{D_E}{2} - x\right)^2}} dx \end{aligned} \quad (12.8)$$

Auf dieselbe Weise erhält man die Länge eines Strahl zwischen einer beliebigen Position  $x$  auf der Sendeantenne und der Mitte  $E$  der Empfangsantenne  $\Delta l_1$  zu (12.9). Die Stromdichte  $j_E(0)$  in der Mitte der Empfangsantenne errechnet sich dann zu (12.8).

$$\Delta l_1 = -r_{SE} \pm \sqrt{r_{SE}^2 + x^2} \quad (12.9)$$

$$j_E(0) = K \int_{-D_S/2}^{D_S/2} \frac{j_s(x) e^{j\beta\left(-r_{SE} \pm \sqrt{r_{SE}^2 + x^2}\right)}}{\sqrt{r_{SE}^2 + x^2}} dx \quad (12.10)$$

Der Phasenfehler  $\varphi_F$  nach (12.11) kann nicht analytisch berechnet werden. Bild 12.6 zeigt deshalb das Ergebnis numerischer Rechnungen für Paare von identischen Sende- und Empfangsantennen mit den Durchmessern  $D_A$  zwischen  $2\lambda$  und  $4\lambda$  als Funktion des Abstandes  $r_{SE}$  in Wellenlängen für konstant belegte Sendeantenne. Zusätzlich ist der Phasenfehler eingetragen, der durch die Näherungsformel (12.3) bestimmt werden kann und grau hinterlegt ist der Bereich mit Phasenfehlern keiner als  $\pi/8$ . Deutlich ist hier die gute Übereinstimmung der Näherungsformel (12.3) mit der exakten Rechnung für Phasenfehler kleiner  $\pi/8$  zu erkennen.

$$\varphi_F = \arg\left(\frac{j_E\left(\frac{D_E}{2}\right)}{j_E(0)}\right) \quad (12.11)$$

Auch andere Auswertungen von (12.8) und (12.10) zeigen diese gute Übereinstimmung von Näherung und exakter Rechnung für Phasenfehler kleiner  $\pi/8$ . So zeigt die Veränderung der Antennenlängen nur wenig Auswirkungen auf den Phasenfehler. Nur für im Verhältnis zur Empfangsantenne größere Sendeanennen tritt ein merklicher Fehler auf, der jedoch immer kleiner als  $\pi/8$  bleibt. Bild 12.7 zeigt die Auswertung von (12.8) und (12.10) hinsichtlich des Ampli-

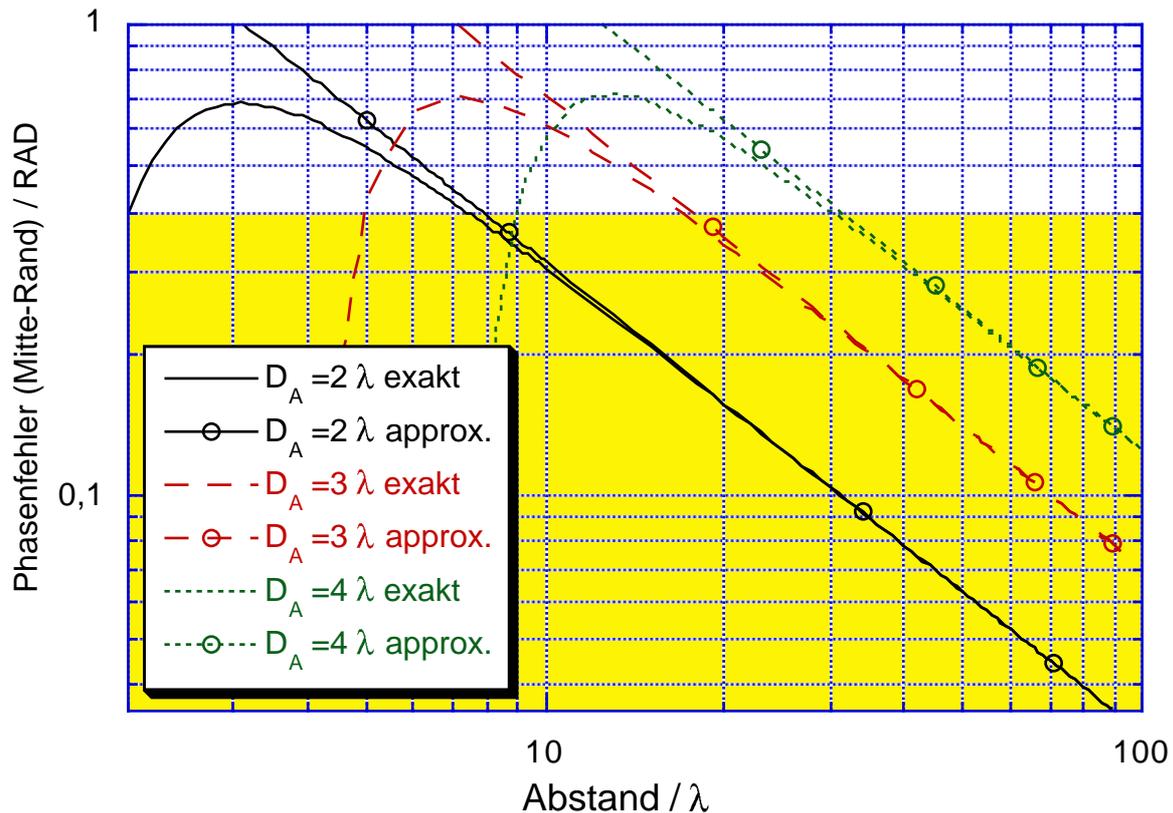


Abbildung 12.6.: Phasenfehler (Phasendifferenz zwischen Aperturrand und Aperturmitte der Empfangsantenne) für identische Paare von Sende- und Empfangsantennen mit den Aperturdurchmessern  $D_A$  zwischen  $2\lambda$  und  $4\lambda$ , als Funktion des Abstandes  $r_{SE}$  in Wellenlängen

tudenfehlers über der Apertur für die in Bild 12.7 untersuchten Fälle. Für die nach (12.3) bestimmten Fernfeldabstände von 8, 18 und 32 Wellenlängen für die Antennen mit Durchmessern von 2, 3 und 4 Wellenlängen ergeben sich Amplitudenfehler unter 1 dB.

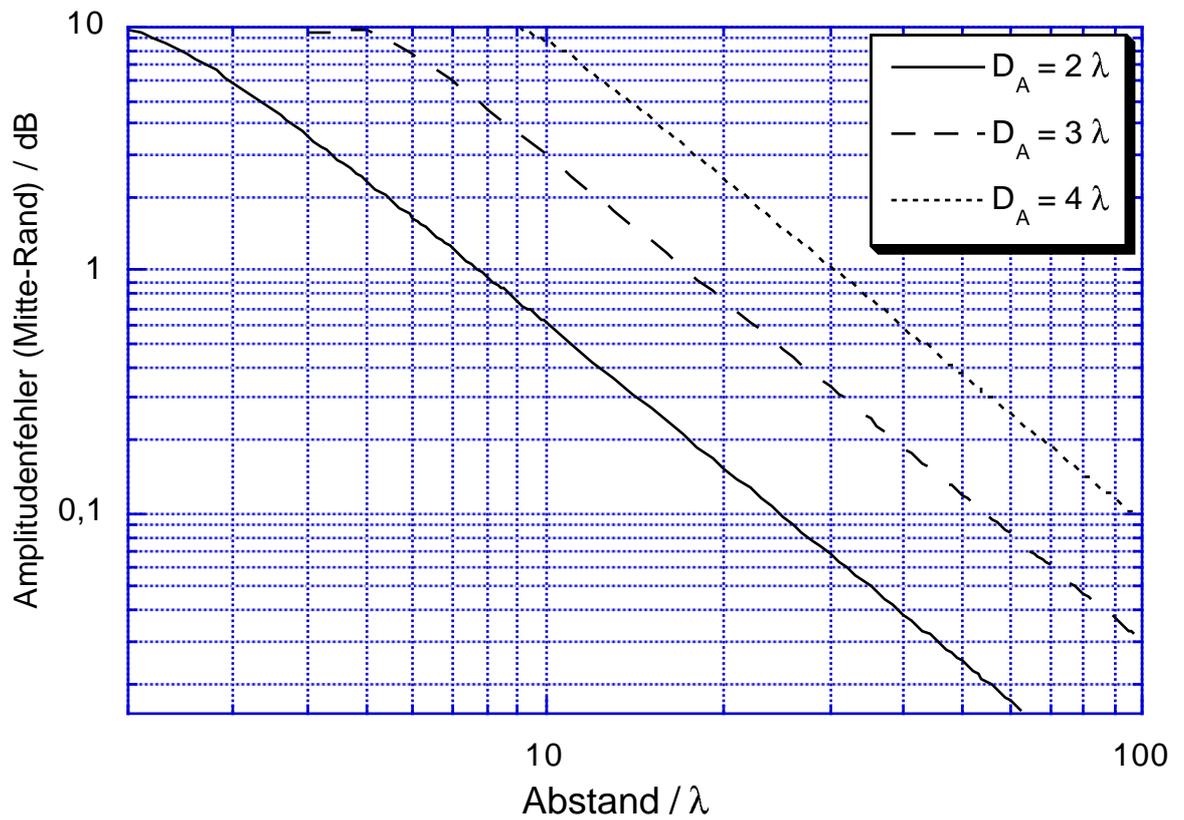


Abbildung 12.7.: Amplitudenfehler (Amplitudendifferenz zwischen Aperturrand und Aperturmitte der Empfangsantenne) für identische Paare von Sende- und Empfangsantennen mit den Aperturdurchmessern  $D_A$  zwischen  $2\lambda$  und  $4\lambda$ , als Funktion des Abstandes  $r_{SE}$  in Wellenlängen

Damit zeigt sich insgesamt, dass trotz ihrer Einfachheit (12.3) die notwendige Entfernung zwischen den beiden zu messenden Antennen sehr genau wiedergibt.

### 12.1.2. Interferenzen zwischen Haupt- und Nebenstrahlung

Außer der Einhaltung des Fernfeldabstandes muß auch darauf geachtet werden, dass Interferenzen zwischen Haupt- und Nebenstrahlung vernachlässigbar sind. In Bild 12.8 ist dies dargestellt. Von Interesse ist nur die erste Nebenstrahlung. Diese Interferenz wird vermieden, wenn die Nebenstrahlung genügend

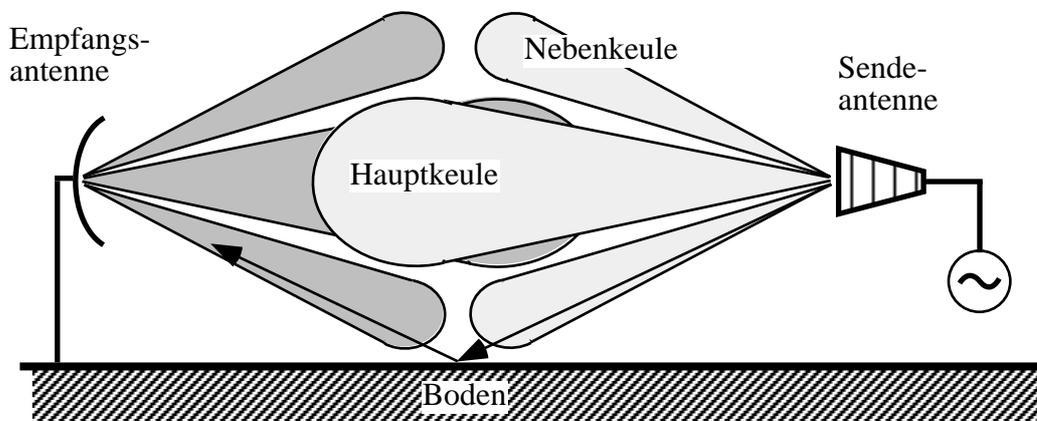


Abbildung 12.8.: Bodenreflexion bei der Antennenmessung

stark absorbiert wird, bzw. die Reflexion der Nebenstrahlung nicht die Richtcharakteristik der Empfangsantenne erreicht. Die Leistung über den unerwünschten Empfangsweg muss mindestens 10 dB unter der kleinsten Messgröße liegen.

### 12.1.3. Interferenzen zwischen direkter und reflektierter Leistung

Weiterhin muss versucht werden, Interferenzen zwischen direkter und reflektierter Leistung zu vermeiden. In der Praxis treten die größten Probleme bei der Messung der Rückwärtsstrahlung einer Antenne auf, wie es z.B. in Bild 12.9 für eine Messung im Absorberraum dargestellt ist. Da der Gewinn der Antenne in dieser Stellung in Richtung des einfallenden an der Wand reflektierten Strahls

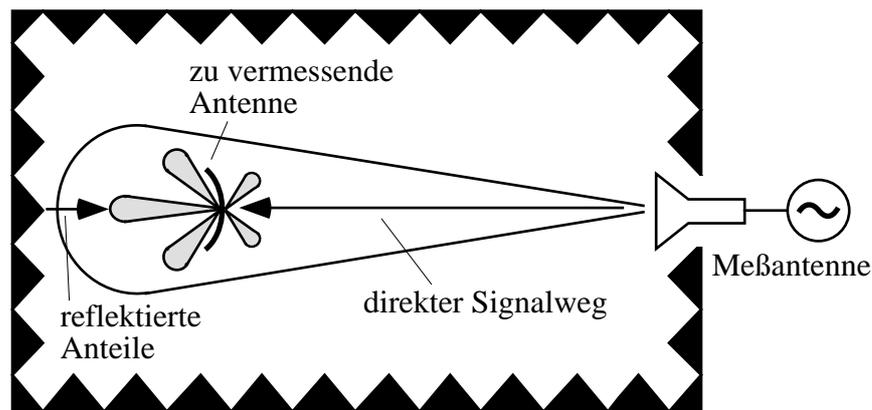


Abbildung 12.9.: Störung durch Reflexion der Hauptstrahlung an der Wand

wesentlich höher ist (ca. 20...50 dB) als in Richtung des direkt einfallenden Strahls, muss die Dämpfung des reflektierten Strahls an der Außenwand mindestens 10 dB größer sein als die kleinste zu messende Rückwärtsstrahlung (hier ca. 60 dB Dämpfung).

## 12.2. Freiraummessungen

Sehr große Antennen (Richtfunk-, Radar-, Satellitenantennen) werden im Original immer im Freien vermessen. Messobjekt und Sendeantenne werden je auf eine Landschaftserhöhung gebracht. Zur Messung wird die Empfangsantenne (das Messobjekt) im Fernfeld der Sendeantenne gedreht und das Empfangssignal ausgemessen.

In einigen Fällen, in denen dies nicht möglich ist, wird die zu vermessende Antenne als Sendeantenne benutzt und die Richtcharakteristik mit dem Flugzeug oder Hubschrauber ausgeflogen oder mit dem Schiff ausgeschwommen. Die Vermessung von Antennen am Einsatzort hat den Vorteil, dass die Einflüsse der Umgebung mit erfasst und bei Korrekturen berücksichtigt werden können. Nachteil ist, daß Störungen durch Rauschen, Fremdeinstrahlungen usw. nicht ausgeschlossen werden können.

### 12.3. Der Absorbermeßraum

Im Frequenzbereich oberhalb von 100 MHz und bei nicht zu großen Antennenabmessungen kann man eine Reihe von Vorteilen durch Messen im Absorbermessraum erhalten. Ein Absorbermessraum (anechoic chamber) ist ein gegen HF-Störungen von außen abgeschirmter, mit Pyramiden-Absorbermatten ausgekleideter Raum. Die Länge dieser aus graffitiertem Schaumstoff hergestellten Pyramiden-Absorbern ist ein Maß für die tiefste Frequenz, bei der im Meßraum gemessen werden kann. Dabei sollte für die Höhe der Absorberpyramiden

$$h > \frac{\lambda_0}{4} \quad (12.12)$$

gelten. Die geringste Reflexion des einfallenden Wellenfeldes ergibt sich bei orthogonalem Einfall auf die Absorbermatten.

Bild 12.10 zeigt mögliche Bauformen von Absorbermeßräumen.

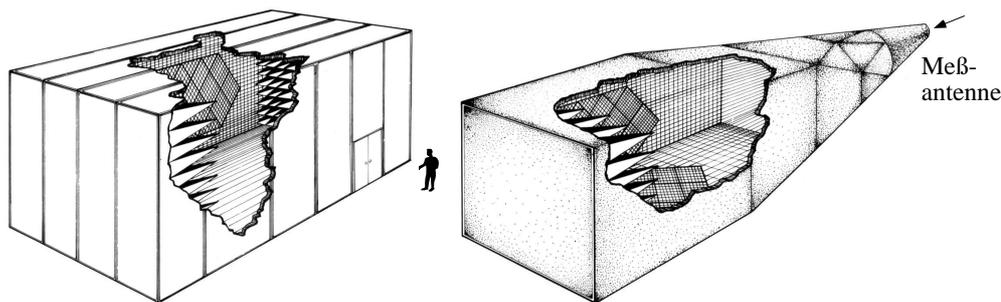


Abbildung 12.10.: Absorberräume: a) Rechteckige Kammer b) Getaperte Kammer

### 12.4. Die kompakte Fernfeldmeßstrecke

Bei der kompakten Fernfeldmessstrecke („compact range far field“) werden die Schwierigkeiten des Fernfeldabstandes im Absorberraum durch Einbau eines Präzisions-Parabolreflektors ausgeschaltet (siehe Bild 12.11).

Damit sind Messungen im Absorberraum möglich, die sonst wegen eines zu kleinen Antennenabstandes in der Kammer nur im Freiraummessfeld mit allen Wetter- und Störungsschwierigkeiten ausgeführt werden könnten.

Mit dem von einem Erregerhorn „ausgeleuchteten“ Parabolreflektor erreicht man, dass nach der Reflexion der vom Horn abgestrahlten Welle am Parabolreflektor in der Messzone des Absorberraums eine ebene Welle (ebene Phasenfront bei konstanter Amplitudenbelegung) vorhanden ist. Eine solche ebene Welle würde im Fernfeld erst bei viel größerem Abstand von der Quellenantenne auftreten. Schwierigkeiten gibt es, die Apertur des Parabolreflektors gleichmä-

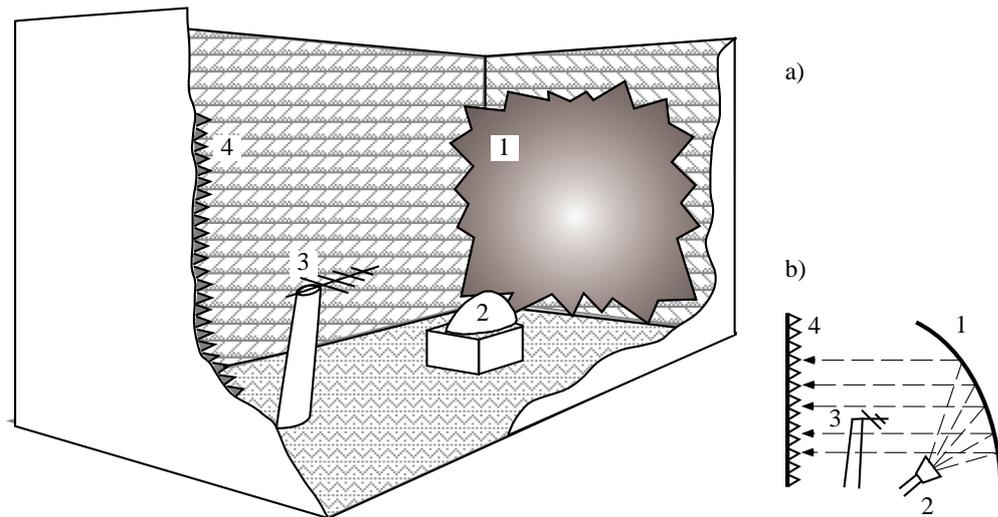


Abbildung 12.11.: Kompakte Fernfeld-Meßstrecke

a) Gesamtansicht b) Prinzipbild

1 Parabolreflektor, 2 Erregerhorn, 3 Testantenne auf Drehtisch „im Fernfeld“, 4 mit Pyramiden-Absorbern bedeckte Rückwand. Allgemein sind alle Seiten des Raumes mit Pyramiden-Absorbern bedeckt

ßig mit Energie zu belegen, und außerdem Rückwirkung des Meßobjekts auf das Meßfeld zu vermeiden. Um Randbeugungseffekte des Parabolrands klein zu halten, „zähnt“ man den Rand (siehe Bild 12.11). Man kann ihn auch mit Absorbermaterial belegen. Zwischen Quellenantenne und Testantenne darf keine direkte Kopplung bestehen, deshalb werden sie gegeneinander abgeschirmt. Abschirmung und Testantennenträger werden zur Vermeidung von Reflexionen mit Absorberpyramiden abgedeckt. Im Frequenzbereich 2–40 GHz haben sich die kompakten Fernfeldmessstrecken bei der Messung an relativ kleinen Antennen bewährt. Sie machen eine „Direkt-Messtechnik“ wie bei großen Fernfeld-Messstrecken möglich und erfordern trotz des kleinen Messabstandes nicht den Rechnereinsatz der nachfolgend beschriebenen Nahfeldmesstechnik.

## 12.5. Die Nahfeldmeßstrecke

In Fällen, in denen die Vermessung der Antenne sehr große Fernfeldabstände erfordert und die Vermessung der oft sehr empfindlichen Antennensysteme im Freien nicht angebracht scheint, kann man auf in Absorberräumen eingebaute sogenannte Nahfeldmessstrecken zurückgreifen, mit denen man genaue und ungestörte Nahfeldmessungen an Antennen durchführen kann. Die Messergebnisse werden in die Fernfeldrichtdiagramme transformiert.

Für diese Messungen gelten höchste Genauigkeitsanforderungen bei der Positionierung von Sende- und Empfangsantenne.

## 12.6. Messung der Richtcharakteristik

Bei der Messung der Richtcharakteristik wird das Messobjekt im Strahlungsfeld der Sendeantenne gedreht und die Ausgangsspannung des Messempfängers als Funktion der Position aufgezeichnet.

Dabei sind folgende Darstellungen üblich:

polare Darstellung	linearem Maßstab
	in
kartesische Darstellung	logarithmischem Maßstab

Neben der Erfassung des kopolaren Richtdiagrammes interessiert bei der genauen Bestimmung des Polarisationsverhaltens auch noch das kreuzpolare Richtdiagramm. Es beschreibt, inwieweit die zur Hauptpolarisation (für die die Antenne konstruiert ist) orthogonale Polarisation überkoppelt und noch von der Antenne empfangen wird.

Für die Messung von linear polarisierten Antennen reicht es in der Regel aus, in zwei zueinander orthogonalen, durch die von der Hauptstrahlrichtung und dem magnetischen ( $\vec{H}$ ) bzw. dem elektrischen Feldvektor ( $\vec{E}$ ) gebildeten Ebenen zu messen. Die resultierenden Diagramme werden dann als  $H$ - bzw.  $E$ -Diagramm bezeichnet.

Bild 12.12 zeigt das aufgenommene  $E$ - bzw.  $H$ -Diagramm für ein  $8 \times 4$  Patcharray, wobei jeweils Kopolarisation (Co-Pol.) und Kreuzpolarisation (X-Pol.) aufgetragen sind.

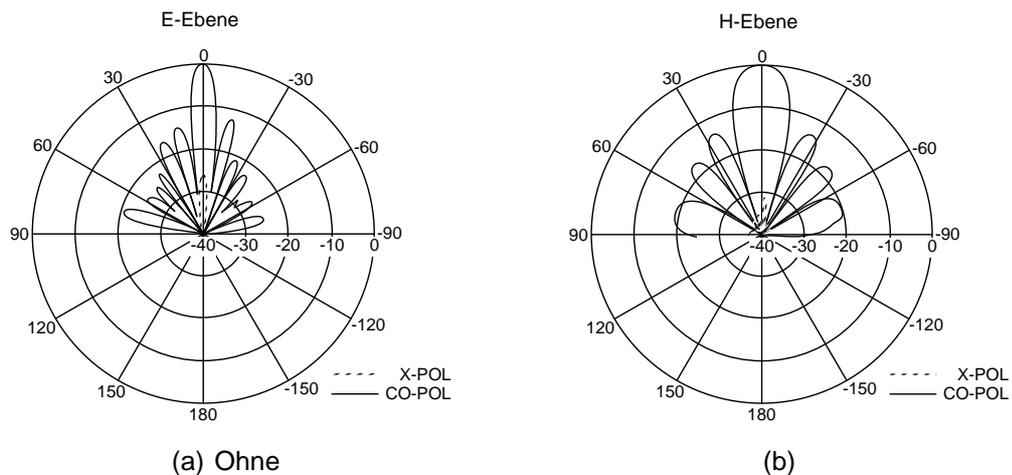


Abbildung 12.12.: Ko- und Kreuzpolarisation für ein  $8 \times 4$ -Patcharray: a) E-Ebene, b) H-Ebene

Bei der Messung von elliptisch bzw. zirkular polarisierten Antennen lässt man eine linear polarisierte Sendeantenne mit konstanter Drehzahl drehen. Dadurch wird die zu testende Empfangsantenne mit einer rotierenden linear polarisierten Welle angestrahlt. Da bei einer elliptisch polarisierten Antenne die empfangene Leistung abhängig ist von der momentanen Polarisationsrichtung dieser einfallenden Welle, schwankt die Empfangsleistung im Rhythmus der Umdrehungen der Sendeantenne.

Dreht man dazu noch die Empfangsantenne in Azimut oder Elevation, erhält man ein Richtdiagramm nach Bild 12.13.

Die beiden Einhüllenden dieser Kurve geben die in einer bestimmten Raumrichtung maximal bzw. minimal empfangene Leistung an. Die Differenz zwischen beiden wird als Elliptizität  $\Delta P_E$  bezeichnet. Die Elliptizität reduziert den Gewinn von Antennen, wenn diese zirkular angestrahlt werden. Die Gewinnreduzierung errechnet sich aus:

$$G_{\text{red}} = \frac{(1 + \Delta P_E)^2}{2 (1 + \Delta P_E^2)} \quad \Delta P_E \text{ in linearem Maßstab} \quad (12.13)$$

Als Maß für die Qualität der zirkularen Polarisation einer Antenne wird auch häufig das sogenannte „axial ratio“  $AR$  verwendet, das der Elliptizität ausgedrückt in dB entspricht:

$$AR = \Delta P_E|_{\text{dB}} = 20 \log \Delta P_E. \quad (12.14)$$

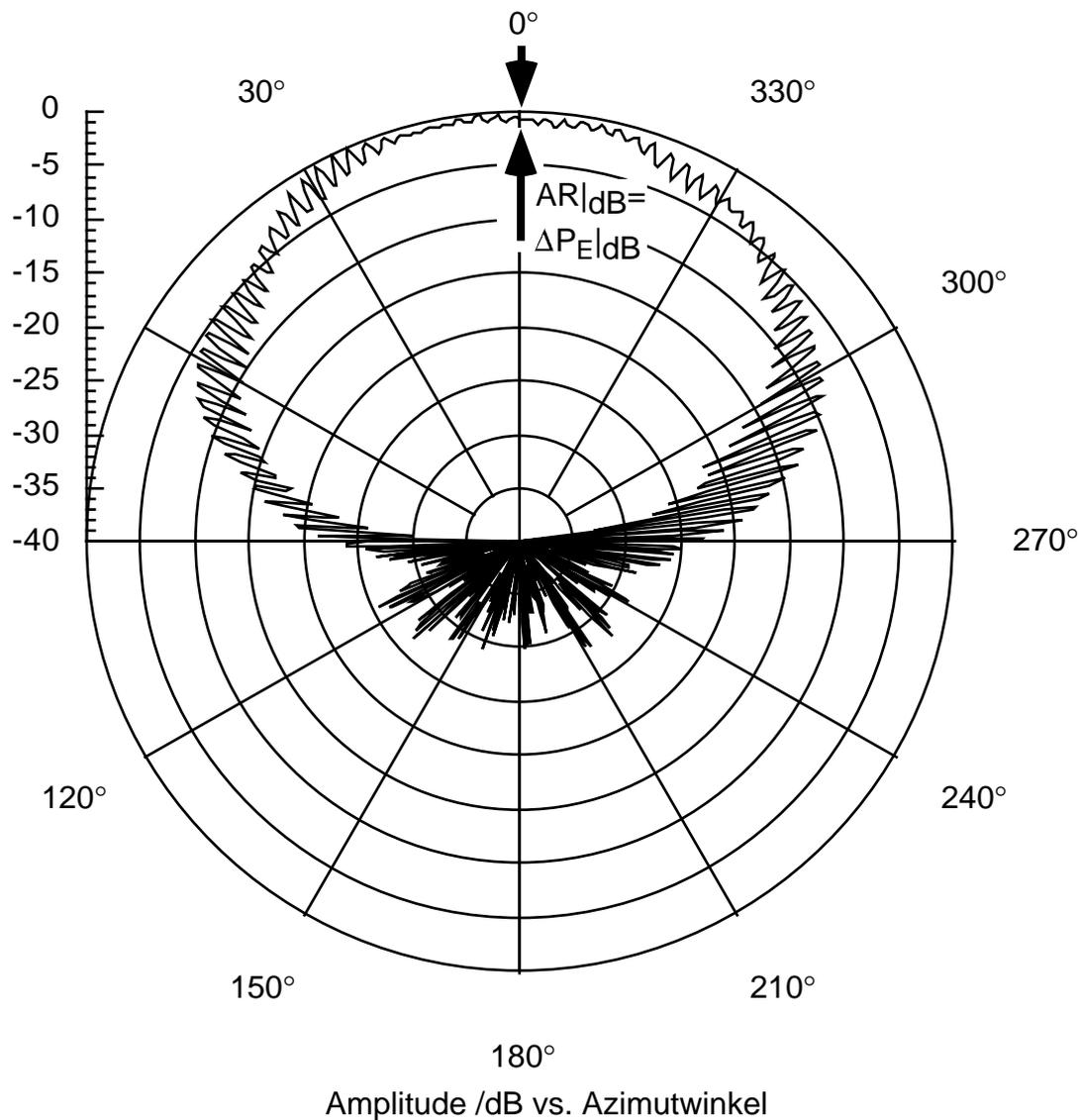


Abbildung 12.13.: Richtdiagramm für eine zirkular polarisierte Antenne mit der Elliptizität  $\Delta P_E$  in Hauptstrahlrichtung

## 12.7. Gewinnmessung

Die Messung des Antennengewinns kann auf mehrere Arten erfolgen. Bild 12.14 zeigt zwei Antennen A und B mit den Gewinnen  $G_A$  und  $G_B$  im Abstand  $r$  voneinander. Wenn die eine Antenne als Sender und die andere als Empfänger wirkt, gilt für den Zusammenhang zwischen gesendeter Leistung  $P_S$

und empfangener Leistung  $P_E$ :

$$\frac{P_E}{P_S} = \left( \frac{\lambda_0}{4\pi r} \right)^2 G_A G_B. \quad (12.15)$$

In logarithmischer Form gilt:

$$10 \log \frac{P_E}{P_S} = 20 \log \left( \frac{\lambda_0}{4\pi r} \right) + G_{A|\text{dB}} + G_{B|\text{dB}}. \quad (12.16)$$

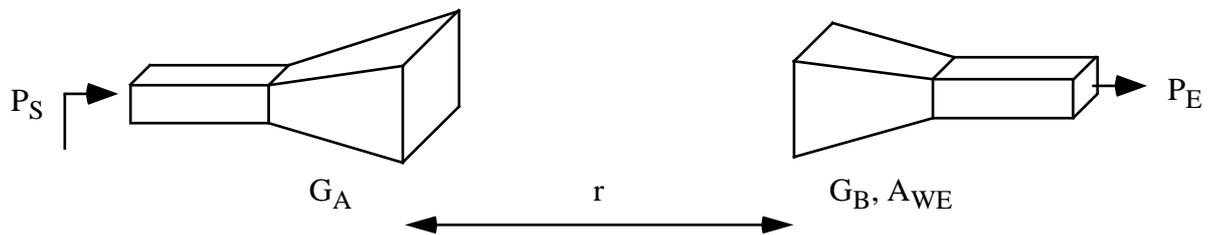


Abbildung 12.14.: Meßaufbau für die Gewinnbestimmung

### 12.7.1. Zwei-Antennen-Methode

Verwendet man für die Gewinnmessung zwei vollkommen identische Antennen mit  $G_A = G_B$ , gilt:

$$G_{A|\text{dB}} = G_{B|\text{dB}} = \frac{1}{2} \left[ 10 \log \frac{P_E}{P_S} - 20 \log \left( \frac{\lambda_0}{4\pi r} \right) \right]. \quad (12.17)$$

### 12.7.2. Drei-Antennen-Methode

Bei der Drei-Antennen-Methode müssen die drei Antennen  $A$ ,  $B$  und  $C$  nicht genau gleich sein. Man führt insgesamt drei Messungen wie in Bild 12.15 dargestellt durch. Aus den drei Messungen erhält man 3 Gleichungen mit 3 Unbe-

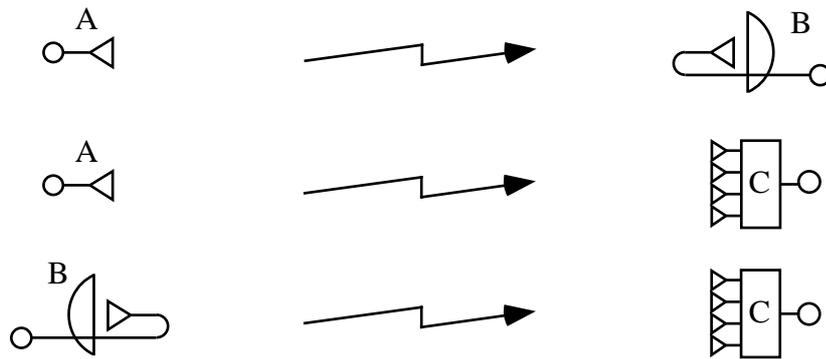


Abbildung 12.15.: Drei-Antennen-Methode

kannten  $G_A$ ,  $G_B$  und  $G_C$ , die sich leicht lösen lassen.

$$G_{A|\text{dB}} + G_{B|\text{dB}} = 10 \log \left( \frac{P_E}{P_S} \right)_{AB} - 20 \log \left( \frac{\lambda_0}{4\pi r} \right), \quad (12.18a)$$

$$G_{A|\text{dB}} + G_{C|\text{dB}} = 10 \log \left( \frac{P_E}{P_S} \right)_{AC} - 20 \log \left( \frac{\lambda_0}{4\pi r} \right), \quad (12.18b)$$

$$G_{B|\text{dB}} + G_{C|\text{dB}} = 10 \log \left( \frac{P_E}{P_S} \right)_{BC} - 20 \log \left( \frac{\lambda_0}{4\pi r} \right). \quad (12.18c)$$

$$(12.18d)$$

### 12.7.3. Gewinnvergleichsverfahren

Hat man mittels der Zwei-Antennen-Methode bzw. der Drei-Antennen-Methode den Gewinn einer Antenne genau bestimmt, so kann dieser für weitere Messungen als Gewinnnormal eingesetzt werden.

Hierzu mißt man nach Bild 12.16 zuerst die von der Vergleichsantenne empfangene Leistung  $P_{E\text{normal}}$ . Danach ersetzt man die Vergleichsantenne durch das Messobjekt und misst die von der Testantenne empfangene Leistung  $P_{E\text{Messobjekt}}$ .

Der Gewinn der Testantenne ergibt sich dann zu:

$$G_{|\text{dB}} = G_{\text{normal}|\text{dB}} + 10 \log \frac{P_{E\text{Messobjekt}}}{P_{E\text{normal}}}. \quad (12.19)$$

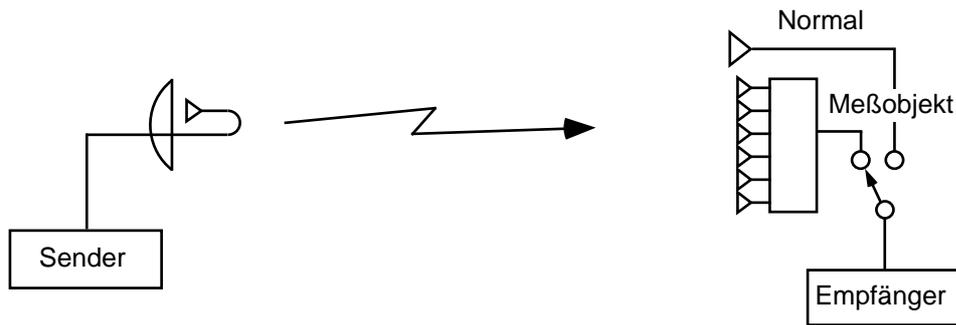


Abbildung 12.16.: Gewinnvergleichsverfahren

## 12.8. Bestimmung des Wirkungsgrads

Der Wirkungsgrad  $\eta$  einer Antenne wurde bereits in Abschnitt 3.2 als Verhältnis der von einer Antenne abgestrahlten Leistung  $P_S$  zu der eingespeisten Leistung  $P_a$  eingeführt:

$$\eta = \frac{P_S}{P_a}. \quad (12.20)$$

Den Wirkungsgrad einer Antenne exakt zu berechnen, ist aufgrund der oft nur unzureichend bekannten Verlustmechanismen nahezu unmöglich. Besonders bei Frequenzen im Mikrowellenbereich spielen Oberflächenrauigkeiten, Materialtoleranzen und parasitäre Effekte, wie die Abstrahlungsverluste durch Speiseleitungen und die Ausbildung von Oberflächenwellen, eine bedeutende Rolle. Diese lassen sich jedoch im allgemeinen nur ungenau vorherberechnen.

Zur vollständigen Charakterisierung einer Antenne bleibt daher meist nur die messtechnische Ermittlung des Antennenwirkungsgrads. Dies ist eine in der Praxis nicht einfach zu lösende Aufgabe. Allgemein kann der Wirkungsgrad nicht direkt gemessen werden, sondern muss über die Messung anderer Antennenkenngrößen indirekt bestimmt werden. Verschiedene Verfahren sind dazu möglich, wovon im folgenden zwei exemplarisch beschrieben werden.

### 12.8.1. Bestimmung aus Gewinn und Richtfaktor

Eine erste Möglichkeit zur Bestimmung des Wirkungsgrades ergibt sich durch die Bildung des Verhältnisses von Antennengewinn  $G$  und Richtfaktor  $D$  nach

$$\eta = \frac{G}{D}. \quad (12.21)$$

Die Messung des Gewinns  $G$  erfolgt nach einem der in Abschnitt 12.7 beschriebenen Verfahren. Die verbleibende Ermittlung des Richtfaktors  $D$  kann auf drei Arten durchgeführt werden:

1. Durch Berechnung der dreidimensionalen Richtcharakteristik der Antenne und anschließende Auswertung des Integrals:

$$D = \frac{4\pi}{\int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{2\pi} C^2(\theta, \psi) \sin \theta \, d\theta \, d\psi} . \quad (12.22)$$

Abweichungen zwischen berechneter und tatsächlicher Richtcharakteristik können das Ergebnis dieser Methode verfälschen.

2. Durch Messung der dreidimensionalen Richtcharakteristik  $C(\theta, \psi)$  und anschließender Auswertung des Integrals Gl. (12.22). In der Praxis erfordert diese Messung viel Zeit und außerdem eine spezielle Antennen-Messkammer, welche eine dreidimensionale Vermessung der Richtcharakteristik erlaubt. In vielen Fällen wird diese Methode daher nicht durchführbar sein.
3. Durch Messung der Halbwertsbreiten in der  $E$ - bzw.  $H$ -Ebene der Richtcharakteristik und Anwendung der Näherungsformel (Winkel in Grad)

$$D \approx \frac{41253}{\Delta\theta \Delta\psi} . \quad (12.23)$$

Diese Näherungsformel gilt nur für idealisierte sektorförmige Richtcharakteristiken. Insbesondere für Antennen mit näherungsweise omnidirektionaler Richtcharakteristik (z.B. Antennen für Handys) sind solche Formeln unbrauchbar.

### 12.8.2. Bestimmung mittels Wheeler Cap

Im Vergleich zu den oben beschriebenen Verfahren, bei denen die Ermittlung des Wirkungsgrads auf der Kenntnis der dreidimensionalen Richtcharakteristik der zu untersuchenden Antenne beruht, erfordert die Bestimmung des Wirkungsgrads mit einer sogenannten „Wheeler Cap“ nur die Messung der komplexen Eingangsimpedanz am Speiseanschluß der Antenne. Damit ergibt sich ein wesentlich geringerer Meßaufwand. Aus Abschnitt 3.2 ist bereits das in Bild 12.17(a) gezeigte Ersatzschaltbild einer Antenne bekannt. Der Einfachheit

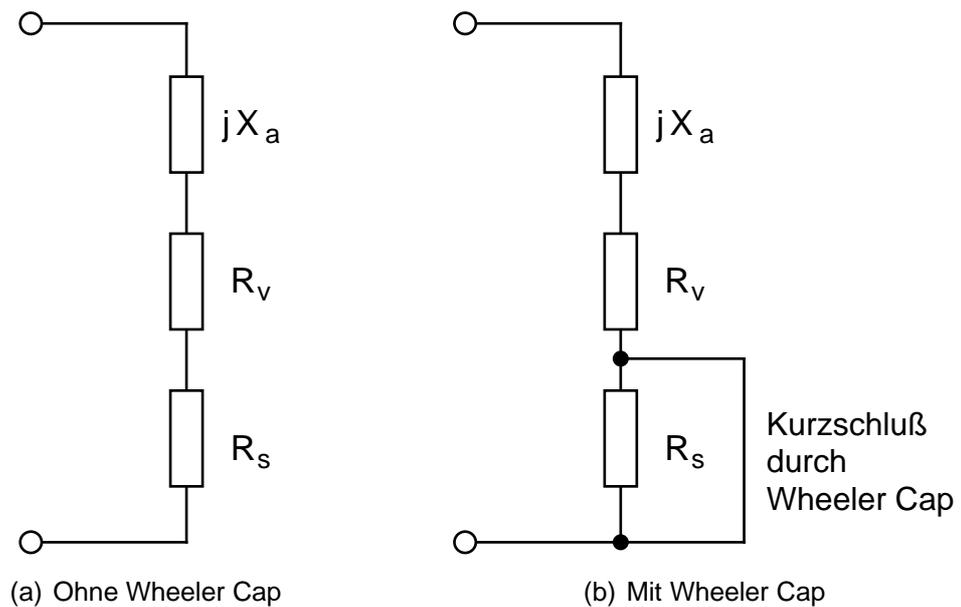


Abbildung 12.17.: Eingangsimpedanz der Antenne

halber beschränkt man sich auf die Darstellung des Sendefalls. Der Realteil der Eingangsimpedanz kann in zwei Anteile  $R_V$  und  $R_S$  aufgeteilt werden. Der Anteil  $R_V$  beschreibt die in der Antenne auftretenden Verluste, welche z.B. durch dielektrische Verluste oder den Skineneffekt in metallischen Leitern verursacht werden. Die von  $R_V$  aufgenommene Leistung trägt somit nicht zur Abstrahlung der Antenne bei, und vermindert daher den Wirkungsgrad der Antenne. Der zweite Anteil  $R_S$  beschreibt die Leistung, welche durch die Antenne abgestrahlt wird. Der Wirkungsgrad der Antenne kann daher durch

$$\eta = \frac{R_S}{R_V + R_S} \quad (12.24)$$

berechnet werden. Dazu müssen jedoch die beiden Realteile der Eingangsimpedanz separat bekannt sein. Bei einer Messung der komplexen Eingangsimpedanz einer Antenne wird normalerweise die Serienschaltung  $R_V + R_S$  als Realteil erfasst. Wird nun durch besondere Maßnahmen eine Abstrahlung von der Antenne verhindert, so wird der Abstrahlungsanteil unterdrückt (Bild 12.17(b)). Bei der Messung der Eingangsimpedanz kann dann der Verlustanteil  $R_V$  getrennt erfaßt werden.

Eine besonders einfache Möglichkeit, die Abstrahlung einer Antenne zu unterdrücken, ist die sogenannte „Wheeler Cap“ (Bild 12.18). Dies ist eine metallisch

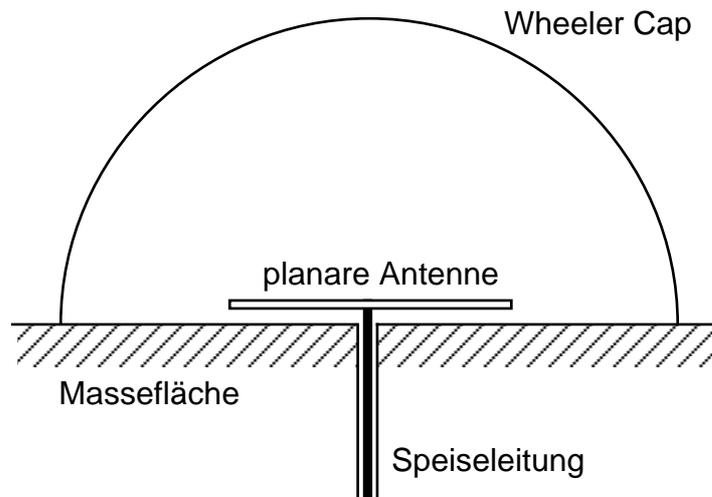


Abbildung 12.18.: Abschirmung der Antenne mit Wheeler Cap (z.B. mit planarer Antenne)

leitfähige, rundum geschlossene Abdeckung, welche die gesamte Antenne umhüllt. Die metallisch leitende Abschirmung muss dabei in so großem Abstand von der eigentlichen Antenne verlaufen, dass die Stromverteilung auf der Antenne selbst nicht wesentlich beeinflusst wird. Durch eine veränderte Stromverteilung könnten sich nämlich die Verlustmechanismen in der Antenne selbst und damit auch  $R_V$  verändern, was dann zu Meßfehlern führt. Dies ist gleichzusetzen mit der Forderung, dass sich die Wheeler Cap außerhalb des reaktiven Nahfelds der Antenne befinden muss, d.h. nach Bild 12.2 in einem Abstand von ungefähr  $\lambda_0/2\pi$  bis  $\lambda_0$  von der Antennenstruktur. Die Bestimmung des Wirkungsgrads über die Impedanzmessung mit Hilfe der Wheeler Cap stellt ein sehr einfaches und elegantes Verfahren dar. Es besitzt zudem eine bessere Reproduzierbarkeit als die Verfahren, welche die Richtcharakteristik der Antenne auswerten. Es eignet sich insbesondere für stark miniaturisierte Antennen, wie sie z.B. in schnurlosen Telefonen und Handys zum Einsatz kommen. Die zusätzlichen Verluste, welche durch die Integration der Antennen in unmittelbarer Nähe elektronischer Bauteile und Schaltkreise entstehen, lassen sich mit dieser Methode sehr gut bestimmen.

# 13. Antennensystemtechnik

## 13.1. Antennen mit fester Richtcharakteristik

Zur Auslegung einer Antenne in einem System ist die Kenntnis vieler Parameter notwendig. Die genauen Werte dieser Parameter können häufig erst im Nachhinein aus der Messung der aufgebauten Antenne bestimmt werden. Aus diesem Grund wird häufig zunächst ein einfaches Modell mit wenigen Parametern, die sich zudem einfach abschätzen lassen, verwendet. Weiterhin wird zunächst in Abschnitt 13.1 der Fall einer Antenne mit fester - also nicht schwenkbarer - Richtcharakteristik, betrachtet. Die Einflüsse durch das Schwenken der Richtcharakteristik werden dann anschließend in Abschnitt 13.3 bzw. für Arrays im Abschnitt 13.5 diskutiert.

Der Gewinn einer Antenne kann mit Hilfe von (13.1) aus den folgenden Parametern abgeschätzt werden:

- der als Antenne wirkenden strahlenden planaren Aperturfläche  $A_{\text{geom}}$ ; bei nichtplanaren Antennen ist hier die projizierte Fläche einzusetzen.
- der Frequenz und damit der Wellenlänge  $\lambda$ , bei der die Antenne betrieben werden soll. Funktioniert die Antenne innerhalb einer bestimmten Bandbreite, so ist die untere Grenzfrequenz einzusetzen, da dort der minimale Gewinn der Antenne erreicht wird.
- die Flächen- oder Aperturausnutzung  $\eta_F$  der Antenne (z.B. nach Tabelle 6.3), die aus der Belegungsfunktion der Apertur sowie der Krümmung der Apertur herrührt.
- dem Wirkungsgrad  $\eta_{cd}$  der Antenne, der aus den metallischen und dielektrischen Verlusten der Antenne herrührt.
- dem leitungsseitigen Reflexionsfaktor  $r$  der Antenne an ein Netzwerk.
- dem Polarisationswirkungsgrad  $\eta_{PLF}$  der Antenne, der die Verluste durch Abstrahlung der Kreuzpolarisation (Polarisation, die zur gewünschten Po-

larisation orthogonal ist) beschreibt.

Hieraus folgt für den realisierbaren Gewinn nach (3.23) unter Berücksichtigung von leitungsseitigen Anpassungsverlusten (Reflexionsfaktor  $r$ )

$$G = \eta_A (1 - |r|^2) \left( \frac{4\pi}{\lambda^2} \right) A_{\text{geom}} = \eta_{PLF} \eta_{cd} \eta_F (1 - |r|^2) \left( \frac{4\pi}{\lambda^2} \right) A_{\text{geom}} \quad (13.1)$$

Die Werte der Parameter sowie der Einfluß auf den Gewinn wird in den folgenden Abschnitten im Einzelnen diskutiert.

### 13.1.1. Richtfaktor und geometrische Aperturfläche

Für den Idealfall einer verlustfreien, konstant belegten, ideal angepaßten und polarisationsrein strahlenden Antenne ist der Gewinn nach (13.1) gleich dem maximalen Richtfaktor  $D_{\text{max}}$  (engl. Directivity) nach (13.2).

$$D = \eta_F \left( \frac{4\pi}{\lambda^2} \right) A_{\text{geom}} \rightarrow D_{\text{max}} = \left( \frac{4\pi}{\lambda^2} \right) A_{\text{geom}} \quad (13.2)$$

Aufgrund der Idealisierungen bildet der Richtfaktor eine obere Schranke für den Gewinn, die in der Praxis jedoch nie erreicht wird, da immer Verluste vorhanden sind.

### 13.1.2. Verluste

Die Verluste sind für die Differenz zwischen Richtfaktor und Gewinn verantwortlich. Sie lassen sich in zwei Gruppen einteilen, die hier „ohmsche Verluste“ und „Richtungsverluste“ genannt werden sollen. Bei den ohmschen Verlusten wird Signalenergie in thermische Energie umgewandelt, bei den Richtungsverlusten bleibt die Signalenergie zwar erhalten, wird aber nicht in das Hauptmaximum polarisationsrichtig abgestrahlt.

Oberflächenwellen, wie sie bei Streifenleitungsantennen (Microstrip-Antennen) auftreten, werden häufig zu den Verlustmechanismen gezählt. Sie werden für folgenden Betrachtungen nicht weiter verfolgt, da die Energie, die in Oberflächenwellen transportiert wird, am Ende in thermische Energie umgewandelt oder abgestrahlt oder zurück auf die Leitung „reflektiert“ wird. In allen aufgezählten Fällen wird sie damit von einem der beiden anderen Verlustmechanismen erfaßt.

Ohmsche Verluste in der Antenne lassen sich auf Leitungsverluste oder dielektrische Verluste zurückführen und werden deshalb als ohmsche und dielektrische Verluste bezeichnet. Für die Funktion der Antenne ist die genaue Aufteilung der Verluste auf die beiden Verlustmechanismen unerheblich, weswegen sie in aller Regel in einer einzigen Größe  $\eta_{cd}$  zusammengefasst werden.

### Verluste in Strahlerelementen

Abhängig vom Strahlerelement und den eingesetzten Materialien sind die Verluste durch ohmsche Verluste auf endlich leitfähigem Metall oder durch dielektrische Verluste aufgrund des  $\tan \delta$  des Materials dominiert. Statt der Verluste wird im allgemeinen der Wirkungsgrad der Elemente  $\eta_{cd}$  angegeben. Der Verlust oder negative Gewinn (in dB)  $G_{cd}$  ist mit dem Wirkungsgrad wie folgt verknüpft.

$$G_{cd} = 10 \log_{10}(\eta_{cd}) \quad (13.3)$$

In aperturgekoppelten Streifenleitungsantennen mit Schaumsubstraten halten sich die beiden Verlustmechanismen in etwa die Waage und führen zu einem Wirkungsgrad für das Strahlerelement von ca. 95%. In Spiralantennen dominieren die ohmschen Verluste auf den langen Armen und führen zu Wirkungsgraden unter 90%. Die höchsten Wirkungsgrade werden bei Flächenantennen wie Parabolantennen erreicht.

### Verluste in den Leitungen

Beim Zusammenschalten mehrerer Einzelstrahler zu einer Gruppe werden Verbindungsleitungen benötigt, die, unabhängig vom Strahlertyp, kostengünstig auf das die Strahlerelemente tragende Substrat mitgeätzt werden können. Bei den im Vergleich zur Wellenlänge dünnen Substraten dominieren die ohmschen Verluste im Kupfer und führen zu ganz erheblichen Verlusten, die in Tabelle 13.1 für die beiden Substratmaterialien Duroid5880 von Rogers Corp. und Arlon320 für verschiedene Leiterbreiten zusammengestellt sind.

Zum Vergleich: Die Dämpfung von 50  $\Omega$ -Koaxialkabeln mit einem Außendurchmesser um 5 mm liegt zwischen 0,23 dB/m und 0,5 dB/m. Leistungskabel mit einem Außendurchmesser von 27 mm erreichen 0,065 dB/m. Dieser Wert wird von Aluminiumhohlleitern mit 0,012 dB/m noch übertroffen, leider übertreffen aber auch die Abmessungen mit 134 mm x 169 mm alles andere. Liegen diese

Verteilnetzwerke zwischen Strahlerelement und Antennenanschluß, so werden ihre Verluste der Antenne zugeschlagen und gehen in  $\eta_{cd}$  mit ein.

### 13.1.3. Eingangsexreflexionsfaktor der Antenne

Eine weitere Quelle von Gewinnverlusten ist eine leitungsseitige Fehlanpassung der Antenne. Der Effekt ist anschaulich recht klar, da Leistung, die nicht in die Antenne kommt, auch nicht abgestrahlt werden kann.

Die (in diesem Falle negative) Gewinnzunahme (in dB)  $G_{Anp}$  durch schlechte Anpassung läßt sich mit Hilfe von (13.4) berechnen und ist in Bild 13.1 dargestellt.

$$G_{Anp} = (1 - |r|^2) \quad (13.4)$$

Für eine Anpassung von -20 dB beträgt der Gewinnverlust 0,04 dB und liegt damit weit unter der Messgenauigkeit für Gewinnmessungen (Abschnitt 12.7). Bei einer Anpassung von -14 dB, wie sie üblicherweise für Patchantennen spezifiziert wird, beträgt der Gewinnverlust 0,18 dB, bei einer Anpassung von -10 dB, wie sie üblicherweise für Spiralantennen spezifiziert wird, kann aus Bild 13.1 ein Wert von -0,46 dB abgelesen werden.

### 13.1.4. Polarisationsanpassung

Das elektromagnetische Feld, das von einer Antenne abgestrahlt wird, besitzt eine bestimmte Polarisationsrichtung, die nach IEEE wie folgt definiert ist: Man betrachtet eine ortsfeste Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Welle. Für einen Beobachter, der in Ausbreitungsrichtung der Welle blickt, beschreibt die Spitze des Vektors des elektrischen Feldes als Funktion der Zeit in dieser Ebene eine Ellipse nach Bild 2.4 bzw. 13.2. Bewegt sich die Spitze des Vektors des elektrischen Feldes als Funktion der Zeit im Uhrzeigersinn, so spricht man von rechtshändiger Polarisation (engl. right-hand circular, RHC), bewegt sich die Spitze gegen den Uhrzeigersinn, so spricht man von linkshändiger Polarisation (engl. left-hand circular, LHC).

$$AR = \frac{\text{große Halbachse}}{\text{kleine Halbachse}} = \frac{OA}{OB}, \quad 1 \leq AR \leq \infty \quad (13.5)$$

Das Verhältnis der großen Halbachse  $OA$  zur kleinen Halbachse  $OB$  der Ellipse nach Bild 13.2 wird nach (13.5) als Achsenverhältnis (engl. Axial-Ratio, AR) be-

Substrat	Wellenwiderstand	Leiterbreite	Dämpfung
0,5 mm Duroid5880	35,4 $\Omega$	2,53 mm	1,3 dB/m
0,5 mm Duroid5880	50 $\Omega$	1,54 mm	1,4 dB/m
0,5 mm Duroid5880	70,7 $\Omega$	0,87 mm	1,5 dB/m
1,5 mm Arlon320	35,4 $\Omega$	5,97 mm	1,1 dB/m
1,5 mm Arlon320	50 $\Omega$	3,58 mm	1,2 dB/m
1,5 mm Arlon320	70,7 $\Omega$	1,99 mm	1,2 dB/m

Tabelle 13.1.: Verluste verschiedener Streifenleitungsanordnungen bei 1,6 GHz

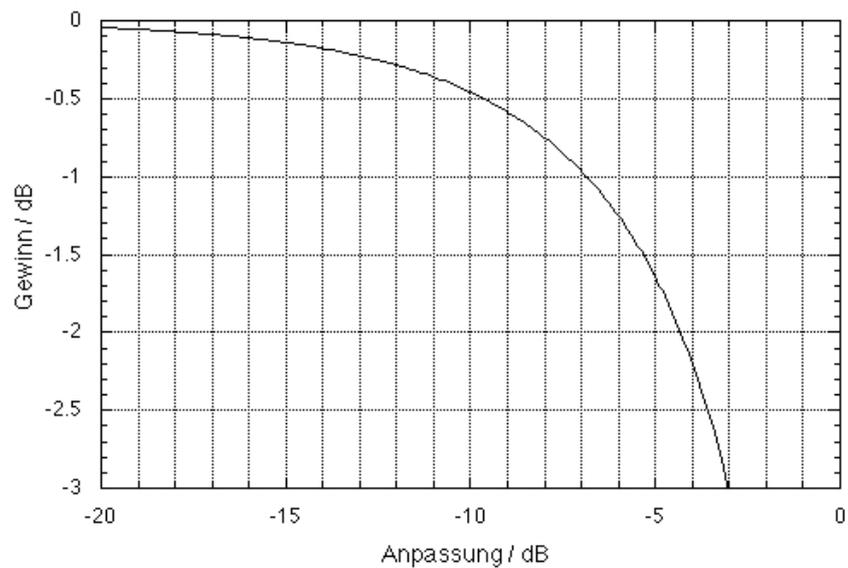


Abbildung 13.1.: Abnahme des Gewinns einer Antenne aufgrund einer Fehlanpassung am Eingang

zeichnet<sup>1</sup>. Es handelt sich um ein Maß für die Elliptizität der Polarisationsellipse. Ideale zirkulare Polarisation besitzt ein Achsenverhältnis  $AR = 1$  entsprechend  $AR = 0$  dB. Die Qualität von zirkularer Polarisation lässt sich damit quantitativ beschreiben.

Die Grenze für zirkulare Polarisation wird im allgemeinen bei einem Achsenverhältnis von 2–3 dB gezogen. Eine größere Elliptizität bedeutet eine zunehmend lineare Polarisation. Betrachtet man allerdings den Zusammenhang zwischen Polarisationsreinheit und Gewinn genauer, so stellt sich heraus, dass diese Grenze von 3 dB eher geometrische Gründe hat. Hierzu wird der Zusammenhang zwischen Polarisationsreinheit und Gewinn näher beleuchtet. Der Gewinn

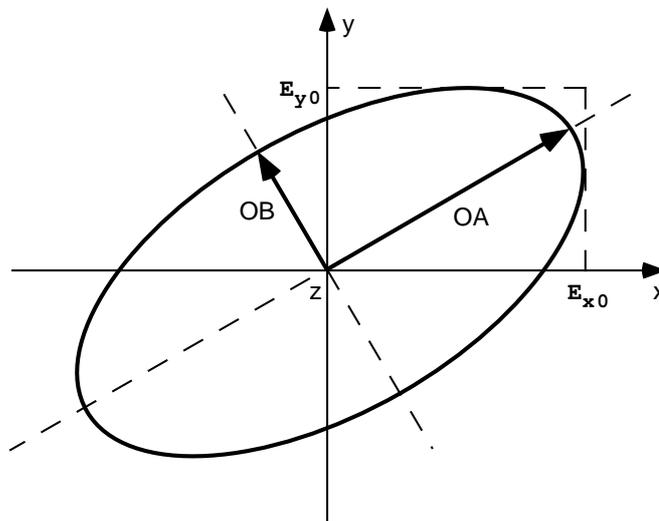


Abbildung 13.2.: Polarisationsellipse, Projektion der Raumkurve der Spitze des Vektors des elektrischen Feldes als Funktion der Zeit in eine Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung

der Antenne wird für die gewünschte Polarisationsrichtung gemessen. Jede reale Antenne strahlt auch einen Anteil der eingespeisten Leistung in der zur gewünschten Polarisation orthogonalen Polarisation ab, man spricht von Kreuzpolarisation. Dadurch entsteht ein Verlust in der Empfangsleistung, der durch den Polarisationswirkungsgrad nach (13.6) beschrieben wird.

$$\eta_{PLF} = |\vec{\rho}_W \vec{\rho}_A^*|^2 \quad (13.6)$$

<sup>1</sup>Teilweise wird in der Literatur auch der Kehrwert  $OB/OA$  als Axial Ratio bezeichnet. Eine genormte Definition existiert nicht.

Polarisationsrichtung	Vektor
horizontal	$\vec{e}_x$
vertikal	$\vec{e}_y$
rechtshändig zirkular	$\frac{e_x - j e_y}{\sqrt{2}}$
linkshändig zirkular	$\frac{e_x + j e_y}{\sqrt{2}}$

Tabelle 13.2.: Überblick der gebräuchlichsten Polarisationsrichtungsvektoren bezogen auf das in Bild 13.2 dargestellte Koordinatensystem für Ausbreitung in positive z-Richtung

Es handelt sich um das Skalarprodukt der normierten Polarisationsrichtungsvektoren der einfallenden Welle  $\vec{\rho}_W$  und der Antenne  $\vec{\rho}_A$ . Tabelle 13.2 gibt einen Überblick der gebräuchlichsten Polarisationsrichtungsvektoren bezogen auf das in Bild 13.2 dargestellte Koordinatensystem für Ausbreitung in positive z-Richtung.

Der Polarisationswirkungsgrad für eine Antenne mit Achsenverhältnis AR, auf die eine ideal rechtszirkular polarisierte Welle einfällt, berechnet sich dann zu (13.7).

$$\eta_{PLF} = \left| \left( \frac{\vec{e}_x - j\vec{e}_y}{\sqrt{2}} \right) \left( \frac{AR\vec{e}_x - j\vec{e}_y}{\sqrt{AR^2 + 1}} \right)^* \right|^2 = \left| \frac{AR + 1}{\sqrt{2(AR^2 + 1)}} \right|^2 \quad (13.7)$$

Die in Bild 13.3 dargestellte Kurve ergibt sich dann, wenn (13.7) als Funktion aufgetragen wird und zusätzlich der Polarisationswirkungsgrad in (hier negativen) Gewinn (in dB) umgerechnet wird. Abzulesen ist, wie man sich auch anschaulich überlegen kann, dass für  $AR \rightarrow \infty$ , also für lineare Polarisation, der Antennengewinn um 3 dB abnimmt, also die Hälfte der in der ankommenden Welle enthaltenen Leistung nicht aufgenommen werden kann. Der interessante Bereich aus Bild 13.3, nämlich der Bereich  $0 \text{ dB} \leq AR \leq 10 \text{ dB}$  ist in Bild 13.4 nochmals vergrößert dargestellt. Aus Bild 13.4 ist zu sehen, dass für ein Achsenverhältnis von 3 dB der Gewinnverlust 0,13 dB beträgt, für  $AR = 6 \text{ dB}$  ein Gewinnverlust von 0,45 dB auftritt und für  $AR = 10 \text{ dB}$  ein Verlust von 1,04 dB zu erwarten ist.

Ein weiterer betrachtenswerter Aspekt ist der Zusammenhang - genauer das Verhältnis - zwischen Co-Polarisation, also gewünschter Polarisationsrichtung, und Kreuzpolarisation (X-Polarisation), also der unerwünschten Polarisations-

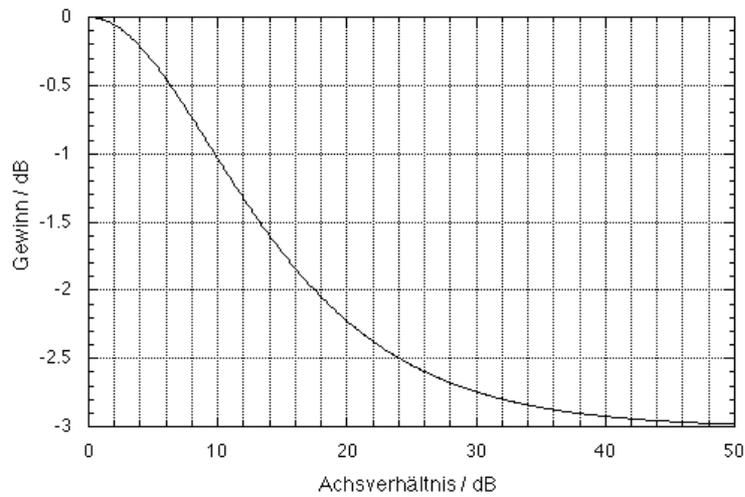


Abbildung 13.3.: Abnahme des co-polaren Gewinns einer Antenne aufgrund einer Fehlanpassung der Polarisation

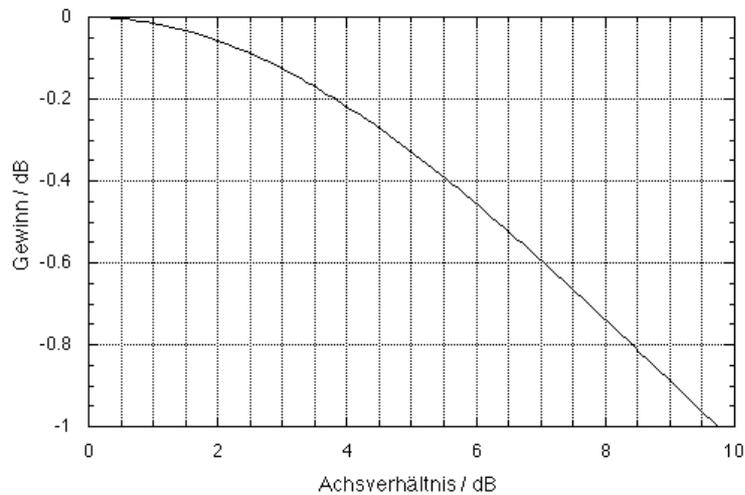


Abbildung 13.4.: Abnahme des co-polaren Gewinns einer Antenne aufgrund einer Fehlanpassung der Polarisation, Vergrößerung des Bereichs zwischen 0 dB und 10 dB Achsenverhältnis aus Bild 13.3

richtung.

Für die Herleitung wird ein zirkular polarisiertes Bezugssystem verwendet, d. h. statt linear in  $x$ - und  $y$ -Richtung polarisierten Feldstärkevektoren ( $E_x$  und  $E_y$ ) werden rechts- und linkszirkular polarisierte Feldstärkevektoren ( $E_{RHC}$  und  $E_{LHC}$ ) verwendet. O. B. d. A. wird im folgenden die rechtshändig zirkular polarisierte Feldstärke als die Co-Polarisation betrachtet, die linkshändig polarisierte Feldstärke als die Kreuzpolarisation. Entsteht nun die Polarisationsellipse in

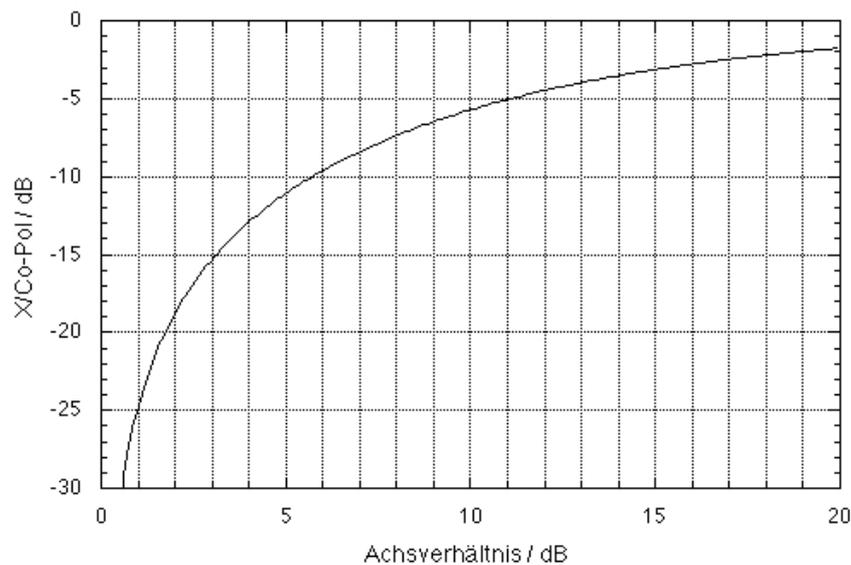


Abbildung 13.5.: Zusammenhang zwischen Kreuzpolarisationsunterdrückung und Achsenverhältnis für zirkulare Polarisation

Bild 13.2 aus diesen beiden zirkular polarisierten Wellen, dann muß sich die große Halbachse aus der konstruktiven Interferenz ergeben  $OA = E_{RHC} + E_{LHC}$  die kleine Halbachse aus der destruktiven Interferenz  $OB = E_{RHC} - E_{LHC}$ . Die Auflösung dieser beiden Gleichungen nach  $E_{RHC}$  und  $E_{LHC}$  sowie anschließende Verhältnisbildung unter Nutzung von (13.5) ergibt einen Zusammenhang zwischen dem Achsenverhältnis und dem Verhältnis zwischen Co- und Kreuzpolarisation nach (13.8).

$$\frac{E_{LHC}}{E_{RHC}} = \frac{OA - OB}{OA + OB} = \frac{AR - 1}{AR + 1} \quad (13.8)$$

Bild 13.5 zeigt den graphischen Verlauf von (13.8), wobei sowohl das Achsen-

verhältnis als auch das Verhältnis zwischen X- und Co-Polarisation in dB umgerechnet wurde.

## 13.2. Aperturbelegung und Nebenkeulendämpfung

Neben den Verlustmechanismen, die mit einem eigenen Faktor berücksichtigt werden, taucht in (13.1) auch noch die Flächen- oder Aperturausnutzung  $\eta_F$  auf. Sie wirkt zwar auch mindernd auf den Richtfaktor und damit auch auf den Gewinn, beruht jedoch nicht auf ungewollten Verlusteffekten, sondern auf gewollten Änderungen der Aperturbelegung zur Erreichung einer bestimmten Richtcharakteristik.

### 13.2.1. Belegungsfunktion und Richtcharakteristik

Die Aperturbelegung der Antenne ist über die Fouriertransformation (13.9) fest mit der Richtcharakteristik verknüpft. So ist es möglich, bei bekannter Aperturbelegung die Richtcharakteristik zu ermitteln, wie auch umgekehrt aus der Richtcharakteristik die Aperturbelegung synthetisiert werden kann.

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{k=-\infty}^{\infty} F(k) e^{-jkx} dk \quad (13.9)$$

$$F(k) = \int_{x=-\infty}^{\infty} f(x) e^{jkx} dx \quad (13.10)$$

Mit Hilfe der Fouriertransformation lässt sich somit leicht die Charakteristik einer konstant belegten Antenne ermitteln, die Fouriertransformierte einer Rechteckfunktion ist die  $\sin(x)/x$ -Funktion.

### 13.2.2. Charakteristik, Richtfaktor und Halbwertsbreite

Die Halbwertsbreite dieser konstanten Belegung ist die kleinste Halbwertsbreite, die mit der vorhandenen Apertur zu realisieren ist. Gleichzeitig ist der Richtfaktor, der nach (3.18) bzw. (13.11) aus dieser Richtcharakteristik  $C(\theta, \psi)$  berechnet werden kann, der maximal mögliche Richtfaktor  $D_{\max}$ , der mit dieser

Apertur erreicht wird.

$$D = \frac{4\pi}{\int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\psi=0}^{2\pi} (C(\theta, \psi))^2 \sin \theta \, d\theta \, d\psi} \quad (13.11)$$

Allgemein gilt, je kleiner die Halbwertsbreite, desto größer der Richtfaktor. Da der exakte Zusammenhang (13.11) für Abschätzungen zu unhandlich ist, wurden eine Reihe von Näherungsformeln entwickelt (Abschnitt 3.5), von denen (3.21) bzw. (13.12) als die am meisten realitätsnahe gilt.

$$G = \frac{26000}{\theta_{HW}^{\circ} \psi_{HW}^{\circ}} \quad (13.12)$$

Alle diese Formeln gehen von bestimmten Belegungen aus, berechnen die Richtcharakteristik nach (13.10) und entwickeln diese dann günstig in Reihen, so daß die Integration in (13.11) durchgeführt werden kann. Anschließend werden Richtfaktor und Halbwertsbreiten der Charakteristik verglichen. Der hierbei ermittelte Zahlenwert stellt den Zähler von (13.12) dar. Zusätzlich sind in (13.12) durchschnittliche Werte für die Verluste nach Abschnitt 13.1.2 berücksichtigt, weswegen dort  $G$  für Gewinn statt  $D$  für Richtfaktor steht.

### 13.2.3. Halbwertsbreite und Nebenzipfeldämpfung

Soll das Niveau der Nebenzipfel einer Antenne abgesenkt werden, so muß die Belegung der Antenne am Rand vermindert werden. Hierzu sind in Tabelle 6.2 verschiedene Belegungsfunktionen zu finden, die alle die Randbelegung mindern und damit die Nebenzipfel absenken, sie unterscheiden sich jedoch in den erreichten Werten, wie auch im genauen Aussehen der erreichten Richtcharakteristik. In Tabelle 13.3 sind einige Belegungen und deren Nebenzipfelniveau zusammengefasst. Weiterhin ist in Tabelle 13.3 die Halbwertsbreite der jeweiligen Belegungen unter Berücksichtigung der Aperturgröße  $a$  im Verhältnis zur Wellenlänge  $\lambda$  angegeben. Ein generell gültiges Verhalten ist auch hier abzulesen: Je geringer die Nebenzipfel, desto größer die Halbwertsbreite und folglich (nach (13.11) bzw. (13.12)) je kleiner der Gewinn.

### 13.2.4. Flächenwirkungsgrad

Der maximale Gewinn wird bei verlustfreier Antenne und konstanter Belegung erreicht. Dann ist  $G = D_{\max}$  nach (13.2). Der Flächenwirkungsgrad ist der Fak-

Belegung	Niveau des höchsten Nebenzipfels	Halbwertsbreite
Konstant	-13,2 dB	$50,5^\circ \lambda/a$
Cosinus	-23 dB	$68,5^\circ \lambda/a$
Cosinus <sup>2</sup>	-32 dB	$82,5^\circ \lambda/a$
Cosinus <sup>2</sup> mit -10 dB Sockel	-26 dB	$62^\circ \lambda/a$
Cosinus <sup>2</sup> mit -20 dB Sockel	-40 dB	$73,5^\circ \lambda/a$

Tabelle 13.3.: Belegungsfunktionen, deren Nebenzipfelniveau und Halbwertsbreite ( $a$  = Größe der Apertur), siehe auch Tabelle 6.3

Belegung	Flächenausnutzung
Konstant	1
Cosinus	0.81
Cosinus <sup>2</sup>	0.67
Cosinus <sup>2</sup> mit -10 dB Sockel	0.88
Cosinus <sup>2</sup> mit -20 dB Sockel	0.75

Tabelle 13.4.: Belegungsfunktionen und deren Flächenausnutzung (eindimensional), siehe auch Tabelle 6.3

tor, um den sich der Richtfaktor bzw. der Gewinn einer verlustfreien Antenne vom maximal mögliche Richtfaktor unterscheidet. Mathematisch führt dies auf (13.13), durch Auflösen von (13.2) und Einsetzen von (13.11).

$$\eta_F = \frac{D}{\left(\frac{4\pi}{\lambda^2}\right) A_{\text{geom}}} = \frac{\lambda^2}{A_{\text{geom}} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\psi=0}^{2\pi} (C(\theta, \psi))^2 \sin \theta \, d\theta \, d\psi} \quad (13.13)$$

Für die Belegungen aus Tabelle 13.3 ist die Flächenausnutzung in Tabelle 13.4 wiedergegeben. Sie beträgt zum Beispiel bei der  $\cos$ -Belegung 0.81. Zur Berechnung der Flächenausnutzung einer rechteckigen Antenne mit unterschiedlichen Belegungsfunktionen in beiden Richtungen ist dann das Produkt der Flächenausnutzung beider Belegungen zu bilden. So beträgt zum Beispiel die Flächenausnutzung einer Antenne mit konstanter Belegung in einer Richtung und  $\cos$ -förmiger Belegung in der zweiten Richtung 0.81. Ein bekannter Vertreter solcher Antennen ist das in der Messtechnik häufig verwendete Pyramidenhorn. Auch in der Flächenausnutzung spiegelt sich das Abschnitt 13.2.3 bereits ange-

sprochene Problem wieder. Werden die Nebenzipfel abgesenkt so vermindert sich der Gewinn und damit die Flächenausnutzung. Umgekehrt hat dies Auswirkungen auf die notwendige Aperturgröße bei gegebenem Gewinn und steigenden Anforderungen an die Nebenzipfel: Die notwendige Aperturgröße steigt ebenfalls an.

### Fehler in der Belegungsfunktion

Aufgrund von Toleranzen bei der Herstellung der Einzelemente in Gruppenantennen können Fehler in der Geometrie, der Position und der Orientierung auftreten. Weiterhin sind durch Toleranzen im aktivem oder passiven Speisetzwerk Fehler sowohl in der Amplitude als auch in der Phase der Belegung möglich. Alle diese Fehler führen dazu, daß Leistung aus der Hauptkeule der Richtcharakteristik auf die Nebenzipfel verteilt wird. Die Fehler selbst können systematischer oder zufälliger Natur sein. Die systematischen Fehler müssen im Rahmen der deterministischen Arraysimulation berücksichtigt werden, die zufälligen Fehler können mit Hilfe der Statistik abgeschätzt werden.

$$\sigma_{\text{Total}}^2 = \sigma_{\text{Phase}}^2 + \sigma_{\text{Amplitude}}^2 \quad (13.14)$$

Für kleine, unkorrelierte Fehler kann die Standardabweichung der Belegung  $\sigma_{\text{Total}}$  aus den Standardabweichungen der Amplitude  $\sigma_{\text{Amplitude}}$  und der Standardabweichung der Phase  $\sigma_{\text{Phase}}$  nach (13.14) berechnet werden. So ergibt sich beispielsweise für eine Standardabweichung der Amplitude von 1 dB ( $\sigma_{\text{Amplitude}} = 0.26$ ) und einer Standardabweichung der Phase von  $6^\circ \Rightarrow 0,10_{\text{sr}}$  ( $\sigma_{\text{Phase}} = 0.10$ ) die Standardabweichung der Belegung von  $\sigma_{\text{Total}}=0.28$ .

Mit Hilfe dieser Standardabweichung der Belegung kann dann sowohl die Gewinnreduktion  $G/G_0$  nach (13.15) als auch das erreichbare mittlere Nebenzipfelniveau  $SLL$  nach (13.16) berechnet werden.  $G_0$  in (13.15) und (13.16) steht jeweils für den Gewinn bei fehlerfreier Belegung.

$$\frac{G}{G_0} = \frac{1}{1 + \sigma_{\text{Total}}^2} \quad (13.15)$$

$$SLL = \sqrt{\frac{1 + \sigma_{\text{Total}}^2}{G_0}} \quad (13.16)$$

Mit den Werten aus obigen Beispiel ergibt sich eine Reduktion des Gewinns um 0,33 dB und ein erreichbares mittleres Nebenzipfelniveau von -31,6 dB für eine

Antenne mit 20 dBi Gewinn. Steigen die Fehler in der Belegung an, so ist die Wirkung auf das Nebenzipfelniveau weitaus gravierender als die Gewinnreduktion.

### 13.2.5. Antennenwirkfläche und Empfangsleistung

Zur Berechnung der Empfangsleistung  $P_E$  aus dem Antennengewinn  $G$  und der Strahlungsleistungsdichte des Wellenfeldes am Ort der Antenne  $\vec{S}$  wird das Konzept der Antennenwirkfläche verwendet. Die Antennenwirkfläche berechnet sich nach (3.23) bzw. (13.17) aus der Wellenlänge und dem Gewinn der Antenne.

$$A_W = G_i \left( \frac{\lambda^2}{4\pi} \right) \quad (13.17)$$

$$P_E = A_W \vec{S} \quad (13.18)$$

Die Empfangsleistung kann dann mit Hilfe von (13.18) und der Kenntnis der Strahlungsleistungsdichte berechnet werden.

## 13.3. Antenne mit schwenkbarer Richtcharakteristik

Nachdem in den beiden vorangegangenen Abschnitten die wichtigsten Größen für eine Antenne mit fester Richtcharakteristik diskutiert wurden, sollen in diesem Abschnitt die zusätzlichen Einflüsse beim Schwenken angesprochen werden.

### 13.3.1. Verhalten der Charakteristik beim Schwenken

Die Bilder 13.6 und 13.7 zeigen die Charakteristik ein und derselben Antenne, einmal für Strahlung nach  $0^\circ$ , der eigentlichen Hauptstrahlrichtung der Antenne, und für Strahlung nach  $30^\circ$ , also für einen Schwenk der Charakteristik um  $30^\circ$ .

Vergleicht man die Halbwertsbreite der Charakteristik in Bild 13.6 von  $10^\circ$  mit der Halbwertsbreite in Bild 13.7 von  $11,8^\circ$  so ist eine Aufweitung als Resultat des Schwenkens festzustellen. Diese Aufweitung der Charakteristik geht nach

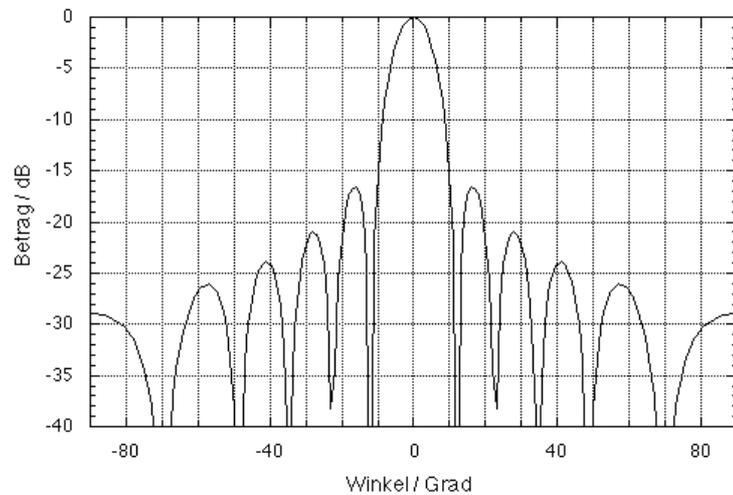


Abbildung 13.6.: Charakteristik einer quadratischen cosinusförmig mit 8 dB So-  
ckel belegten Antenne der Seitenlänge  $5,5 \lambda_0$ , die nach  $0^\circ$   
strahlt

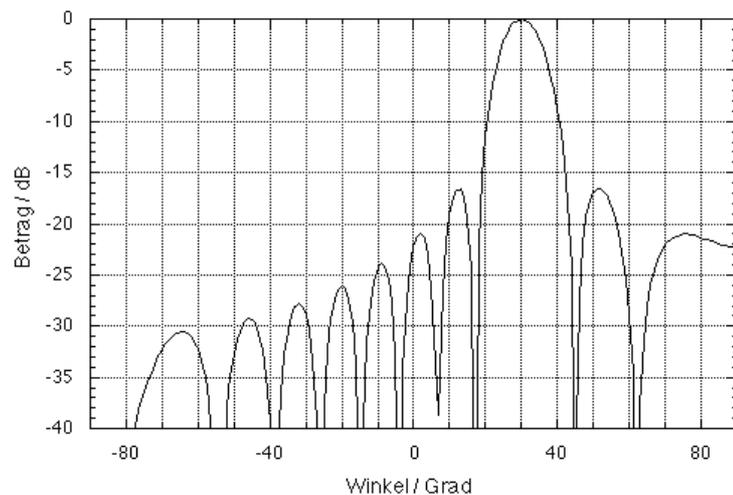


Abbildung 13.7.: Charakteristik einer quadratischen cosinusförmig mit 8 dB be-  
legten Antenne der Seitenlänge  $5,5 \lambda_0$ , die nach  $30^\circ$   
strahlt, also um  $30^\circ$  geschwenkt ist

(13.12) aus Abschnitt 13.2.2 mit einer Gewinnabnahme einher. Beide Phänomene sind auf die gleiche Ursache zurückzuführen, die Abnahme der Antennenfläche, die in die jeweilige Schwenkrichtung wirksam wird.

### Aufweitung der Charakteristik

Die Abnahme der wirksamen Fläche lässt sich mathematisch durch die Projektion der Antennenfläche auf eine Ebene orthogonal zur Schwenkrichtung darstellen und verhält sich demnach wie  $1/\cos(x)$ . Bild 13.8 zeigt die folgerichtig auftretende Aufweitung der Halbwertsbreite als Funktion des Schwenkwinkels. Die Aufweitung ist bezogen auf die Halbwertsbreite, die bei Strahlung orthogonal zur Antennenfläche erreicht werden kann. Die in den Bildern 13.6 und 13.7

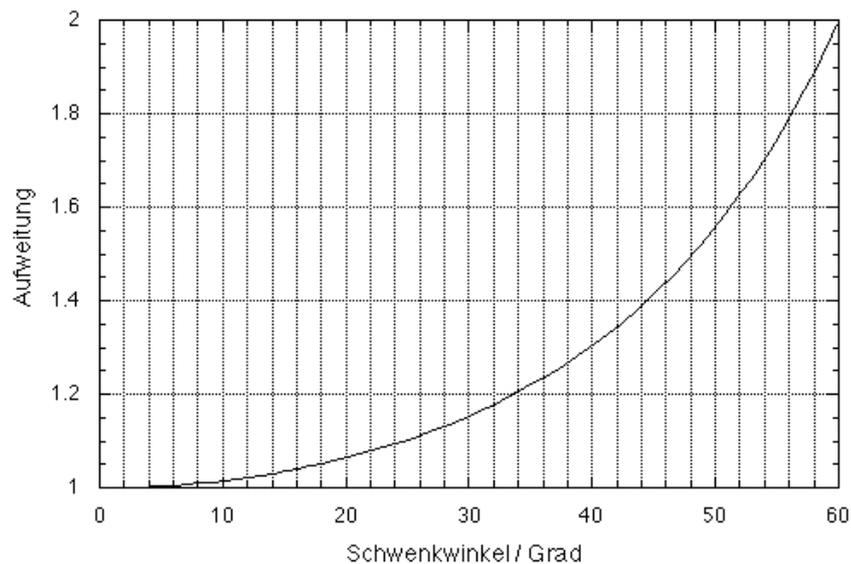


Abbildung 13.8.: Aufweitung der Halbwertsbreite, bezogen auf die Halbwertsbreite bei einer Hauptstrahlrichtung orthogonal zur Antennenfläche, als Funktion des Schwenkwinkels für eine planare Antenne

beobachtete Aufweitung von 18% für einen Schwenkwinkel von  $30^\circ$  stimmt sehr gut mit dem aus der Projektion resultierenden Wert überein.

### Gewinnreduktion

Halbwertsbreite und Gewinn sind fest miteinander verkoppelte Größen. Die aus der Abnahme der wirksamen Fläche resultierende Gewinnabnahme ist in Bild 13.9 in dB als Funktion des Schwenkwinkels dargestellt. Aus Bild 13.9 geht hervor, dass die Aufweitung der Hauptkeule um den Faktor 1.18 mit einer Gewinnabnahme von 0,62dB identisch ist.

Beide Kurven, Bild 13.8 und Bild 13.9, sind für das Schwenken planarer Antennen in jeweils einer Hauptschnittebene gültig. Werden planare Antennen in beiden Hauptschnittebenen geschwenkt, so sind die Verluste aus beiden Schwenkrichtungen, bezogen auf die Hauptschnittebenen, zu addieren (Werte in dB). Das Schwenken von phasengesteuerten Antennen auf anderen als planaren

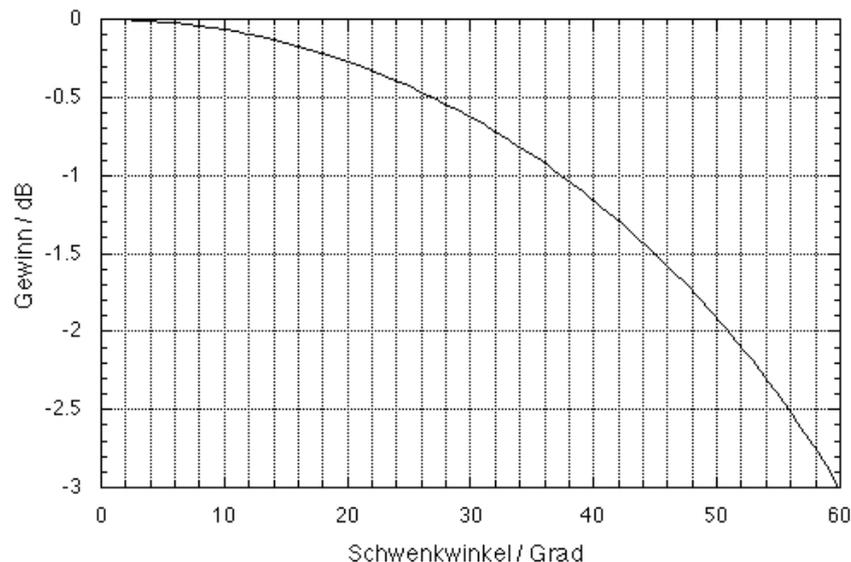


Abbildung 13.9.: Abnahme des Gewinns, bezogen auf den Gewinn bei einer Hauptstrahlrichtung orthogonal zur Antennenfläche, als Funktion des Schwenkwinkels für ein planares Array

Geometrien führt zu anderen Ergebnissen. So ergibt das Schwenken einer Charakteristik bei kugelförmiger Antennenoberfläche keinerlei Gewinnreduktion, da die projizierte Fläche einer Kugel, unabhängig von der Projektionsrichtung immer ihr Querschnitt ist. Zylindrische Antennen weisen keine Gewinnreduktion

beim Schwenken entlang der Krümmung ( $\psi$ -Richtung) auf, jedoch sehr wohl eine Abnahme des Gewinns beim Schwenken in axialer Richtung ( $\theta$ -Richtung). Für komplexere Geometrien ist für jeden Einzelfall eine eingehendere Betrachtung notwendig.

### 13.3.2. Anzahl der Beams bei schaltbarer Charakteristik

Eine Möglichkeit der Steuerung der Richtcharakteristik besteht im Umschalten zwischen räumlich fest vorgegebenen Beams mit Hilfe von Matrizen. Für die verschiedenen Eingänge werden dann am Ausgang verschiedene (Phasen-) Belegungen erzeugt, die wiederum in der Charakteristik zur Ausbildung von räumlich unterschiedlich ausgerichteten Beams führen. Eine wichtige Information zur Abschätzung der Komplexität dieser Matrizen ist die Anzahl der notwendigen Beams zur Bedeckung eines vorgegebenen Raumbereichs. Hierzu wird unter Vorgabe des Halbwertswinkels  $\alpha_{\max} = HW/2$ , der aus dem Gewinn mit Hilfe von (13.12) berechnet werden kann, der von einem Beam bedeckte Raumwinkelbereich, unter Berücksichtigung der Überdeckung mit benachbarten Beams, bestimmt.

$$\Omega_{\text{Kreis}} = \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\alpha_{\max}} \sin \theta \, d\theta d\psi = 2\pi(1 - \cos \alpha_{\max}) \quad (13.19)$$

In Bild 13.10a ist der Raumwinkel eines Beams (in Bild 13.10a die dunkel hinterlegten Flächen unter Einbeziehung des hellen Sterns) nach (13.19) berechenbar. Von diesem Wert ist die Hälfte der Fläche abzuziehen, die gemeinsam mit anderen Beams bedeckt wird. Diese Überdeckung hängt von der räumlichen Anordnung der Beams ab. In Bild 13.10a ist beispielsweise ein Szenario für  $N = 4$  Nachbarbeams dargestellt. Abzuziehen ist für  $N = 4$  also die Hälfte der in Bild 13.10a dunkel hinterlegten Fläche. Zur Berechnung dieser Fläche wird zunächst der Raumwinkelbereich des hellen Sterns nach (13.20) allgemein für  $N$  Nachbarbeams berechnet. Anschließend kann durch Differenzbildung der gewünschte mittlere Raumwinkel, der von einem Beam bedeckt wird, mit (13.24)

Beamanordnung $N$	Bedeckung eines Beams	Notwendige Anzahl
3	0.017 sr	436
4	0.021 sr	358
5	0.023 sr	316
6	0.025 sr	294
8	0.027 sr	273
12	0.028 sr	263

Tabelle 13.5.: Bedeckungsbereich eines Beams sowie notwendige Anzahl von Beams zur Bedeckung von 7.37 sr für einen Gewinn (je Beam) von 22 dBi und verschiedene Anzahl von Nachbarbeams  $N$

bestimmt werden.

$$\begin{aligned}
 \Omega_{\text{Stern}} &= N \int_{\psi=\psi_{\text{Start}}}^{\psi=\psi_{\text{Stop}}} \int_{\theta=0}^{\theta=\alpha(\psi)} \sin \theta \, d\theta \, d\psi \\
 &= N \left\{ \psi_{\text{Stop}} - \psi_{\text{Start}} - \cos(\alpha_{\text{max}} [1 - \sin(\psi_{\text{Start}})]) \int_{\psi_{\text{Start}}}^{\psi_{\text{Stop}}} \cos(\alpha_{\text{max}} \sin \psi) \, d\psi \dots \right. \\
 &\quad \left. \dots - \sin(\alpha_{\text{max}} [1 - \sin(\psi_{\text{Start}})]) \int_{\psi_{\text{Start}}}^{\psi_{\text{Stop}}} \sin(\alpha_{\text{max}} \sin \psi) \, d\psi \right\}
 \end{aligned} \tag{13.20}$$

$$\alpha(\psi) = \alpha_{\text{max}}(1 - \sin(\psi_{\text{Start}}) - \sin(\psi)) \tag{13.21}$$

$$\psi_{\text{Start}} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{N} \tag{13.22}$$

$$\psi_{\text{Stop}} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{N} \tag{13.23}$$

$$\Omega_{\text{Beam}} = \frac{\Omega_{\text{Kreis}} + \Omega_{\text{Stern}}}{2} \tag{13.24}$$

Eine grobe Abschätzung, unter Vernachlässigung der Beamaufweitung beim Scannen planarer Antennen (vgl. Abschnitt 13.3.1), ist dann durch einfache Division des Bedeckungsbereichs (berechenbar mit (13.19)) durch den aus (13.24) resultierenden mittleren Raumwinkelbereich zu erhalten. Für eine komplette azimutale Bedeckung und eine Bedeckung in der Elevation vom Zenit bis

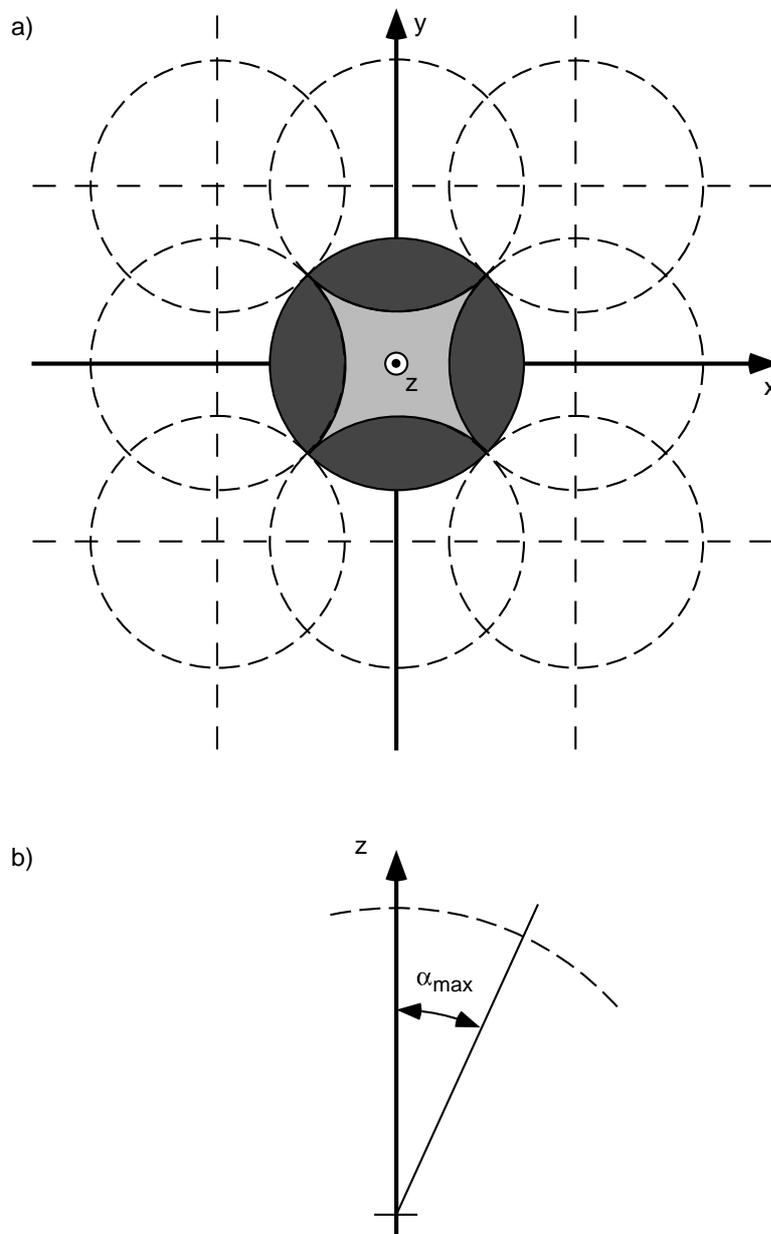


Abbildung 13.10.: Berechnung des von einem Beam abgedeckten Raumwinkelbereichs, skizziert für  $N = 4$  Nachbarbeams a) Ansicht entlang der  $z$ -Achse, b) Seitenansicht

Beamanordnung $N$	Notwendige Anzahl	4 Arrays	5 Arrays	6 Arrays	7 Arrays
3	436	109	88	73	63
4	358	90	72	60	52
5	316	79	64	53	46
6	294	74	59	49	42
8	273	96	55	46	39
12	263	66	53	44	38

Tabelle 13.6.: Anzahl der Beams pro Einzelarray, falls der gesamte Raumwinkelbereich gleichmäßig durch mehrere Arrays bedeckt wird

$10^\circ$  unter den Horizont ergibt sich ein zu bedeckender Raumwinkel von  $7,37$  sr. In Tabelle 13.5 ist für verschiedene Beamanordnungen  $N$  der mittlere Raumwinkelbereich eines Beams sowie die notwendige Anzahl von Beams zur Bedeckung von  $7,37$  sr angegeben. Der Berechnung der Anzahl notwendiger Beams liegt ein Gewinn von  $22$  dBi je Beam, und hieraus nach (13.12) ein Winkel  $\alpha_{\max} = 5,6^\circ$  zugrunde.

Wird der gesamte Raumwinkelbereich durch mehrere Arrays abgedeckt, zum Beispiel eine sog. Multiface planare Anordnung, so ist die Anzahl von Beams je Array Tabelle 13.6 zu entnehmen.

### 13.3.3. EIRP und Leistungsdichte in der Apertur

Die Leistung, die die Antenne abstrahlen soll, muss irgendwo erzeugt und den Elementen zugeführt werden. Oft ist die „Effective Isotropic Radiated Power“, also die auf eine ideale Punktquelle bezogene abgestrahlte Leistung, spezifiziert. Hieraus kann, mit Hilfe des isotropen Antennengewinns, die notwendige Leistung in der Apertur nach (13.25) bestimmt werden.

$$EIRP_{RHCP} = G P_{\text{Apertur}} \quad (13.25)$$

Auflösen von (13.25) nach  $P_{\text{Apertur}}$  und Division durch die Antennenwirkfläche nach (13.17) führt auf (13.26), was gleichzeitig die maximale Leistungsdichte in der Apertur darstellt.

$$\frac{P_{\text{Apertur}}}{A_W} = \frac{EIRP_{RHCP}}{G^2} \left( \frac{4\pi}{\lambda^2} \right) \quad (13.26)$$

Max. Schwenkwinkel	max. Elementabstand	Leistung pro Element
30°	$0,66\lambda_0 \rightarrow 0,119 \text{ m}$	0,44 W
45°	$0,58\lambda_0 \rightarrow 0,105 \text{ m}$	0,34 W

Tabelle 13.7.: Maximale Elementabstände und resultierende Leistungen pro Element für ein planares Array, das 33 dBW *EIRP* abstrahlt (für 2 maximale Scanwinkel)

Für die z.B. für eine INMARSAT-Antenne spezifizierte EIRP des Datenkanals von 33 dBW (=2000 W), einen Gewinn der Antenne von 22 dBi und der maximalen Sendefrequenz von 1660,5 MHz ( $\lambda_0 = 0,1805 \text{ m}$ ) ergibt sich ein Wert von  $30,8 \text{ W/m}^2$  als notwendige Leistungsdichte in der Apertur. Zur Umrechnung der Leistungsdichte auf die Leistung, die jedem Element einer Gruppenantenne zugeführt werden muss, ist die Kenntnis der geometrischen Verteilung der Strahlerelemente auf der Apertur notwendig. Für planare Arrays können hierzu die maximalen Elementabstände, wie sie aus dem maximalen Schwenkwinkel nach Abschnitt 13.5.2 resultieren, verwendet werden. Tabelle 13.7 gibt für die beiden maximalen Schwenkwinkel  $\theta_0 = 30^\circ$  und  $\theta_0 = 45^\circ$  die resultierenden Abstände sowie Leistungen an. Zur Berechnung der im Endverstärker aufzubringenden Leistungen sind die Leitungs- und Einfügungsdämpfungen der passiven Komponenten wie Duplexer etc. zwischen Antenne und Endverstärker zusätzlich zu berücksichtigen.

Neben der maximalen Leistung ist die über die Apertur notwendige Dynamik von Interesse. Diese Dynamik kann direkt aus der Belegungsfunktion ermittelt werden, sobald diese Funktion bekannt ist (vgl. Abschnitt 13.2).

## 13.4. Systemrauschen

Die Detektierbarkeit (rauschfreie Wiedergabe bei analogen Signalen und Bitfehlerrate bei digitalen Signalen) eines Empfangssignals ist vom sogenannten Signal-zu-Rausch-Verhältnis (S/N) am Eingang des Detektors abhängig. Das bedeutet, dass nicht nur die empfangene Signalleistung (Nutzsignal + Rauschen) für einen zuverlässigen Empfang verantwortlich ist, sondern auch der in ihr enthaltene Anteil der störenden Rauschleistung. Die am Detektor ankommende Leistung des Nutzsignals hängt von der Sendeleistung, Funkfelddämpf-

fung, Antennengewinnen und Verstärkung des Empfängers ab. Zum Nutzsignal kommt jedoch in der Praxis immer das Rauschen hinzu. Zu den wichtigsten Rauschquellen in einem Empfangssystem gehören:

- von der Antenne empfangenes Hintergrundrauschen (Rauschen von externen Rauschquellen wie Sonne, Erde und anderen nahen sowie weit entfernten kosmischen Objekten);
- von der Antenne empfangenes Rauschen emittiert von technischen Systemen auf der Erde und im Weltraum, sog. "man made noise";
- eigenes thermisches sowie von außerhalb induziertes Rauschen der aktiven und passiven Komponenten des Empfangssystems.

### 13.4.1. Rauschtemperatur

Ein ohmscher Widerstand  $R$ , als diskretes Bauelement, der auf die Umgebungstemperatur  $T_R$  aufgeheizt ist, liefert in einer Bandbreite von  $B$  folgende Rauschleistung:

$$P_R = kT_R B \quad (13.27)$$

In dieser sogenannten Nyquist-Gleichung ist  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K die Boltzmann Konstante, eine Naturkonstante. Die Temperatur  $T$  wird dabei in Kelvin ( $0 \text{ K} = -273^\circ\text{C}$ ) angegeben und als Rauschtemperatur bezeichnet. Die Rauschleistung von vielen anderen Bauelementen ist ebenfalls proportional zu der physikalischen Umgebungstemperatur und der Bandbreite  $B$ , daher ist es üblich, die von einem Bauelement  $x$  erzeugte Rauschleistung in der gleichen Form darzustellen:

$$P_x = kT_x B \quad (13.28)$$

Im Allgemeinen kann die Rauschtemperatur  $T$  von elektronischen Bauelementen sehr stark von der physikalischen Umgebungstemperatur abweichen und liegt im Bereich zwischen ein paar Kelvin und mehreren Tausend Kelvin. Die Rauschtemperatur repräsentiert also die Rauschleistung und hat in vielen Fällen mit der Umgebungstemperatur nichts außer der Messeinheit Kelvin zu tun. Außerdem muss die Rauschtemperatur  $T$  konstant über der Bandbreite  $B$  sein bzw. den Mittelwert derselbigen darstellen.

### 13.4.2. Rauschtemperatur einer Kettenschaltung

Bei einer Kettenschaltung (serieller Schaltung) von mehreren aktiven bzw. passiven und verlustbehafteten Bauelementen muss berücksichtigt werden, dass die nachfolgenden Kettenglieder die Rauschleistung von den davor stehenden Elementen verstärken bzw. dämpfen. Hier ist ein Beispiel für Ausgangsleistung von drei in Serie geschalteten Bauelementen mit den Leistungsübertragungsfaktoren  $G_i$ :

$$\begin{aligned} P_{1,2,3} &= P_1 G_1 G_2 G_3 + P_2 G_2 G_3 + P_3 G_3 \\ &= k(T_1 G_1 G_2 G_3 + T_2 G_2 G_3 + T_3 G_3) \Delta f = k T_{1,2,3} \Delta f \end{aligned} \quad (13.29)$$

mit

$$T_{1,2,3} = T_1 G_1 G_2 G_3 + T_2 G_2 G_3 + T_3 G_3 \quad (13.30)$$

Hierbei wird mathematisch angenommen, dass das Rauschen "vor" dem rauschenden Element entsteht und von ihm selbst verstärkt ( $G_i > 1$ ) bzw. gedämpft ( $G_i < 1$ ) wird.

### 13.4.3. Systemrauschtemperatur eines Satelliten-Empfängers

Um unterschiedliche Empfangssysteme miteinander vergleichen zu können, ist es in der Praxis üblich, die Rauschtemperatur auf eine bestimmte Schnittstelle zu beziehen. So versteht man z.B. unter Systemrauschtemperatur die Rauschtemperatur eines Empfängers bezogen auf den Eingang des ersten LNA (Low Noise Amplifier). Jedes haushaltsübliche TV-Satellitenempfangssystem besteht mindestens aus einer Parabolantenne, einem LNB (Low Noise Amplifier & Converter Block) und einem analogen bzw. digitalen Receiver. Die Parabolantenne ist in ihrem Brennpunkt über einen kurzen Hohlleiter an den LNB angeschlossen. Der LNB ist weiter mit einem langen Koaxialkabel mit dem Receiver verbunden. Bezogen auf den Eingang des LNB ergibt sich für die Systemrauschtemperatur:

$$T_{sys} = T_{Ant} G_{HL} + T_{HL} G_{HL} + T_{LNB} + \frac{T_K}{G_{LNB}} + \frac{T_R}{G_{LNB} G_K} \quad (13.31)$$

Ein Beispiel für einen handelsüblichen Satellitenempfänger:

$T_{Ant} = 40 \text{ K}$	- Antennenrauschtemperatur
$T_{HL} = 32 \text{ K}$	- Hohlleiterrauschtemperatur
$T_{LNB} = 80 \text{ K}$	- Rauschtemperatur des LNB
$T_K = 30000 \text{ K}$	- Rauschtemperatur des Koaxialkabels
$T_R = 2000 \text{ K}$	- Receiver-Rauschtemperatur
$G_{HL} = 0,9$ (-0,46 dB)	- Hohlleiterübertragungskoeffizient (Dämpfung)
$G_{LNB} = 100000$ (50 dB)	- LNB-Gewinn (Verstärkung)
$G_K = 0.01$ (-20 dB)	- Kabeldämpfung

Daraus ergibt sich:  $T_{sys} = 36 + 28,8 + 80 + 0.3 + 2 = 147,1 \text{ K}$ .

Wie man sieht, sind dank der hohen Verstärkung des LNB die Beiträge des stark rauschenden Kabels sowie des Receivers zur Systemrauschtemperatur sehr gering.

#### 13.4.4. Antennenrauschtemperatur

Auffällig in der Formel 13.31 für  $T_{sys}$  ist, dass die Antennenrauschtemperatur  $T_{Ant}$  nicht mit dem Antennengewinn multipliziert wird. Dies liegt daran, dass  $T_{Ant}$  immer auf den Antennenausgang und nicht den Eingang bezogen wird. Sie besteht aus zwei Komponenten:

$$T_{Ant} = T_A + T_{AP} \quad (13.32)$$

mit  $T_A$  als Anteil der Antennenrauschtemperatur, der durch externe Rauschquellen verursacht wird und  $T_{AP}$  als der Anteil der Antennenrauschtemperatur, der durch thermisches Rauschen in der Antenne selbst entsteht. Dieser Anteil berechnet sich direkt aus dem Wirkungsgrad  $\eta$  der Antenne zu

$$T_{AP} = \left( \frac{1}{\eta} - 1 \right) T_P \quad (13.33)$$

mit  $T_P$  der physikalischen Temperatur der Antenne.

Der Anteil der Antennenrauschtemperatur  $T_A$  kann nach [Bal05], [ZB95] mit Hilfe von (13.34) berechnet werden. Hierin ist  $T_H$  die Rauschtemperatur des Hintergrundes,  $G$  der Antennengewinn und  $C$  die Richtcharakteristik der Antenne.

$$T_A = \frac{G}{4\pi} \oint_{4\pi} C^2(\theta, \psi) T_H(\theta, \psi) d\Omega \quad (13.34)$$

Zwei Sonderfälle sind interessant. Im ersten Fall sei eine stetige, sich nur schwach mit  $\theta$  und  $\psi$  ändernde Hintergrundrauschtemperatur im Bereich der

Hauptstrahlrichtung der Antenne angenommen. Dann kann  $T_H$  als konstanter Faktor vor das Integral in (13.34) gezogen werden. Das verbleibende Integral kann unter Annahme eines hohen Wirkungsgrades ( $G \approx D$ ) und unter Ausnutzung von (3.10) zu (13.35) berechnet werden.

$$T_A = \frac{T_H}{4\pi} G \underbrace{\oint_{4\pi} C^2(\theta, \psi) d\Omega}_{4\pi} = T_H \quad (13.35)$$

Den zweiten Sonderfall stellt eine quasi diskrete Rauschquelle der Temperatur  $T_H$  in einem engen Raumwinkelbereich  $\Omega_H$  dar. Die sonstige Hintergrundstrahlung sei zu vernachlässigen. Der äquivalente Raumwinkel  $\Omega_{Ant} = 4\pi/G$  der Antenne sei größer als  $\Omega_H$ . Bei Ausrichtung der Antenne auf die Rauschquelle kann die Antennenrauschtemperatur nach (13.36) berechnet werden.

$$T_A = T_H \frac{\Omega_H}{\Omega_{Ant}} \quad (13.36)$$

Ein Beispiel für eine solche diskrete Rauschquelle ist die Sonne, bei der  $\Omega_H = 6,5 \cdot 10^{-5}$  sr ist. Die Rauschtemperatur der Sonne liegt bei ca. 10 000 K. Außerhalb der Atmosphäre, auf der Satellitenlaufbahn, ergibt sich somit mit  $\Omega_{Ant} = 0,08$  sr eine Antennenrauschtemperatur von 8,2 K.

Der erste Fall ist damit der interessantere. Für eine Ausrichtung der Antenne auf den Himmel ergibt sich eine Rauschtemperatur von ca. 10 K aufgrund des kosmischen Hintergrundrauschens, für Ausrichtung der Antenne entlang der Erde (Blickrichtung horizontal) ergibt sich eine Rauschtemperatur von ca. 200 K.

### 13.4.5. Verhältnis G/T

Die für das Systemdesign wichtige Größe ist das Verhältnis von Antennengewinn zur Systemrauschtemperatur G/T, da dieses einen maßgeblichen Einfluss auf das Signal-zu-Rausch-Verhältnis hat. Da die Systemrauschtemperatur sich auf den Eingang des LNB bzw. den Ausgang des Hohlleiters bezieht, soll auch der Gewinn der Antenne auf den Ausgang des Hohlleiters bezogen angegeben werden. Für einen Gewinn von 40 dBi (=10000) und eine Rauschtemperatur von 147,3 K ergibt sich:

$$10000/147,3 \text{ K} = 67,98 \frac{1}{\text{K}} \quad (13.37)$$

In logarithmischer Darstellung ergibt sich:

$$G/T = 10 \log_{10}(67,98) = 18,3 \text{ dB/K} \quad (13.38)$$

Es wird zwar das gesamte  $G/T$ -Verhältnis logarithmiert, jedoch wird üblicherweise als Messeinheit die Bezeichnung dB/K verwendet.

### 13.4.6. Radom

Zum Schutz der Antenne gegenüber Umwelteinflüssen ist eine Abdeckung der Antenne ein sog. Radom notwendig. Diese Abdeckung sollte elektrisch so verlustarm wie möglich und gleichzeitig mechanisch so stabil wie möglich sein. Es gibt im wesentlichen zwei elektrische Verlustmechanismen:

- Die Reflexion der Leistung an der Innenseite des Radoms und unter Umständen an den weiteren Schichtgrenzen für mehrlagige Radome, sowie
- die Verluste beim Durchgang der Welle durch das Radom.

Für phasengesteuerte Gruppenantennen ist insbesondere der erste Verlustmechanismus kritisch. Für große Schwenkwinkel des Arrays treten am Radommaterial starke Reflexionen und unter Umständen geführte Wellen auf. Dieser Umstand muss durch geeignete Schichtung von Materialien bzw. Aufbaumaßnahmen unbedingt vermieden werden. Hierfür werden in der Literatur das sog. Wide-Angle-Impedance-Matching (WAIM) oder die Frequency-Selective-Surfaces (FSS) angeboten. Trotzdem muss mit Durchgangsdämpfungen zwischen 0,1 dB und 0,5 dB für mehrlagige Radome gerechnet werden.

## 13.5. Die Gruppenantenne

Die planare Gruppenantenne stellt eine besondere Art der planaren Antenne dar. Die Belegungsfunktion ist hier nicht kontinuierlich über die Apertur verteilt, sondern bedingt durch die Anordnung der Strahlerelemente in einem Gitter, an diesen Gitterstellen quasi abgetastet. Dies führt zu dem Problem der Digitalisierung in Zusammenhang mit der Fouriertransformation: Aliasing, oder in der Antennenterminologie Grating-Lobes. Bevor auf diese Effekte eingegangen wird, wird generell der Einfluß des Gruppenfaktors und des Elementfaktors kurz erläutert werden.

### 13.5.1. Gruppeneigenschaften: Eine Kombination aus Elementeigenschaften und Gruppenfaktor

Beim Aufbau von Gruppenantennen spielt neben der Größe der Antenne und der Anordnung der Strahlerelemente in der Gruppe auch das Strahlerelement selbst eine wesentliche Rolle. Insbesondere die Strahlungseigenschaften des Elements sind für die Leistungsfähigkeit der Gesamtantenne wichtig. Die leitungsseitigen Eigenschaften des Einzelelements (Anpassung, Verkopplung) bilden den Ausgangspunkt für den Entwurf des Speisesystems.

#### Multiplikation der Charakteristiken

Für planare Gruppenantennen lässt sich die Charakteristik der Gesamtantenne (näherungsweise) in Elementfaktor, Untergruppenfaktor und Gruppenfaktor zerlegen. Die Gesamtbelegung der Antenne berechnet sich aus der Faltung der drei Einzelbelegungen im Ortsbereich. Dieser Faltung im Ortsbereich entspricht nach den Gesetzen der Fouriertransformation eine Multiplikation im Wellenzahlbereich. Die Charakteristik setzt sich also nach (13.39) multiplikativ aus den drei Faktoren Einzelelement-Charakteristik, Untergruppen-Charakteristik und dem Gruppenfaktor zusammen.

$$C(\theta, \psi)_{\text{Gesamt}} = C(\theta, \psi)_{\text{Gruppe}} C(\theta, \psi)_{\text{Untergruppe}} C(\theta, \psi)_{\text{Element}} \quad (13.39)$$

Falls die Untergruppenanordnung bekannt ist oder keine Untergruppen gebildet werden, kann die notwendige Gruppencharakteristik aus der zu erreichenden Gesamtcharakteristik und der Elementcharakteristik mit Hilfe von (13.39) berechnet werden. An den Nullstellen einer der drei Charakteristiken ergeben sich für die anderen zwei Charakteristiken entsprechende Freiheitsgrade.

Weiterhin folgt aus der Möglichkeit die Charakteristik in Faktoren zu zerlegen die Tatsache, dass sich auch der Gewinn in Faktoren zerlegen lässt. Der Gesamtgewinn ist ebenfalls ein Produkt, nämlich aus den Gewinnen des Gruppenfaktors, des Untergruppenfaktors und des Einzelements.

Im allgemeinen sind die Raumrichtungen der Maxima aller beteiligter Charakteristiken identisch, so dass in Hauptstrahlrichtung normalerweise keine getrennte Behandlung der Untergruppen erfolgen muss. Beim Schwenken einer solchen Gruppe treten jedoch, wie in Abschnitt 13.5.2 und 13.5.3 beschrieben wird, zu-

sätzliche Effekte auf, die bei der Bildung der Untergruppen neben speisetechnischen Gesichtspunkten zu berücksichtigen sind.

### **Polarisationsreinheit des Einzelements**

Die Polarisationsreinheit und damit die Polarisationsanpassung nach Abschnitt 13.1.4 wird im wesentlichen durch das Einzelement bestimmt. Aufgrund seiner Konstruktion, insbesondere aufgrund von Unsymmetrien im Aufbau, strahlt es sowohl die gewünschte Polarisation (Co-Polarisation) als auch die hierzu orthogonale Polarisation (X-Polarisation) ab. Die entstehende Polarisation der Antenne ist dann, wie die Charakteristik auch, das Produkt der Interferenz aller beteiligter Einzelemente.

Nun sind die Randbedingungen, hauptsächlich die Verkopplungen zwischen benachbarten Elementen, die die verschiedenen Einzelemente in einer Gruppenantenne vorfinden, nicht überall gleich. Es gibt zentrale Elemente, Randelemente und Eckelemente. Die Abstrahlung der Elemente an diesen Positionen ist wiederum jeweils verschieden von der Abstrahlung eines isolierten Einzelements. Eine einzelne Optimierung jedes einzelnen Elements innerhalb der Gruppenantenne scheidet schon aus zeitlichen Gründen aus. So ist die Polarisationsreinheit der Gruppe in aller Regel schlechter als die Polarisationsreinheit des isolierten Einzelements.

Es existieren zwei Ausnahmen von dieser Regel. Die Erste ist die aktive Polarisationskontrolle, bei der für jedes Element oder zumindest für jede Untergruppe die abgestrahlte Polarisation getrennt eingestellt werden kann. Dies erfordert auf Elementebene oder auf Untergruppenebene die Möglichkeit zwei orthogonale Polarisierungen nach Betrag und Phasenlage zu kontrollieren, also zwei Anregungskoeffizienten statt einem einzigen. Weiterhin müssen die optimalen Koeffizientenpaare in Abhängigkeit von der Frequenz, der gewünschten Polarisation und der Raumrichtung zum Beispiel durch vorherige Messung und Speicherung bekannt sein. Die Komplexität der Antenne wächst also, falls von dieser Möglichkeit Gebrauch gemacht wird. Die zweite Möglichkeit, und damit Ausnahme von der oben zitierten Regel, ist die Optimierung der Anordnung dahingehend, daß sich die Kreuzpolarisationsanteile der einzelnen Elemente, die aufgrund von Unsymmetrien entstanden sind, im Fernfeld der Antenne in bestimmten Richtungen auslöschen. Diese Technik ist als „Sequential Rotation“ bekannt und funktioniert sehr gut für eine Optimierung der Polarisationsreinheit

in und in nächster Umgebung um die Hauptstrahlrichtung. Diese Möglichkeit erhöht ebenfalls die Komplexität der Ansteuerung, jedoch bleibt sie unter der Komplexität der aktiven Polarisationskontrolle, erreicht aufgrund der räumlichen Begrenzung aber auch nicht deren Güte.

### **Eingangsreflexionsfaktor des Einzelements**

Die Eingangsimpedanz des Einzelements bildet den Ausgangspunkt für den Entwurf des Speisernetzwerks. Doch, wie bereits bei der Polarisationsreinheit im vorangegangenen Abschnitt, unterscheidet sich die Eingangsimpedanz des isolierten Einzelements von der Eingangsimpedanz des Elements in der Gruppe, je nach Einbauort in der Gruppe. Die Veränderung der Eingangsimpedanz vom isolierten Element zum Element in der Gruppe resultiert aus der Verkopplung der verschiedenen Elemente der Gruppe untereinander. Ein Vergleich des Verlaufs der Eingangsimpedanz des isolierten Elements und der sog. „embedded impedance“ ergibt eine Verschiebung des Bereichs guter Anpassung hin zu höheren Frequenzen. Der Betrag dieser Verschiebung hängt sowohl von den Materialien wie auch von der Geometrie der Einzelemente ab.

Der Eingangsreflexionsfaktor eines Einzelements wird daher zunächst für ein isoliertes Einzelement konzipiert und später auf die Verhältnisse im Array optimiert. Eine Verbesserung der Anpassung kann nun auf 2 Arten erreicht werden. Zum einen kann die Eingangsimpedanz des Elements günstig gewählt werden, also je nach Speisetechnik reell zwischen  $20\ \Omega$  und  $100\ \Omega$ . Diese Impedanzen lassen sich verhältnismäßig gut im Speisernetzwerk „weiterverarbeiten“. Zum anderen kann ein Anpassnetzwerk in das Antennenspeisernetzwerk integriert werden. Dies kostet allerdings Platz, der häufig aufgrund des Abstandes zwischen den Arrayelementen nicht vorhanden ist.

### **Auswirkungen auf die Gruppenantenne**

In den vorangehenden Abschnitten wurden die Einflüsse des Einzelements auf das Verhalten der Gruppenantenne vorgestellt. Insbesondere wurde mit (13.39) in Abschnitt 13.5.1 das Prinzip der Charakteristik-Multiplikation erläutert. Bild 13.11 zeigt dieses Prinzip in anschaulicher Weise. Dargestellt ist der Gruppenfaktor des Arrays bestehend aus 10 Elementen im Abstand  $0.52\lambda_0$  mit einer Tschebyscheff-Belegung für -20 dB Nebenzipfeldämpfung, der Element-

faktor, eine zirkular polarisierte aperturgekoppelte Streifenleitungsantenne, sowie deren Produkt: Die Charakteristik der Gesamtantenne. Deutlich ist für betragsmäßig große Winkel der Einfluß des Elementfaktors zu erkennen. Er bewirkt eine zusätzliche Absenkung der Nebenzipfel. Die Halbwertsbreite (engl.: Half Power Beamwidth HPBW) des nach  $0^\circ$  strahlenden Arrays beträgt  $10,5^\circ$ .

Bild 13.12 zeigt zum Vergleich die um  $45^\circ$  geschwenkte Charakteristik, die sich wieder aus Gruppenfaktor und Elementfaktor zusammensetzt. Da die Maxima des Gruppenfaktors und des Elementfaktors hier nicht übereinstimmen, treten zwei für das Schwenken typische Effekte auf:

- Der Gewinn der Antenne nimmt gemäß der Einzelementcharakteristik als Hüllkurve mit zunehmendem Schwenkwinkel ab. In Bild 13.12 beträgt diese Abnahme 3,6 dB.
- Das Nebenzipfelniveau (bezogen auf das Strahlungsmaximum) steigt an. Der genaue Betrag des Anstiegs hängt von der vorliegenden Charakteristik bzw. der Belegung der Gruppe ab. Für konstante Nebenzipfeldämpfung (Tschebyscheff-Belegung) werden die Nebenzipfel Richtung  $0^\circ$  nicht gedämpft, die Hauptkeule hingegen nimmt gemäß der Einzelementcharakteristik ab. Hier ist der Anstieg der Nebenzipfel identisch mit der Abnahme des Gewinns aufgrund der Einzelementcharakteristik. Gleiches gilt für Charakteristiken deren höchste Nebenzipfel nicht mit der ersten Nebenkeule identisch sind. Für Pattern dagegen, deren höchster Nebenzipfel mit der ersten Nebenkeule identisch ist, kann der Anstieg des Nebenzipfelniveaus geringer ausfallen. So beträgt hier der tatsächliche relative Anstieg der Nebenzipfel 3,6 dB.

In beiden Bildern ist der bereits in Abschnitt 13.5.1 beschriebene Effekt sichtbar, daß das Einzelement für betragsmäßig große Winkel zu einer starken Nebenzipfeldämpfung führt. Eine hohe spezifizierte Nebenzipfeldämpfung im Bereich größer  $70^\circ$  stellt damit keine allzu hohe Anforderung an das Design dar. Umgekehrt bringt eine Erniedrigung der spezifizierten Nebenzipfeldämpfung in diesem Winkelbereich keine nennenswerte Erleichterung.

### 13.5.2. Grating-Lobes und Elementabstand

Eine wichtige Größe für den Entwurf planarer Arrays ist der Abstand der Einzelemente untereinander. Dieser Abstand muss mindestens so groß gewählt

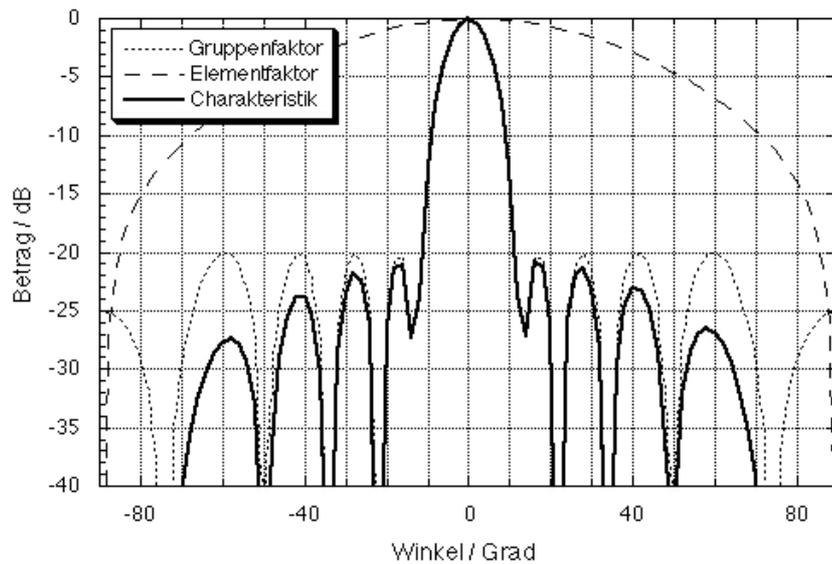


Abbildung 13.11.: Charakteristik des Einzelements, Gruppenfaktor (Tschebyscheff-Belegung mit -20 dB Nebenzipfeldämpfung, 10 Elemente mit Abstand  $0.52 \lambda_0$ ) und resultierende Charakteristik der Gesamtantenne

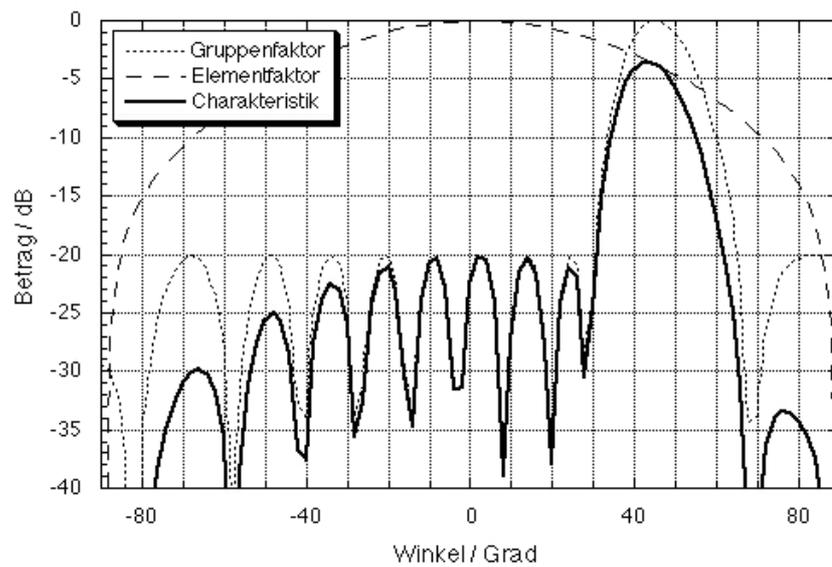


Abbildung 13.12.: Charakteristik des Einzelements, Gruppenfaktor (Tschebyscheff-Belegung mit -20 dB Nebenzipfeldämpfung, 10 Elemente mit Abstand  $0.52\lambda_0$ ) und resultierende Charakteristik der Gesamtantenne für eine um  $45^\circ$  geschwenkte Hauptkeule

werden, so dass sich benachbarte Elemente nicht berühren. Darüber hinaus gilt die Faustregel, dass mit wachsendem geometrischen Elementabstand die Verkopplung der Einzelemente untereinander abnimmt. In so fern erscheint es wünschenswert, den Elementabstand so groß wie möglich zu machen.

Wird jedoch der Elementabstand  $d/\lambda_0$  für eine beliebige Frequenz innerhalb der Bandbreite der Antenne größer als 1, so treten neben der gewünschten Hauptkeule (mindestens eine) weitere Hauptkeule(n), sog. Grating-Lobes, auf. Damit lautet die Bedingung für den Elementabstand eines planaren Arrays mit Hauptstrahlrichtung orthogonal zur Antennenfläche  $d/\lambda_0 \leq 1$ . Das Gleichheitszeichen läßt eine Grating-Lobe bei  $90^\circ$  zu, die jedoch durch die Charakteristik des Einzelements, wie in Abschnitt 13.5.1 erläutert, zumindest teilweise unterdrückt wird.

Soll die Charakteristik zusätzlich geschwenkt werden, verschärft sich die Bedingung für den Elementabstand zu (13.40), die gewährleistet, daß im Bereich  $\pm\theta_0$  keine Grating-Lobes auftreten. Für  $\lambda_0$  ist die obere Grenzfrequenz der Antenne zu verwenden, um zu gewährleisten, daß die Bedingung (13.40) für alle Frequenzen eingehalten wird.

$$\frac{d}{\lambda_0} < \frac{1}{1 + |\sin \theta_0|} \quad (13.40)$$

Wie bereits für den nicht-geschwenkten Fall mit  $d/\lambda_0 = 1$  erlaubt (13.40) das Auftreten der Grating-Lobe bei  $90^\circ$  für einen Schwenkwinkel von  $\pm\theta_0$ . Eine etwas strengere - leider jedoch von der Anzahl der Elemente in Schwenkrichtung  $N$  abhängige - Bedingung ist (13.41). Hier wird erreicht, dass für einen Schwenkwinkel von  $\pm\theta_0$  genau die Nullstelle vor der Grating-Lobe bei  $90^\circ$  erscheint. Mit dieser Bedingung kann also auf die Grating-Lobe unterdrückende Eigenschaft des Einzelements verzichtet werden.

$$\frac{d}{\lambda_0} < \frac{N-1}{N} \frac{1}{1 + |\sin \theta_0|} \quad (13.41)$$

Bild 13.13 zeigt die maximal zulässigen Abstände als Funktion des maximalen Schwenkwinkels nach (13.40) und (13.41) für verschiedene Anzahl von Elementen  $N$  im linearen Array.

Sowohl (13.40) als auch (13.41) gelten für ein rechteckiges Gitter, d. h. die Strahler-elemente sind auf einem rechtwinkligen Gitter an den Kreuzungsstellen der Gitterlinien angeordnet. Der Flächenbedarf jedes Elements ist  $d^2$ . Die Literatur kennt weitere Gitter für planare Gruppenantennen. So können mit einem

hexagonalen Gitter, wo jedes Element eine Fläche von  $2d^2/\sqrt{3}$  belegt, 15% der Elemente im Vergleich zu einem rechteckigen Gitter eingespart werden.

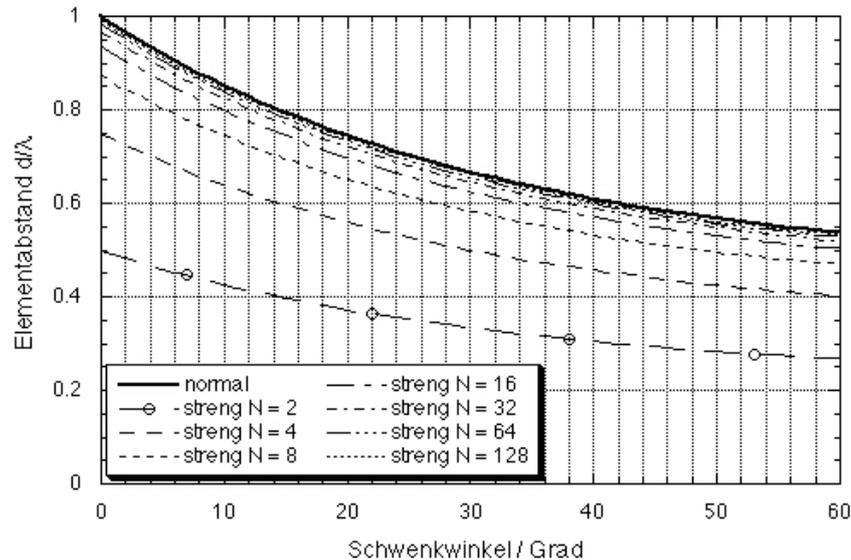


Abbildung 13.13.: Notwendiger Elementabstand als Funktion des Grating-Lobe freien Schwenkbereichs für ein rechteckiges Gitter

### 13.5.3. Quantisierungskeulen und Untergruppengröße

Zur Reduzierung der aktiven Komponenten im Speisetzwerk oder zur Reduzierung des Steueraufwandes im Array ist es möglich, mehrere Einzelstrahler zu Untergruppen, sog. Subarrays, zusammenzufassen. So ist es in großen, breitbandigen Arrays üblich, die Schwenkung der Charakteristik durch Zeitverzögerungsleitungen auf Arrayebene und Phasenschieber auf Subarrayebene zu realisieren. Abhängig von den Spezifikationen für den Schwenkbereich ist es manchmal möglich, das Speisesystem innerhalb des Subarrays auch ganz ohne aktive Komponenten zu gestalten. Da sehr oft eine kostengünstige Lösung im Vordergrund steht und zweitens die Bandbreite so klein ist, dass sich eine Steuerung der Schwenkrichtung über Zeitverzögerungsleitungen nicht lohnt, steht die komponentenfreie Zusammenschaltung mehrerer Einzelelemente zu Subarrays im Vordergrund. Der prinzipielle Aufbau eines Arrays aus Subarrays

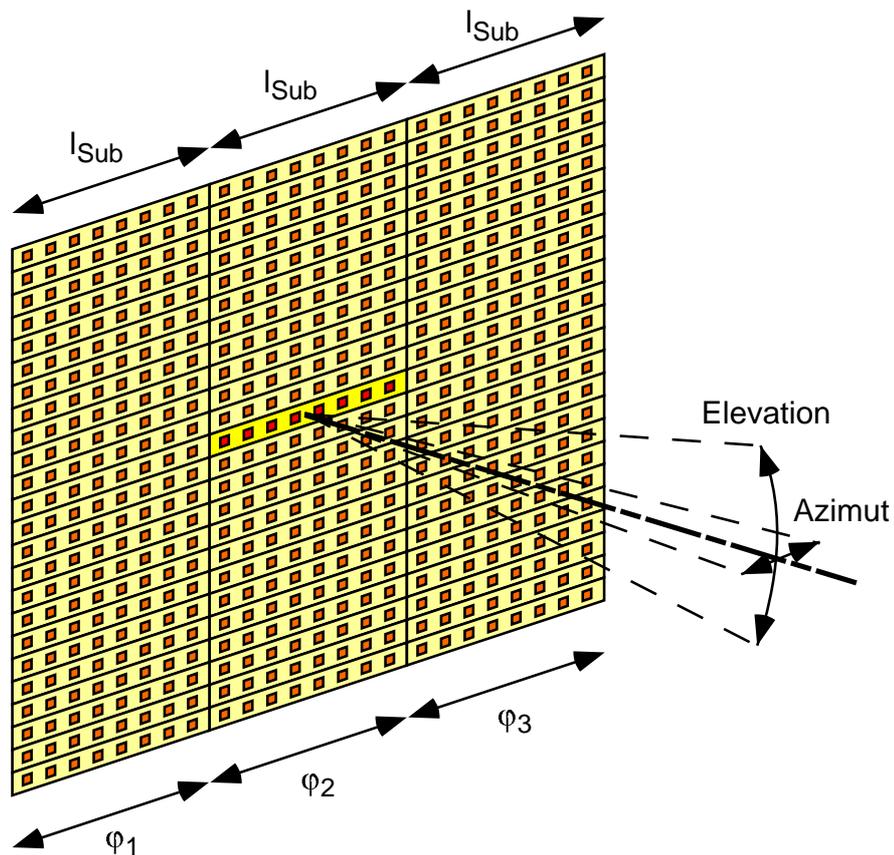


Abbildung 13.14.: Planares Array mit  $8 \times 1$  Untergruppen der Länge  $l_{\text{Sub}}$ . Die Schwenkung der Charakteristik in Azimut und Elevation ist angedeutet

ist in Bild 13.14 dargestellt. Es handelt sich um ein  $24 \times 24$  Array, das wiederum aus  $8 \times 1$  Untergruppen zusammengesetzt ist. Die Schwenkung der Charakteristik in Azimut und Elevation ist angedeutet.

Beim Schwenken einer aus solchen Subarrays bestehenden Antennengruppe im Azimut treten sogenannte Quantisierungsnebenkeulen auf, die den nutzbaren Schwenkbereich der Anordnung einschränken. Diese Quantisierungsnebenkeulen entstehen dadurch, dass beim Schwenken einer solchen Anordnung alle Elemente eines Subarrays mit derselben Phase  $\varphi_i$  angesteuert werden und dann die Phase von einem Subarray zum nächsten abrupt springt. Die Phasenverteilung über der Apertur der gesamten Antennengruppe lässt sich daher durch eine Treppenfunktion nach Bild 13.15 beschreiben. Die Länge der einzelnen Stufen entspricht dabei der Länge eines Subarrays  $l_{\text{Sub}}$ . Die Höhe der Stufen hängt ebenfalls von der Subarray-Länge ab und variiert mit dem eingestellten Schwenkwinkel. Sie wird maximal bei maximaler Auslenkung der Hauptkeule. Der ideale Phasenverlauf über der Antennenapertur stellt im Gegensatz zu der Treppenkurve eine Gerade dar, wobei die Steigung der Geraden proportional zum Sinus des eingestellten Schwenkwinkels  $\theta_0$  ist. Aus der Differenz zwischen dem tatsächlichen und dem idealen Phasenverlauf ergibt sich der resultierende „Phasenfehler“, der die Form einer Sägezahnkurve hat. Dieser „Phasenfehler“ ist für die Entstehung der Quantisierungsnebenkeulen verantwortlich. Für eine sehr große Anzahl  $N \gg 1$  von Subarrays ergibt sich der Betrag der einzelnen Quantisierungsnebenkeulen zu:

$$\text{Hauptkeule:} \quad F_0 = \frac{\sin(\pi\nu_0)}{\pi\nu_0} \quad \text{mit } \nu_0 = \frac{l_{\text{Sub}}}{\lambda_0} \sin(\theta_0) \quad (13.42)$$

$$1. \text{ Quantisierungsnebenkeule:} \quad F_{q1} = \frac{\sin(\pi\nu_0)}{\pi(1 - \nu_0)} \quad (13.43)$$

$$2. \text{ Quantisierungsnebenkeule:} \quad F_{q2} = \frac{\sin(\pi\nu_0)}{\pi(2 - \nu_0)} \quad (13.44)$$

Der Ort lässt sich durch die folgende Gleichung bestimmen:

$$\sin(\theta_{qm}) = \sin(\theta_0) - \frac{m\lambda_0}{l_{\text{Sub}}} \quad \text{mit } m = 1, 2, \dots \quad (13.45)$$

Mit Hilfe dieser Gleichungen lassen sich die Auswirkungen verschiedener Subarray-Größen und verschiedener Elementabstände auf das Abstrahlverhalten abschätzen.

In den Bildern 13.16 bis 13.19 sind der Betrag und der Ort der Hauptkeule sowie der ersten beiden auftretenden Quantisierungsnebenkeulen in Abhängigkeit

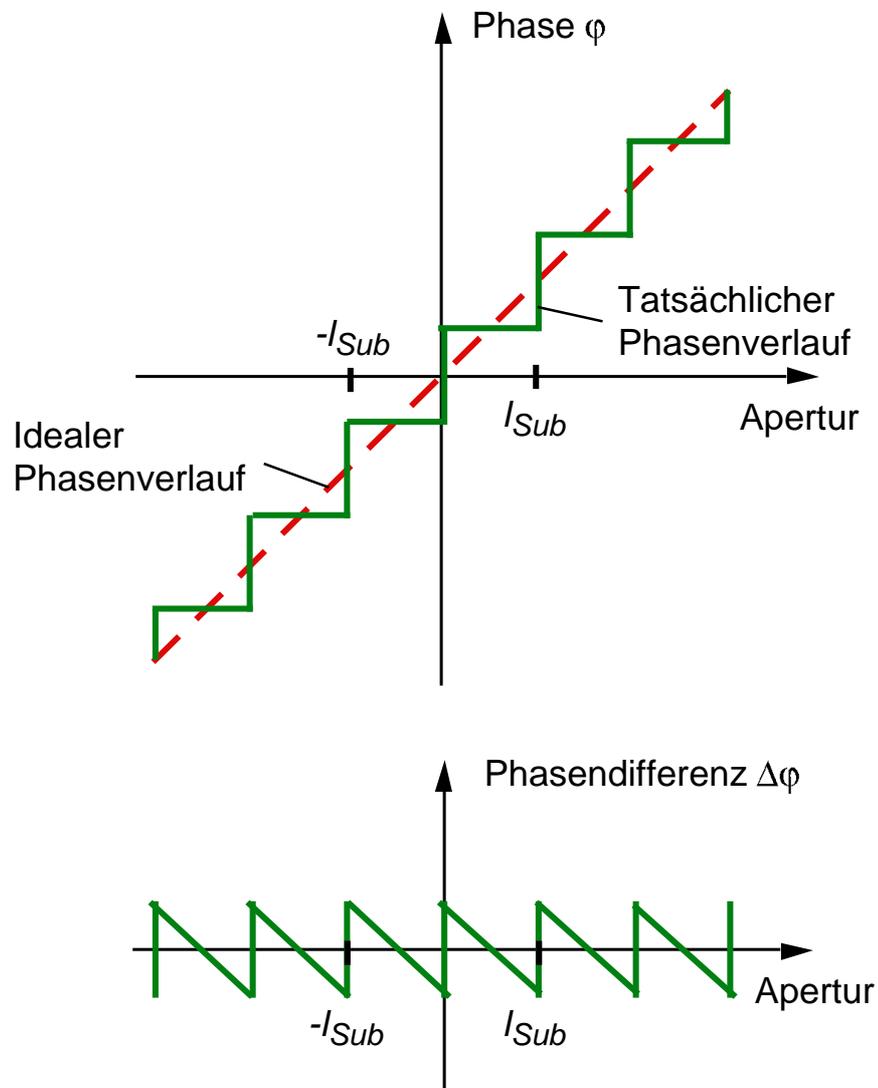


Abbildung 13.15.: Quantisierungseffekte bei der Strahlschwenkung eines aus Subarrays bestehenden phasengesteuerten Arrays

von der Länge des Subarrays dargestellt. Betrachtet werden nur die maximal auftretenden Schwenkwinkel von  $30^\circ$  und  $45^\circ$ , die jeweils den ungünstigsten Fall darstellen sollen. Der Abstand der Elemente im Array sollte mindestens  $0,5 \lambda_0$  betragen. Das kleinste realisierbare Subarray hat damit eine Länge von  $1 \lambda_0$ .

Aus den Bildern 13.16 und 13.18 wird deutlich, dass die unerwünschten Nebenkeulen mit zunehmender Subarray-Länge drastisch ansteigen. Zudem wandern sie näher an die Hauptkeule heran (Bilder 13.17 und 13.19). Dies lässt sich anschaulich damit erklären, dass mit zunehmender Subarray-Größe der gewünschte lineare Phasenverlauf durch die Treppenkurve immer schlechter angenähert wird. Mit zunehmender Größe der Subarrays steigt auch der Ge-

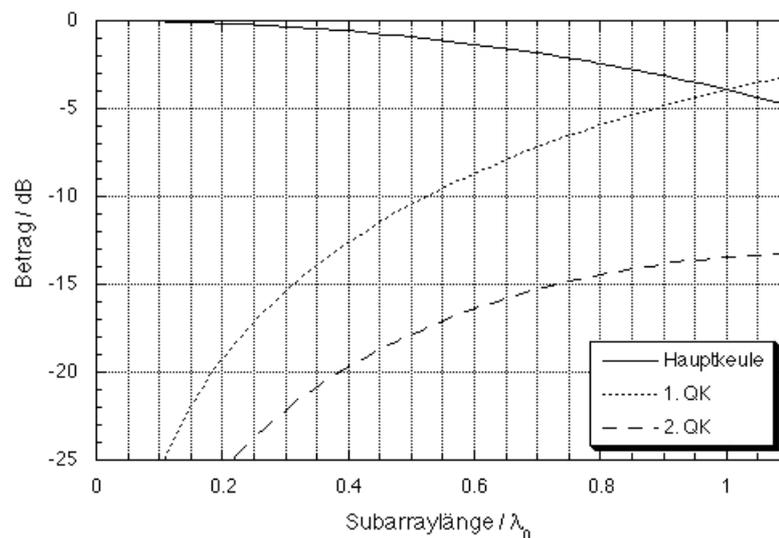


Abbildung 13.16.: Betrag der Haupt- und Quantisierungsnebenkeulen (QK) für einen Schwenkwinkel von  $30^\circ$  in Abhängigkeit der Subarraylänge (normiert auf  $\lambda_0$ )

winnverlust beim Schwenken der Hauptkeule. Dieser rührt daher, dass in diesem Fall die Hauptkeule der einzelnen Subarrays, die ja als Einhüllende des Gesamtrichtdiagrammes nach (13.39) dient, sehr schmal wird. Wie aus Bild 13.16 für eine Schwenkung um  $30^\circ$  ersichtlich ist, beträgt der Gewinnverlust bei Verwendung des schmalst möglichen  $2 \times 1$  Subarrays bereits 3,9 dB. In diesem Falle strahlt die erste Quantisierungsnebenkeule gleich viel Leistung ab, wie die eigentliche Hauptkeule. Für  $45^\circ$  Schwenkung beträgt der Gewinnverlust für

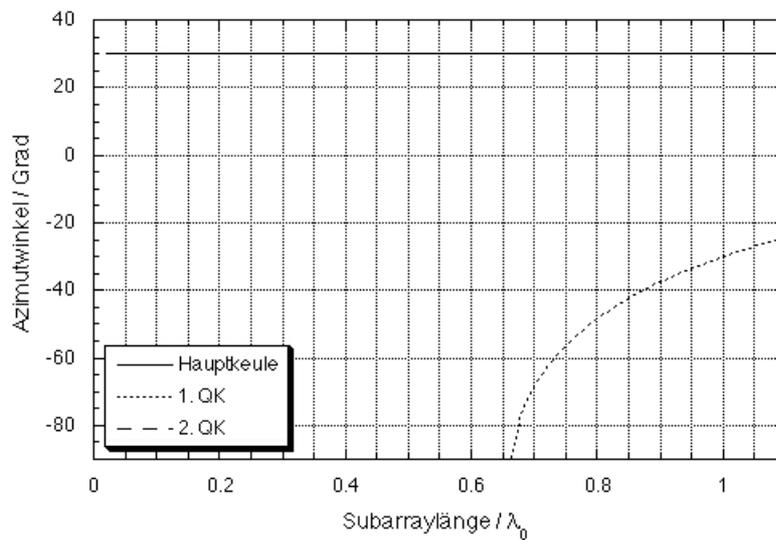


Abbildung 13.17.: Ort der Haupt- und Quantisierungsnebenkeulen (QK) für einen Schwenkwinkel von  $30^\circ$  in Abhängigkeit der Subarraylänge (normiert auf  $\lambda_0$ )

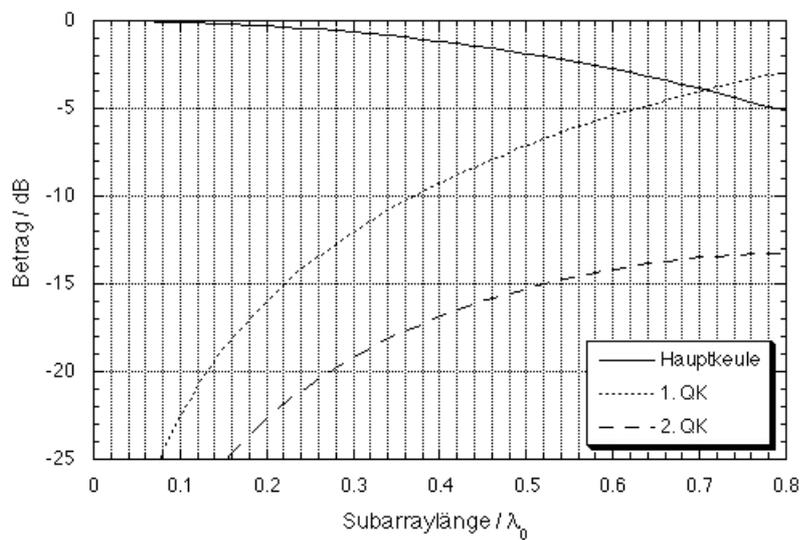


Abbildung 13.18.: Betrag der Haupt- und Quantisierungsnebenkeulen (QK) für einen Schwenkwinkel von  $45^\circ$  in Abhängigkeit der Subarraylänge (normiert auf  $\lambda_0$ )

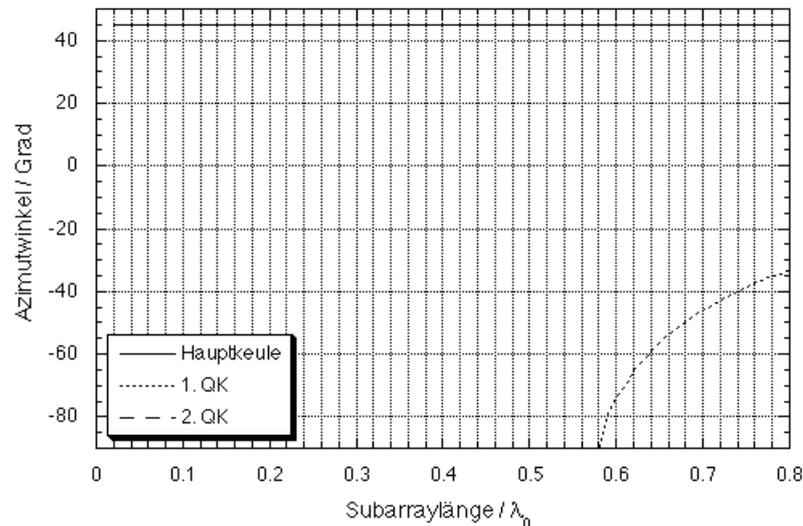


Abbildung 13.19.: Ort der Haupt- und Quantisierungsnebenkeulen (QK) für einen Schwenkwinkel von  $45^\circ$  in Abhängigkeit der Subarraylänge (normiert auf  $\lambda_0$ )

die Hauptkeule mehr als 5 dB, die erste Quantisierungsnebenkeule strahlt mehr Leistung ab als die eigentliche Hauptkeule.

Die genannten Probleme sprechen somit für die Wahl des kleinsten möglichen Subarrays, des Einzelements. Selbst eine Bildung von  $2 \times 2$  Subarrays scheidet bei diesen großen betrachteten Scanwinkeln aus.

In Abschnitt 13.2.4 wurden die Auswirkungen von zufälligen, statistisch verteilten Amplituden- und Phasenfehler diskutiert. Für korrelierte Fehler in der Amplituden- und Phasenverteilung muss eine Betrachtung, ähnlich der hier für Quantisierungskeulen erfolgten, durchgeführt werden.

#### 13.5.4. Aktive Eingangsimpedanz und Scan-Blindness

In Abschnitt 13.5.1 wurde bereits auf den Unterschied der Eingangsimpedanz des isolierten Elements und der Eingangsimpedanz des Elements im Array eingegangen. Da die Veränderung der Eingangsimpedanz ein Ergebnis der Kopplung der verschiedenen Elemente untereinander ist, ändert sich die Eingangsimpedanz selbstverständlich auch, wenn sich die Kopplung ändert. Dies

ist der Fall beim Schwenken der Richtcharakteristik durch Phasenbelegung. Hier wird dann aus der „embedded impedance“ die aktive Eingangsimpedanz „active impedance“, die besser „scan impedance“ genannt werden sollte.

Diese resultierende Eingangsimpedanz ist, als Streuparameter betrachtet, ein Quotient aus hinlaufender und rücklaufender Welle. Im Falle des Arrays setzt sich nun die Leistung der rücklaufenden Welle aus mehreren Anteilen zusammen. Nicht nur der reflektierte Anteil, der am aktuellen Element eingespeisten Leistung, kommt zurück, zusätzlich erscheint an diesem Tor auch noch die an anderen Elementen eingespeiste Leistung gewichtet mit den jeweiligen Kopplungen. Diese zusätzlichen Anteile bewirken die Abhängigkeit der Eingangsimpedanz vom Schwenkwinkel, die damit ihren Namen „aktive Eingangsimpedanz“ bzw. „scan impedance“ zurecht trägt.

Unter ungünstigen Bedingungen kann es nun dazu kommen, dass die Summe der rücklaufenden Leistungen an einem Tor (Element) gleich der eingespeisten Leistung ist. Der Grund hierfür ist in der Kopplung von Leistung aus anderen Elementen zu suchen. Netto gesehen heißt dies aber: Es geht keine Leistung ins Tor (Element) bzw. auf die ganze Antenne bezogen in das Array. Dieser Zustand, dass für eine bestimmte Belegung und damit für einen bestimmten Schwenkwinkel keine Leistung abgestrahlt wird, wird als Scan-Blindness bezeichnet. Sie ist berechenbar, also vorhersagbar, und durch sorgfältiges Design zu verhindern.

# A.

## A.1. Schreibweise orts- und zeitabhängiger Größen

### Beliebige Orts- und Zeitabhängigkeit:

$\vec{A}$ : allgemeine beliebig orts- und zeitabhängige vektorielle Feldgröße oder nur ortsabhängige vektorielle Feldgröße.

$$\vec{A} = \vec{A}(\vec{r}, t) \quad \text{oder} \quad \vec{A} = \vec{A}(\vec{r})$$

z.B. in kartesischen Koordinaten:

$$\begin{aligned}\vec{A} &= A_x(\vec{r}, t)\vec{e}_x + A_y(\vec{r}, t)\vec{e}_y + A_z(\vec{r}, t)\vec{e}_z \\ \vec{r} &= x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z\end{aligned}$$

$A_0$ : Amplitude, Scheitelwert, Gleichgröße.

### Bei harmonischen Zeitvorgängen:

$\vec{a}$ : reelle Schreibweise der orts- und zeitabhängigen Größe.

$$\vec{a} = \vec{a}(\vec{r}, t) = \vec{A}(\vec{r}) \cos(\omega t + \varphi) = A_0 \vec{f}(\vec{r}) \cos(\omega t + \varphi)$$

$\underline{\vec{a}}$ : komplexe Schreibweise der orts- und zeitabhängigen Größe.

$$\begin{aligned}\underline{\vec{a}} &= \underline{\vec{a}}(\vec{r}, t) = \vec{A}(\vec{r})(\cos(\omega t + \varphi) + j \sin(\omega t + \varphi)) \\ &= \vec{A}(\vec{r})e^{j(\omega t + \varphi)} = \vec{A}(\vec{r})e^{j\varphi}e^{j\omega t} = \underline{\vec{A}}(\vec{r})e^{j\omega t}\end{aligned}$$

$\underline{\vec{A}}$ : komplexe Amplitude.

$$\underline{\vec{A}} = \underline{\vec{A}}(\vec{r}) = \vec{A}(\vec{r})e^{j\varphi} = A_0 \vec{f}(\vec{r})e^{j\varphi}$$

$A$  steht stellvertretend für  $H$ ,  $E$ ,  $B$ ,  $D$ , etc.

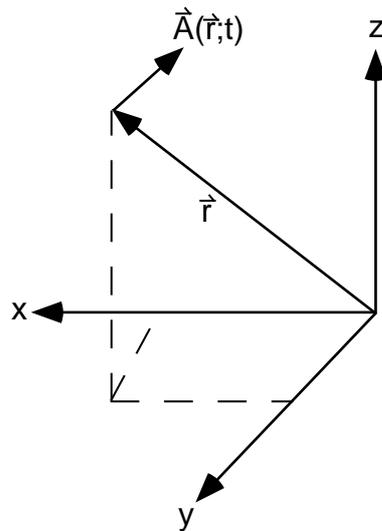


Abbildung A.1.: Kartesisches Koordinatensystem

## A.2. Kugelkoordinatensystem

In der Antennentheorie ist es vorteilhaft, zur Beurteilung der Abstrahl- und Empfangseigenschaften der Antenne die Kugelkoordinaten  $r$ ,  $\theta$ ,  $\psi$  zu verwenden (Bild A.2).

Im folgenden werden ohne Ableitung Umrechnungsformeln aus der mathematischen Literatur übernommen. Für den Übergang von kartesischen Koordinaten  $x$ ,  $y$ ,  $z$  zu Kugelkoordinaten  $r$ ,  $\theta$ ,  $\psi$  gilt:

$$\begin{aligned}
 r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \\
 \theta &= \arctan \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}, \\
 \psi &= \arctan \frac{y}{x} + \pi \cdot \left( \frac{1 - \operatorname{sgn} x}{2} \right) = \\
 &= \begin{cases} \arctan \frac{y}{x} & \text{für } x \geq 0 \\ \arctan \frac{y}{x} + \pi & \text{für } x < 0 \end{cases}.
 \end{aligned} \tag{A.2.1}$$

Diese Formeln werden eindeutig durch die Festlegung folgender Wertebereiche:

$$0 \leq r < \infty \quad ; \quad 0 \leq \theta \leq \pi \quad ; \quad 0 \leq \psi < 2\pi. \tag{A.2.2}$$

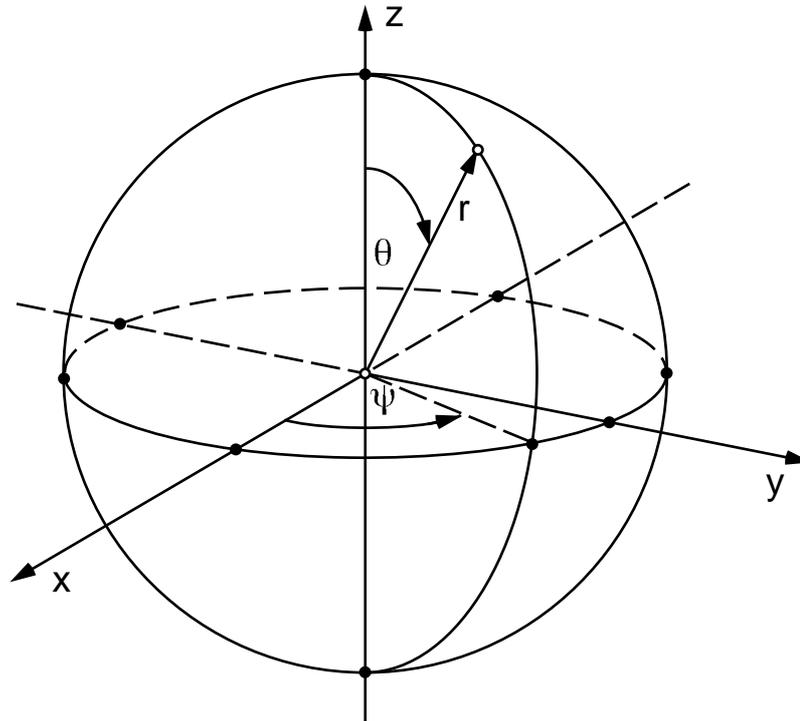


Abbildung A.2.: Kugelkoordinaten

Die Einheitsvektoren lassen sich nach folgenden Gleichungen umrechnen:

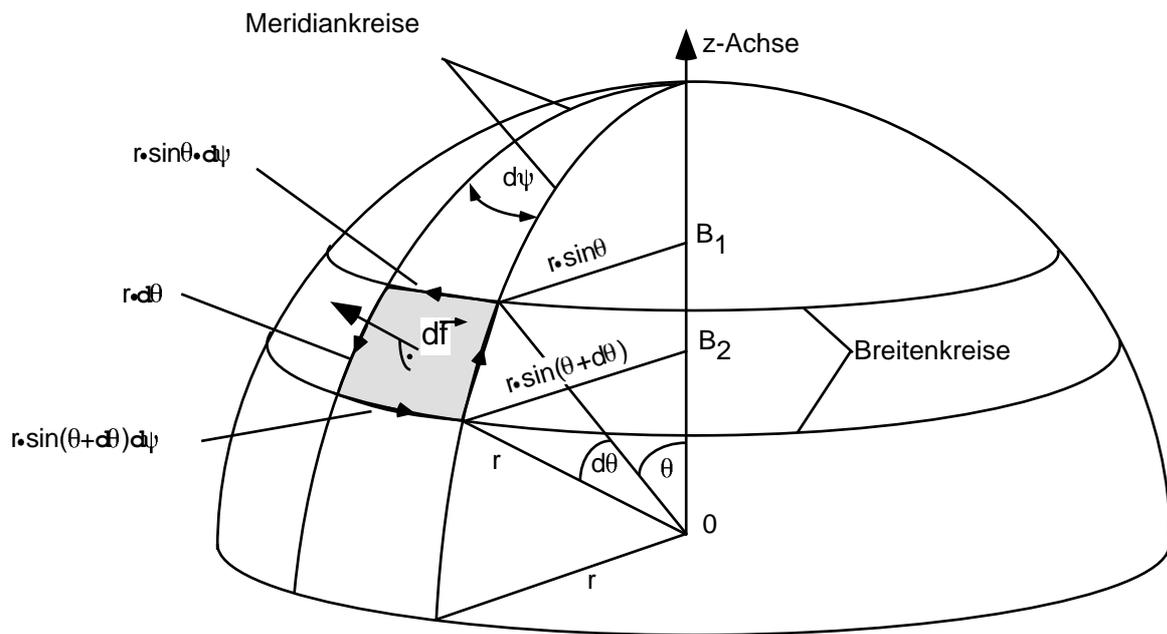
$$\begin{aligned}
 \vec{e}_r &= \sin \theta \cos \psi \vec{e}_x + \sin \theta \sin \psi \vec{e}_y + \cos \theta \vec{e}_z, \\
 \vec{e}_\theta &= -\cos \theta \cos \psi \vec{e}_x + \cos \theta \sin \psi \vec{e}_y - \sin \theta \vec{e}_z, \\
 \vec{e}_\psi &= \sin \psi \vec{e}_x + \cos \psi \vec{e}_y.
 \end{aligned}
 \tag{A.2.3}$$

Für den Übergang von Kugel- zu kartesischen Koordinaten gilt:

$$\begin{aligned}
 x &= r \sin \theta \cos \psi, \\
 y &= r \sin \theta \sin \psi, \\
 z &= r \cos \theta
 \end{aligned}
 \tag{A.2.4}$$

und

$$\begin{aligned}
 \vec{e}_x &= \sin \theta \cos \psi \vec{e}_r + \cos \theta \cos \psi \vec{e}_\theta - \sin \psi \vec{e}_\psi, \\
 \vec{e}_y &= \sin \theta \sin \psi \vec{e}_r + \cos \theta \sin \psi \vec{e}_\theta + \cos \psi \vec{e}_\psi, \\
 \vec{e}_z &= \cos \theta \vec{e}_r - \sin \theta \vec{e}_\theta.
 \end{aligned}
 \tag{A.2.5}$$

Abbildung A.3.: Flächenelement  $d\vec{f}$ , Meridian- und Breitenkreise

Das Flächenelement in Kugelkoordinaten ist:

$$d\vec{f} = r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\psi \, \vec{e}_r. \quad (\text{A.2.6})$$

Bild A.3 zeigt  $d\vec{f}$ .

Die räumlichen Differentiationsformeln für die skalare Funktion  $\varphi(r, \theta, \psi)$  lauten:

$$\text{grad } \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \varphi}{\partial \psi} \vec{e}_\psi, \quad (\text{A.2.7})$$

$$\Delta \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \cot \theta \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \psi^2}. \quad (\text{A.2.8})$$

### A.3. Räumliche Ableitung der Felder

Die räumlichen Differentiationsformeln für eine Vektorfunktion  $\vec{A}(r, \theta, \psi)$  lauten:

$$\operatorname{div} \vec{A} = \frac{\partial A_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + 2 \frac{A_r}{r} + \frac{A_\theta}{r} \cot \theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\psi}{\partial \psi}, \quad (\text{A.3.1})$$

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{A} = & \frac{1}{r \sin \Theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \Theta} (\sin \Theta A_\psi) - \frac{\partial A_\Theta}{\partial \psi} \right] \vec{e}_r + \\ & + \left[ \frac{1}{r \sin \Theta} \frac{\partial A_r}{\partial \psi} - \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r A_\psi) \right) \right] \vec{e}_\Theta + \\ & + \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\Theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \Theta} \right] \vec{e}_\psi. \end{aligned} \quad (\text{A.3.2})$$

### A.4. Mathematische Symbole

$\nabla$	Nablaoperator	$(\frac{\partial}{\partial x} \vec{e}_x, \frac{\partial}{\partial y} \vec{e}_y, \frac{\partial}{\partial z} \vec{e}_z)$
$\times$	Kreuzprodukt	
$\vec{A}$	Vektor	
$\vec{e}_i$	Einheitsvektor	
$\overleftrightarrow{A}$	Tensor	
$[A]$	Matrix	
$j$	Imaginäre Einheit	$\sqrt{-1}$
$\partial$	Differentialoperator	
$\nabla \times \vec{A}, \operatorname{rot} \vec{A}$	Rotation	
$\nabla \cdot \vec{A}, \operatorname{div} \vec{A}$	Divergenz	
$\nabla A, \operatorname{grad} A$	Gradient	
$\Delta A, \Delta \vec{A}$	Laplaceoperator	$(\nabla \cdot \nabla)$
$\oint$	Umlaufintegral	(im mathematisch positiven Sinn)

### A.5. Verzeichnis der verwendeten Formelzeichen

#### Großbuchstaben

Symbol	Bedeutung	Einheit
$\vec{A}$	Vektorpotential	Vs/m
$A$	Fläche	m <sup>2</sup>
$\vec{B}$	magnetische Induktion	V s/m <sup>2</sup>
$B$	einfache Bandbreite	Hz
$jB$	Blindleitwert	S
$C$	Kapazität	F
$C'$	Kapazität pro Längeneinheit	F/m
$\vec{D}$	elektrische Verschiebungsdichte	A s/m <sup>2</sup>
$\vec{E}$	elektrische Feldstärke	V/m
$G$	reeller Leitwert (ohmscher Leitwert)	S
$G'$	auf die Längeneinheit bezogener Leitwert	S/m
$\vec{H}$	magnetische Feldstärke	A/m
$I$	elektrischer Strom	A
$\vec{J}$	Stromdichte	A/m <sup>2</sup>
$\vec{J}_F$	Flächenstromdichte (Strombelag)	A/m
$\vec{J}_V$	Verschiebungsstromdichte	A/m <sup>2</sup>
$J_n(\xi)$	Besselfunktion $n$ -ter Ordnung	
$L$	Induktivität	H
$L'$	auf Längeneinheit bezogene Induktivität	H/m
$N_F$	Rauschzahl (noise figure)	
$P$	Leistung	VA
$P_W, P_B$	Wirkleistung, Blindleistung	W, VA
$Q$	elektrische Ladung	As
$R$	reeller Widerstand (ohmscher Widerstand)	$\Omega$
$R'$	auf die Längeneinheit bezogener Widerstand	$\Omega/m$
$S$	Poynting-Vektor	VA/m <sup>2</sup>
$[S]$	Streumatrix	
$S_{\mu\nu}$	Streuparameter	
$T$	Periodendauer	s
$T$	Temperatur	K
$U$	Spannung	V
$W$	Energie	VA s

$jX$	Blindwiderstand	$\Omega$
$Y$	(komplexer) Leitwert, Scheinleitwert	<b>S</b>
$Z$	(komplexer) Widerstand, Scheinwiderstand	$\Omega$
$Z_F(Z_{F0})$	Feldwellenwiderstand (im Vakuum)	$\Omega$
$Z_L$	Leitungswiderstand	$\Omega$
$Z_{FE}, Z_{FH}$	Wellenwiderstand der E-Welle, der H-Welle	$\Omega$

### Kleinbuchstaben

Symbol	Bedeutung	Einheit
$a_\nu$	hinlaufende Leistungswelle in Tor $\nu$	$\sqrt{W}$
$b_\nu$	rücklaufende (reflektierte) Welle aus Tor $\nu$	$\sqrt{W}$
$c(c_0)$	Lichtgeschwindigkeit im Medium (im Vakuum)	m/s
$f$	Frequenz	Hz
$j$	imaginäre Einheit $j = \sqrt{-1}$	
$k$	Boltzmannkonstante $k = 1,380 \cdot 10^{-23} \text{ W s/K}$	
$l$	Leitungslänge	m
$m$	Anpassungsfaktor	
$n$	Brechungsindex	
$p(z, t)$	Leistungswelle	W
$r$	Reflexionsfaktor	
$r, \theta, \psi$	Kugelkoordinaten	
$v_\varphi, v_{Ph}$	Phasengeschwindigkeit	m/s
$t$	Zeit	s
$w$	Energiedichte	$\text{V A/m}^{-3}$
$x, y, z$	kartesische Koordinaten	

## Griechische Buchstaben

Symbol	Bedeutung	Einheit
$\alpha$	Dämpfungskonstante einer Leitung	$\text{m}^{-1}$
$\beta$	Phasenkonstante einer Leitung	$\text{m}^{-1}$
$\gamma$	komplexe Leitungskonstante $\gamma = \alpha + j\beta$	$\text{m}^{-1}$
$\delta$	Verlustwinkel	
$\tan \delta$	Verlustfaktor	
$\varepsilon$	Dielektrizitätszahl $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$	F/m
	$\varepsilon_0 = 8.855 \cdot 10^{-12}$	F/m
$\kappa$	elektrische Leitfähigkeit	S/m
$\lambda$	Wellenlänge	m
$\mu$	Permeabilitätszahl $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$	H/m
	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m	
$\rho$	Raumladungsdichte	$\text{A s/m}^{-3}$
$\tau$	Zeitkonstante	s
$\varphi$	Phasenwinkel	
$\omega$	Kreisfrequenz, Winkelgeschwindigkeit	$\text{s}^{-1}$

## A.6. Verzeichnis der verwendeten Abkürzungen

GTD	Geometrical Theory of Diffraction
MUF	Maximum usable frequency
UTD	Uniform Geometrical Theory of Diffraction
VSWR	Stehwellenverhältnis

# Literaturverzeichnis

- [Bal05] Constantine A. Balanis. *Antenna theory : analysis and design*. Wiley-Interscience, Hoboken, N.J., 3. ed. edition, c2005.
- [Lov76] A. W. Love, editor. *Electromagnetic Horn Antennas*. IEEE Press, 1976. Vergriffen (Bibliothek).
- [ZB95] O. Zinke and H. Brunswig. *Lehrbuch der Hochfrequenztechnik*. Springer Verlag Berlin, 1995. Band 1: Hochfrequenzfilter, Leitungen, Antennen.
- [Zwi] T. Zwick. Skriptum zur Vorlesung Hochfrequenztechnik. Universität Karlsruhe.